МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТРАНСПОРТНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

На правах рукопису

ШЕВЧУК ЛЮДМИЛА ВОЛОДИМИРІВНА

УДК 539.3

МОДЕЛЮВАННЯ КОЛИВАНЬ КРУЖЛЯННЯ БУРИЛЬНИХ КОЛОН НА ОСНОВІ ФРИКЦІЙНИХ ТА НЕГОЛОНОМНИХ МОДЕЛЕЙ

05.23.17 – будівельна механіка

ДИСЕРТАЦІЯ
на здобуття наукового ступеня кандидата
технічних наук

Науковий керівник –
Гуляєв Валерій Іванович
доктор технічних наук,
професор

Київ – 2016

ЗМІСТ

ВСТУП
ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Дослідження коливальних і хвильових явищ у пружних протяжних стержневих конструкціях при дії різного роду силових, інерційних і кінематичних збурень складає одну з класичних проблем будівельної механіки. Вона знаходить широке застосування при освоєнні техніки і технологій буріння нафтових і газових свердловин. У зв'язку з великими глибинами сучасних свердловин і складними діями на колони в процесі буріння комбінацій поздовжніх сил тяжіння, крутних моментів, гіроскопічних сил інерції обертального руху колони, сил інерції від внутрішніх потоків промивної рідини, а також через неконсервативний характер взаємодії низу бурильної колони з оброблюваною породою, режими проходки свердловин можуть супроводжуватися аварійними ситуаціями, пов'язаними в тому числі із самозбудженням коливань кружляння долота. Ці коливання викликані складними фрикційними та контактними силами тиску поверхні долота на руйнівну породу. Вони мають складну нерегулярну форму, яка пов'язану з перекочуванням долота по поверхні дна свердловини і можуть призвести до критичних станів системи або викликати порушення умов експлуатації елементів бурильної колони і стати причиною її руйнування. Результатами натурних спостережень встановлено, що до 40 % загальної протяжності всіх каналів нафтових і газових свердловин буряться в умовах перебігу коливань кружляння. Дотепер відсутні методи фізичного і комп'ютерного моделювання вказаних ефектів і виявлення критичних динамічних станів цих систем. Така ситуація пов'язана з високою складністю досліджуваних явищ, яка спричинена великою довжиною бурильної колони, складною механічною схемою розглянутої системи, а також умовами контактної або кінематичної (неголономної) взаємодії її долота з поверхнею дна свердловини.

Невід'ємною основною частиною задачі прогнозування критичних станів бурильної колони при її коливанні кружляння є побудова математичної моделі, яка описує її динамічну поведінку в процесі функціонування і може бути використана для прогнозування її позаштатних ситуацій.

У зв'язку з високими показниками аварійності бурильного виробництва, великими економічними втратами і високим рівнем забруднення оточуючого середовища, що спостерігається в останній час, досить важливими стають питання теоретичного моделювання можливих критичних динамічних станів, які супроводжують процеси проходки глибоких свердловин. Тому можна вважати, що питання математичного моделювання явищ самозбудження коливань кружляння глибоких бурильних колон і встановлення загальних закономірностей їхнього перебігу складають актуальну проблему будівельної механіки.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота виконана відповідно до плану науково-дослідних робіт кафедри вищої математики Національного транспортного університету, а також у рамках держбюджетних тем № 11 «Математичне моделювання процесів безаварійного буріння в сланцевих породах і шельфових зонах морських акваторій» (2012 – 2014 рр., номер державної реєстрації 0112U000137) і № 38 «Комп'ютерне прогнозування і запобігання аварійним режимам буріння похило-скерованих та горизонтальних свердловин на етапах їх проектування і проходки» (2015 – 2017 рр., номер державної реєстрації 0115U002270).

Мета і задачі дослідження. Мета роботи полягає в постановці задач про фрикційне і кінематичне (неголономне) самозбудження коливань кружляння пружних бурильних колон, що обертаються, в критичних і закритичних станах і встановлені найбільш загальних закономірностей їхнього перебігу.

Для досягнення цієї мети необхідно виконати наступні задачі:

– розробити динамічні моделі згинальних коливань пружних бурильних колон, що обертаються, з урахуванням фрикційних взаємодій доліт різної геометричної форми з дном свердловини;
– розробити динамічні моделі згинальних коливань пружних бурильних колон, що обертаються, з урахуванням кінематичних (неголономних) взаємодій доліт різної геометричної форми з дном свердловини;
– на базі методів числового інтегрування нелінійних диференціальних рівнянь з частинними похідними розробити методику комп'ютерного дослідження переходів системи від режимів стаціонарних обертань до режимів автоколивань кружляння і побудувати та дослідити форми і стійкість цих коливань;
– вивчити вплив характерних параметрів системи (фрикційних або неголономних режимів взаємодії долота з породою, геометричних і жорсткісних параметрів колони, ефектів її попереднього напруження силами тяжіння і крутними моментами, кутової швидкості обертання, геометричних форм доліт і дна свердловини, що можуть бути обмежені сферичними або еліпсоїдальними поверхнями тощо) на особливості процесів прямого й оберненого кружляння системи.

Об'єкт дослідження. Об'єктом дослідження є явище самозбудження коливань кружляння пружних бурильних колон, що обертаються, в результаті фрикційної або неголономної взаємодії їхніх доліт із поверхнями дна свердловин.

Предмет дослідження. Предметом дослідження є математичні моделі динаміки згинальних коливань пружних бурильних колон.

Методи дослідження. Для побудови математичних моделей динамічної поведінки колон глибокого буріння при фрикційному або неголономному самозбудженні коливань кружляння використанні рівняння коливань пружних стержневих систем, що обертаються, та нелінійні співвідношення теорії обертального руху твердого тіла. Інтегрування побудованих нелінійних диференціальних рівнянь з частинними похідними здійснюється методом скінченних різниць по просторовій координаті з використанням неявної схеми інтегрування за часом.

Достовірність результатів визначається строгістю та коректністю постановок вихідних задач динаміки пружних стержневих систем; вибором методу скінченних різниць для інтегрування рівнянь згинання бурильних колон і використанням неявної схеми інтегрування за часом, що має обчислювальну стійкість; практичною перевіркою збіжності результатів обчислення при різних значеннях числових параметрів задач; відповідністю встановлених закономірностей загальним властивостям коливань кружляння, відображеним у науковій літературі іншими авторами за результатами експериментальних досліджень, а також якісною узгодженістю результатів розрахунків, які отримані на основі фрикційних та неголономних моделей.

Наукова новизна отриманих результатів.

1. Із застосуванням основних положень теорії пружних стержневих систем, а також методів будівельної механіки, нелінійних співвідношень теорії обертального руху твердого тіла та теорії криволінійних поверхонь поставлені нові задачі механіки коливань кружляння пружних бурильних колон при фрикційній або неголономній взаємодії їхніх доліт із поверхнями дна свердловин. Запропоновані нові математичні моделі коливань кружляння, які описуються нелінійними диференціальними рівняннями з частинними похідними.

2. Запропонована нова методика числового інтегрування побудованих нелінійних диференціальних рівнянь з частинними похідними.

3. Вперше виконане комп’ютерне моделювання процесів коливань кружляння пружних бурильних колон з використанням розроблених фрикційних і неголономних моделей.

4. За допомогою комп'ютерних обчислень вперше вдалося підтвердити відомі з результатів практичного випробування ефекти прямого й оберненого кружляння долота, які протікають за стійкими та нестійкими траєкторіями, що являють собою збіжні та розбіжні спіралі, а також граничні цикли, багатопелюсткові квітки та багатопроменеві зірки. Вперше теоретично показано, що частота коливань кружляння може перевищувати кутову швидкість обертання бурильної колони.

Практичне значення одержаних результатів. Результати дисертації можуть бути використані у вигляді комп'ютерного математичного забезпечення під час проектування і буріння глибоких свердловин. За допомогою розробленого підходу можна підібрати оптимальні режими буріння залежно від характерних параметрів систем.

Отримані в дисертації результати наукових досліджень використовуються ТОВ «ГЕНПРОФБУД» при проектуванні та розрахунках відповідальних конструкцій зі стержневими трубчастими елементами, що піддаються впливу інтенсивних поздовжніх сил і крутних моментів. Вони будуть застосовуватися ТОВ «ГЕНПРОФБУД» також для розробки проектів глибокого буріння.

Результати дисертаційної роботи також можуть бути використані на інших підприємствах нафтової, газової та вугільної промисловостей України при проектуванні технологій прокладання досить глибоких свердловин.

Розроблені в дисертаційній роботі методи комп'ютерного моделювання динамічних процесів у пружних протяжних стержневих конструкціях при дії різного роду силових, інерційних і кінематичних збурень запроваджені в навчальний процес на кафедрі опору матеріалів та машинознавства Національного транспортного університету при викладанні курсу з будівельної механіки транспортних споруд.

Особистий внесок здобувача. Основні результати досліджень були отримані автором самостійно. Дисертанту належать аналітичні викладки, числова реалізація на ПК задач механіки й аналіз отриманих результатів. У роботах [22, 23, 114, 121, 124, 128, 129, 153] В.І. Гуляєв брав участь у постановці задач та обговоренні отриманих результатів. У роботах [11, 77,121] співавтором С.М. Худолієм надана допомога у розробці та налаштуванні обчислювального комплексу для проведення комп'ютерного моделювання досліджених процесів. У роботах [10 – 14, 18, 19, 22, 23, 128] співавтор В.В. Гайдайчук [18, 19, 22] і О.І. Борщ [10 – 14, 11, 23, 128] брали участь в обговоренні одержаних результатів.

Апробація результатів дисертації. Результати досліджень, що включені в дисертацію, були представлені на наступних міжнародних наукових конференціях і симпозіумах:

– ENOC 2014 8th European Nonlinear Dynamics Conference (Austria, Vienna, July 6-11, 2014);

– XV Jubileuszowe Międzynarodowe Sympozjum "Geotechnika - Geotechnics 2012" (Poland, Gliwice - Ustron, 23 – 26 października, 2012);

– 4th International Conference "Nonlinear Dynamics" (Ukraine, Sevastopol, June, 19-22, 2013);

– 12-й Міжнародний симпозіум українських інженерів-механіків у Львові (Україна, Львів, 28-29 травня 2015 р);

– Сучасні проблеми математичного моделювання та обчислювальних методів (Україна, Рівне, 19-22 лютого 2015 р);

– Математические методы в технике и технологиях − ММТТ − 25 (Украина, Харьков, 2 − 4 октября 2012 г.).

Результати дисертаційної роботи доповідались також на 73-ій науково – практичній конференції Київського національного університету будівництва і архітектури (Україна, Київ, 3–6 квітня 2012 р.) та на наукових конференціях Національного транспортного університету:

− LXVIII науково-практична конференція науково-педагогічних працівників, аспірантів, студентів та структурних підрозділів університету (Україна, Київ, 16 – 18 травня 2012 р.);

– LXIX науково-практична конференція науково-педагогічних працівників, аспірантів, студентів та структурних підрозділів університету (Україна, Київ, 15 – 17 травня 2013 р.);

– LXX науково-практична конференція науково-педагогічних працівників, аспірантів, студентів та структурних підрозділів університету (Україна, Київ, 14 – 16 травня 2014 р.);

– LXXI науково-практична конференція науково-педагогічних працівників, аспірантів, студентів та структурних підрозділів університету (Україна, Київ, 12 – 15 травня 2015 р.);

– LXXII науково-практична конференція науково-педагогічних працівників, аспірантів, студентів та структурних підрозділів університету (Україна, Київ, 11 – 13 травня 2016 р.).

Тези доповідей опубліковані у матеріалах зазначених конференцій.

Публікації. Основний зміст роботи викладено у 23 публікаціях [10 – 14, 18, 19, 21 – 23, 77, 81 – 86, 114, 121, 124, 128, 129, 153]: з них 3 статті в закордонних журналах, 10 робіт опубліковано у фахових виданнях, 1 — в працях міжнародної наукової конференції, 4 — в тезах міжнародної конференції і 5 — в збірниках тез наукових конференцій Національного транспортного університету.

РОЗДІЛ 1
СТАН ПРОБЛЕМИ. ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

1.1 Особливості сучасних технологій видобутку нафтогазових ресурсів і задачі динаміки бурильних колон

Незважаючи на наявність на території України покладів нафти, газу, вугілля та сланцевого газу, Україна належить до енергодефіцитних країн, тому вона зацікавлена в розвиткові власних джерел енергії. Провідне місце в енергетичному балансі України посідає природний газ. Його частка становить 44 %, що приблизно вдвічі перевищує середні показники по країнах Європи (21 %) та у світі загалом (23 %).

У даний час в Україні видобувається близько 21 млрд $м^3$ газу при щорічній потребі 75 − 80 млрд $м^3$. Таким чином вона самостійно може себе забезпечити газом лише на чверть. Потреби нашої держави в нафті на сьогодні становлять 28 млн т, тоді як власний видобуток покриває приблизно 15 − 18 % її споживань [80].

Обсяг щорічного видобутку вуглеводнів за останні роки в середньому становив 4 млн т нафти з конденсатом та 18 – 21 млрд $м^3$ газу, що дорівнює відповідно 20 – 24 % потреб України.

На сьогодні в нашій державі видобувається винятково традиційний природний газ на континентальних родовищах та в шельфових акваторіях. Після певного зростання газовидобутку (21,505 млрд $м^3$ у 2009 р.), з 2010 року спостерігається його падіння – рівень видобутку у 2012 році становив 20,185 млрд $м^{3}$ природного газу. У 2010 р. видобуток нафти та газового конденсату в Україні склав 3,6 млн т. Тому відповідно до розпорядження Кабінету Міністрів України від 24 липня 2013 року № 1071 про енергетичну стратегію України на період до 2030 року [57] планується збільшити видобуток нафти з 2,8 млн т (2015 р.) до 4,5 млн т (2030 р.), а також природного газу 20,5 млрд $м^3$ (2015 р.) до 44,4 млрд $м^3$ (2030 р.).

Умови видобутку вуглеводневих палив з родовищ, що на даний час уже введені в розробку, постійно ускладнюються через низку чинників. Переважна більшість родовищ нафти має початкові видобувні запаси менше 1 млн т і лише деякі з них мали початкові запаси понад 20 млн т.

Для суттєвого та швидкого нарощування нафти і газу в Україні необхідне відкриття великих і значних за запасами (більше 30 млн т) родовищ. Це, в основному, великі глибини (глибші за 6 км) та нові слабко освоєні території: глибоководний шельф Чорного моря, окраїнні зони ДДЗ (Дніпровсько-Донецької западини), перехідні зони від суші до моря. Більшість нафтових і газових родовищ, які перебувають в експлуатації, вичерпали свої запаси, що призводить до спаду обсягів видобутку, однак потенціал цих родовищ ще не повністю використаний. Тому для стабілізації видобутку нафти та газу потрібна модернізація наявних нафтовидобувних установок.

Серед задач розвитку технологій глибокого буріння питання створення комп'ютерного забезпечення для їхнього моделювання набули найбільш гострої актуальності у зв'язку з початком у третьому тисячолітті видобутку сланцевого газу.

Сланцевий газ – це природний газ, що видобувається з горючих сланців, який складається переважно з метану.

Масштабне промислове виробництво сланцевого газу було розпочате компанією Devon Energy в США на початку 2000-х на родовищі Barnett Shale, яка на цьому родовищі в 2002 р. вперше пробурила горизонтальну свердловину. Завдяки різкому зростанню його видобутку, названому в ЗМІ «газовою революцією», в 2009 році США стали світовим лідером видобутку газу (745,3 млрд куб. м).

Великі поклади сланцевого газу виявлені в ряді держав Європи, зокрема, в Австрії, Англії, Угорщині, Німеччині, Польщі, Швеції, Україні.

У 2010 році Україна видала ліцензії на розвідку сланцевого газу для Exxon Mobil і Shell.

Однак практичне впровадження технології буріння глибоких свердловин вимагає відповідного математичного моделювання для проектування їхніх траєкторій і використання сучасної техніки й технології для їхньої проходки. При цьому найбільший інтерес викликають питання визначення зовнішніх і внутрішніх сил, а також крутних моментів, що діють на бурильну колону в свердловині у процесах її спуску, підйому та функціонування. Різні наукові й технічні аспекти конструкцій бурильної установки, технологічних режимів буріння в наземних умовах і в морських акваторіях, а також механічних явищ, які супроводжують процеси буріння, відображені в роботах И. М. Ахметова [3], Ю. М. Басарыгина [6], И. А. Басова [7], Р. И. Стефурака [17], Ф. М. Диментберга [29], З. Г. Керимова [36], Н. В. Колесника [37], М. А. Мислюка [46], Г. М. Саркисова [58], А. Е. Сарояна [59,61], Г. М. Улитина [69], Б. Фостера [73], М. Фроста [74], В. Г. Юртаева [87], S. S. Janwadkar [96], P. Centala [99], J. F. Brett [101], J. Chow [108], R. A. Kerr [137] та інших авторів.

Моделювання сил опору й динамічних явищ, що супроводжують буріння свердловини, дозволяє вирішувати такі фундаментальні завдання як отримання стовбура необхідної форми та зниження поздовжніх і поперечних коливань колони, а також зменшення сил контактної та фрикційної взаємодії між колоною та стінкою свердловини.

При добуванні вуглеводневих палив буріння багатометрових свердловин створюється з використанням довгих глибоких конструкцій, які є частиною бурильної установки, що називаються бурильними колонами. Процес буріння − це результат руйнування гірських порід долотом, що обертається з певною швидкістю, яке перебуває під деяким навантаженням при постійному очищенні свердловини від вибуреної породи буровим розчином. Бурильна установка складається із підйомного механізму, приводного пристрою і системи подачі промивної рідини (рис. 1.1). Приводний пристрій включає бурильну колону, конструкцію її нижньої частини і бурильне долото. За допомогою приводного пристрою бурильній колоні та долоту повідомляється обертальний рух, і вони навантажуються крутним моментом і осьовою силою. У нижній частині бурильної колони осьова сила є стискуючою, тому, щоб уникнути втрату стійкості та випинання БК, в неї включаються більш товстостінні трубчасті елементи.

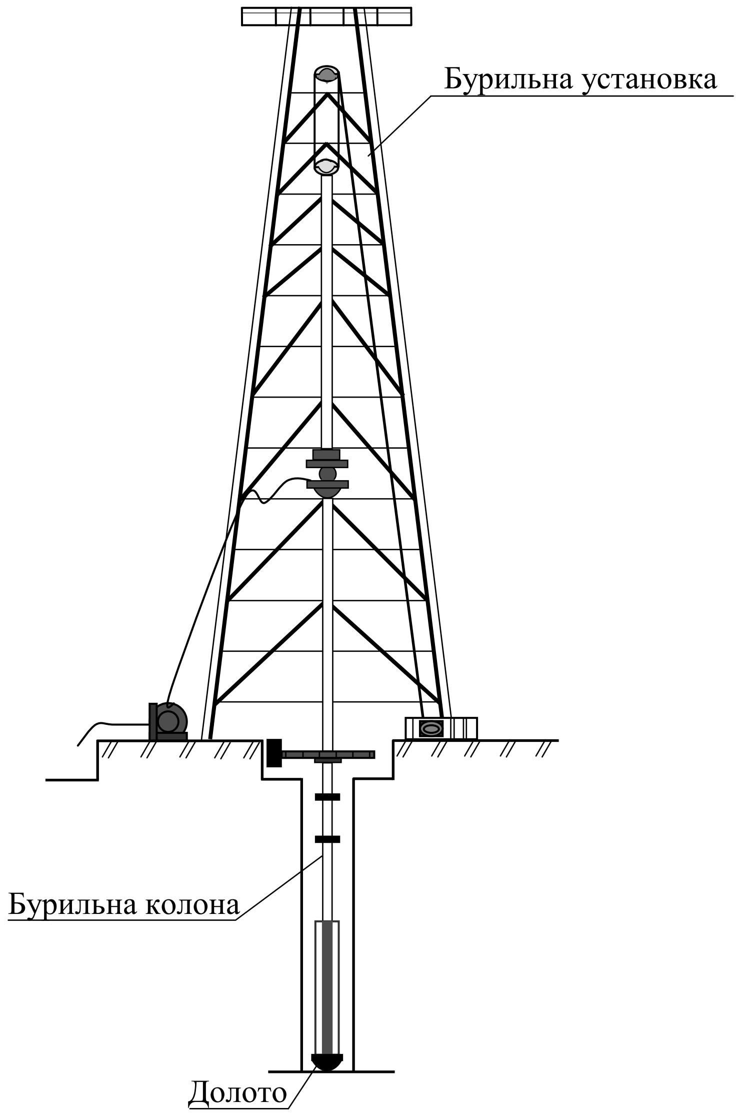


Рисунок 1.1 − Схема бурильної установки

Бурильна колона являє собою дуже гнучку конструкцію, яка в процесі буріння перебуває в режимі складного динамічного руху. Він включає поздовжні, крутильні та поперечні коливання, які, як правило виявляються суттєво нелінійними через контактну взаємодію бурильної колони зі стінкою свердловини. Ці коливання є однією з основних причин передчасного руйнування елементів бурильної колони, знижують ефективність буріння, пошкоджують стінку свердловини, викликають труднощі в управлінні траєкторією свердловини.

Тому добування вуглеводневих палив пов’язане зі значними технологічними труднощами проходки глибоких свердловин і високим показником аварійності бурильного виробництва. Причини виникнення аварій при бурінні пов’язані з можливістю появи позаштатних ситуацій, викликаних критичними станами квазістатичної рівноваги і коливань бурильних колон (БК).

Основні види позаштатних і аварійних ситуацій, які супроводжують процес буріння, описані в статтях [11, 15, 26, 52, 82, 91, 102, 107, 113, 115, 120, 121, 123, 127, 144, 147, 150-153, 157, 164, 181].

Відзначені позаштатні режими, що супроводжують процес буріння, мають складну природу і важко піддаються теоретичному моделюванню. Одним із його окремих видів є коливання кружляння.

1.2 Огляд публікацій із питань коливань кружляння бурильних колон

Поперечні коливання нижньої частини бурильної колони, як правило, викликані бічними силами, які діють на долото, тому вони можуть викликати небажані відхилення обрису свердловини від її запланованої траєкторії. Крім того інтенсивні поперечні коливання призводять до суттєвих втомних ефектів бурильної колони і можуть спричинити передчасне руйнування її нижньої частини.

Важливий клас поперечних коливань бурильної колони безпосередньо пов’язаний з її обертанням, оскільки навіть малі дисбаланси її маси, а також малі викривлення її осі можуть призводити до коливань кружляння, аналогічним коливанням неврівноважених центрифуг. Теорія, яка пояснює цей тип самозбуджених вібрацій, у механіці відома як динаміка роторів. Ця теорія має давню історію. Основні її положення представлені в монографіях И. М. Бабакова [4], Дж. П. Ден-гартога [28], Ф. М. Диментберга [29-30], Г. С. Маслова [44], Э. Л. Позняка [53], А. Тондла [66], А. П. Филиппова [72] та інших авторів. Особливості окремих аспектів, які супроводжують ці ефекти, представлені в публікаціях Р. И. Стефурака [17], В. Г. Григулецкого [20], А. С. Кельзона [35], Н. В. Колесника [37], М. Я. Кушуля [40], Е. Л. Николаи [49], Л. А. Растригина [55], Г. М. Улитина [69], R. E. D. Bishop [98], D. W. Childs [106], A. L. Kimba [138], Z. Wen [178] та інших авторів.

Однак явища, які лежать в основі процесу пружних згинальних коливань нижньої частини бурильної колони, мають суттєві відмінності від ефектів, виявлених у теорії пружних валів із роторами. Ці відмінності викликані наявністю постійної відривної та безвідривної контактної взаємодії долота з дном свердловини і її стінкою. На рис. 1.2 показані різні форми цих рухів .

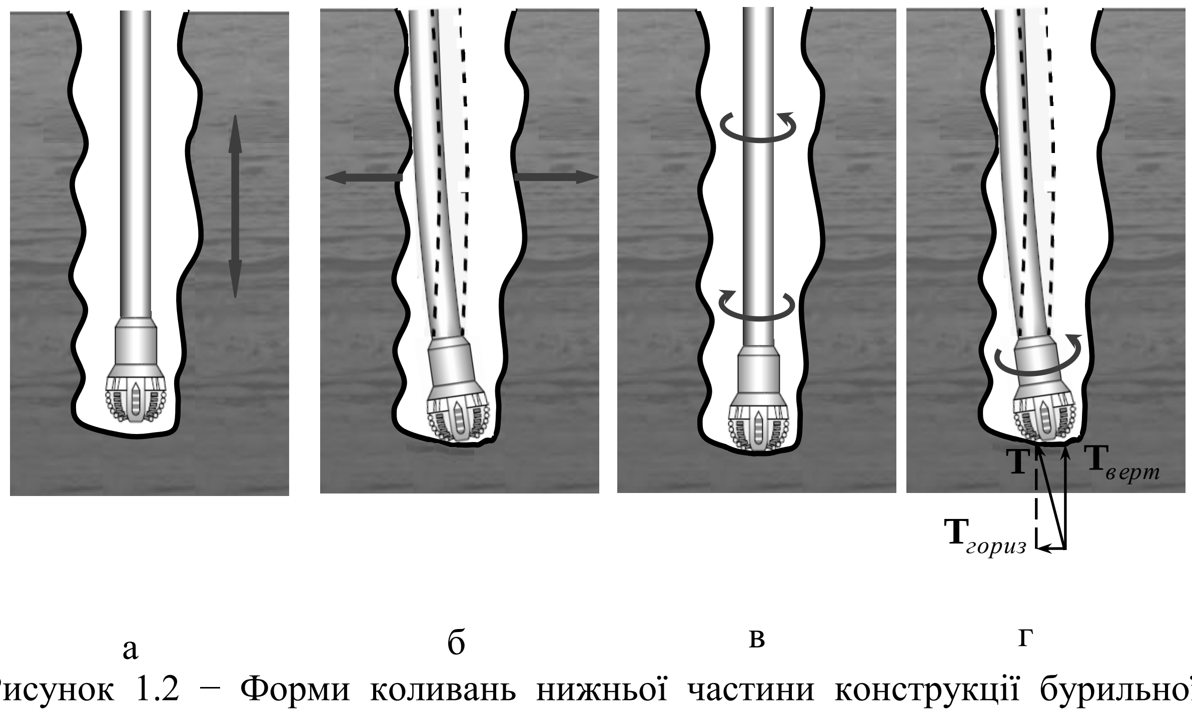


Рисунок 1.2 − Форми коливань нижньої частини конструкції бурильної колони: а − осьове биття долота; б − поперечне биття колони; в − крутильні автоколивання долота і колони; г − кружляння низу колони (whirling motion)

Так, на рис. 1.2, а показане осьове биття низу бурильної колони. Рисунок 1.2, б відображає випадок, коли бурильна колона здійснює плоске згинальне коливання і б'ється об стінку свердловини. У результаті фрикційної контактної взаємодії долота, що обертається, з породою БК може переходити в режим торсіонних автоколивань (рис. 1.2, в). Один із самих складних видів коливань виникає при згинальних коливаннях бурильної колони, що супроводжується безвідривним контактом долота і породи. В результаті цієї взаємодії долото перекочується по поверхні дна і стінки, приходячи в режим так званих whirl vibration (коливань «кружляння»), рухаючись у напрямку обертання колони (пряме кружляння, «forward whirl») або протилежному напрямку (обернене кружляння, «backward whirl»).

У даній дисертаційній роботі вивчені явища, які пов'язані з останнім видом згинальних рухів низу бурильної колони, виконаний аналіз відомих в науковій літературі математичних моделей коливань кружляння, запропоновані нові моделі, які побудовані на обліку фрикційних і неголономних ефектів, проведене комп'ютерне моделювання коливань кружляння при різних значеннях характерних параметрів.

1.2.1 Основні аспекти механіки існуючих моделей коливань кружляння бурильних колон

У науковій літературі значна частина публікацій присвячена аналізу поздовжніх і крутильних коливань бурильних колон, а також їхніх взаємодії [16, 19, 24, 25, 31, 33, 38, 39, 42, 47, 54, 60, 62, 63, 65, 67−70, 75, 83−90, 92−95, 97, 109, 110, 114, 125, 127, 154, 165, 167, 171]. Осьові (поздовжні) коливання (рис. 1.2, а) бурильної колони приводять до багаторазових виходів із контакту її долота з дном свердловини (відскоків), які чергуються з ударними контактними взаємодіями. Крутильні коливання (рис. 1.2, в) виникають в результаті самозбудження при зривній фрикційній взаємодії долота зі стінкою свердловини. Зазвичай вони реалізуються в системах із тертям, які мають падаючу характеристику, і в них можна виділити дві фази. В одній із них долото прихоплюється стінкою свердловини і перебуває в нерухомому стані (в теорії автоколивань – у стані «залипання»), в іншій воно відривається від стінки свердловини і зі збільшеною кутовою швидкістю ковзає вздовж неї.

Детальне вивчення коливань кружляння почалося, мабуть, з робіт Jansen [131−134]. На основі математичної моделі «маса-пружина», в якій долото замінене жорстким диском, а пружна бурильна колона − пружиною, в цих роботах зроблена спроба пояснення коливань прямого і зворотного кружляння. При цьому однак, пряме кружляння пояснюється як результат звичайного колового руху в нерухомій системі координат долота, яке має дисбаланс маси. У цій постановці контакт диска з дном і стіною свердловини не враховується. Зворотне кружляння моделюється як ефект кочення ободом диска по стінці свердловини.

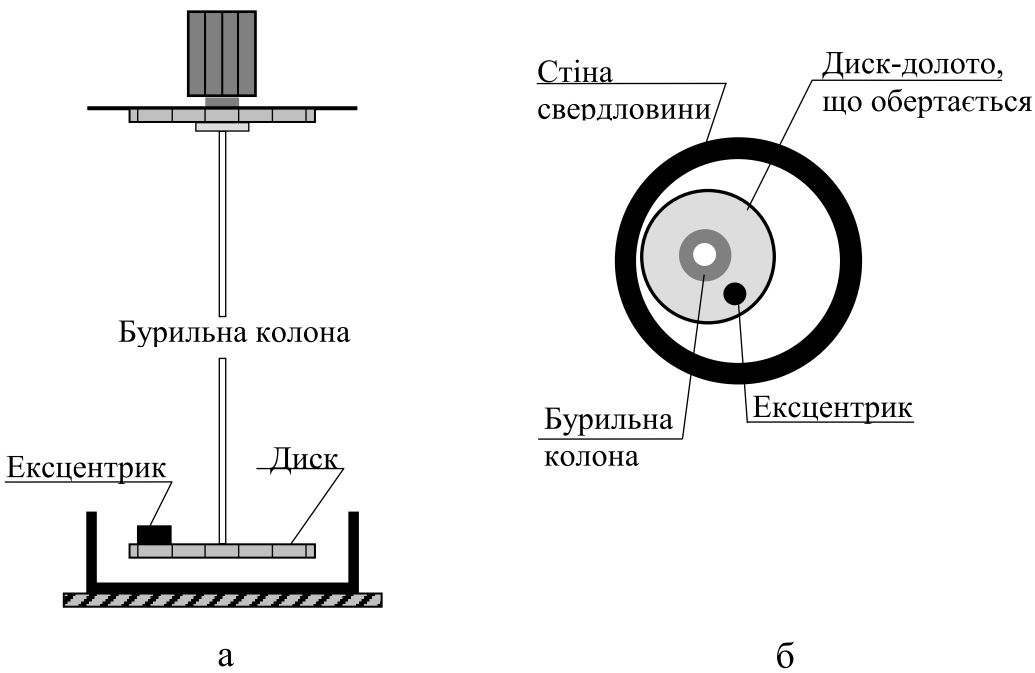


Рисунок 1.3 − Вид збоку (а) і зверху (б) моделі коливань кружляння [154]

Контакт диска з дном свердловини теж не враховується. Конструктивна схема такої моделі наведена, наприклад, у роботі Liao, Vlajic, Karki та Balachandran [154]. За допомогою цієї моделі робиться твердження про можливості її застосування для пояснення механізму самозбудження прямих і зворотних коливань кружляння. З цими висновками навряд чи можна погодитися, оскільки запропонована модель є занадто спрощеною і не може виявити основні ефекти, які властиві системі. Дійсно:

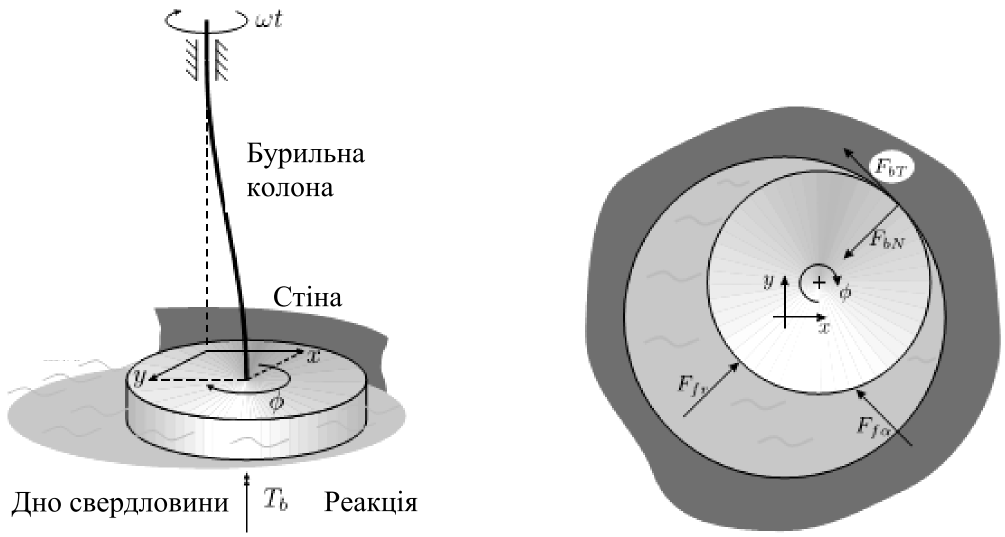
1. Основною силою, яка діє на долото при бурінні, є осьова сила тяжіння **T**, що притискає долото до дна свердловини. Вона направлена вертикально (рис. 1.2, г).

При згинанні БК і її нахилі, сила **T** повертається і виникає її горизонтальна компонента $\mathbf{T}_{гориз}$. З цією силою долото може притискатися до стінки свердловини. Зазвичай сила **T** змінюється в межах $10^4 \le \mathbf{T} \le 10^6$ Н (Leine та інші, [142]) причому навіть у найбільш несприятливих випадках $\mathbf{T}_{гориз}$ не перевищує 10 % від **T**. Тому, на нашу думку, при аналізі балансу сил, які діють на долото, в першу чергу потрібно враховувати дію вертикальної сили **T**.

2. При створенні математичної моделі в першу чергу необхідно враховувати взаємодію долота з дном свердловини і лише в міру розвитку коливального процесу, коли поперечні переміщення стають великими і перевищують міжтрубний зазор, можна приступати до врахування контакту долота зі стінкою свердловини.

3. У цих випадках характер руху долота значною мірою залежить від геометрії долота і дна свердловини. Навряд чи в цьому випадку доречно моделювати долото круглим плоским диском.

Тим не менше, модель «диск-пружина» отримала широке поширення і використовувалася багатьма авторами. Так, Leine та співавтори [143] застосовували таку модель для опису ковзання (фрикційна модель) і кочення без ковзання (модель ролика) долота по стінці свердловини (рис. 1.4). З її допомогою вивчається стійкість цього процесу.



а б

Рисунок 1.4 − Схема коливань кружляння (дискова модель [143]): а − схематична модель; б − схема діючих сил

Аналогічна, але не настільки складна дискова модель обговорюється також у роботі Abdul Majeed та інших [118], однак у ній додатково врахована інерційна властивість приводного пристрою. У статті Vijayan та інших [172] також врахований вплив інерції приводного пристрою, який розглядається як додатковий (другий) диск. За допомогою такої моделі досліджується зворотне кружляння долота.

На основі результатів аналізу коливань кружляння, за допомогою дискової моделі Warren та інших [177], Langeveld [141], Mensa-Wilmot та Alexander [149], Brett та інших [100], Chen та інших [104], Johnson [135] запропонували нову конструкцію доліт, які зм’якшують ефект коливань кружляння. Наступне ускладнення дискової моделі коливань кружляння отримало за рахунок врахування пружної податливості труби бурильної колони в її нижній частині. Такі ускладнення представлені в роботах Ahmadian та інших [89], Jansen [132], Yigit та Christoforou [179, 180], Wen [178], Janwadkar та інших [96]. У них враховується фрикційна й ударна взаємодія долота зі стінкою свердловини, виводяться рівняння коливань системи, які потім інтегруються числовими методами, обговорюються результати комп'ютерного моделювання. Серед публікацій даного напряму особливе місце займають статті Kovalyshen [139, 140], в яких уперше відмічено, що форма коливань кружляння значною мірою залежить від геометрії долота. Ним враховані дисбаланси маси долота і прийнято до уваги його форма, розроблена спрощена математична модель зі скінченним числом ступенів вільності. З їхньою допомогою виконано моделювання прямих і зворотних коливань кружляння. У деяких роботах зроблені спроби врахування спільного впливу одине на одного коливань кружляння з коливанням кручення. На основі спрощеної дискової моделі такі дослідження виконані в статтях Vlajic та інших [112], Wu та інших [116], Mihajlovic та інших [130], Tucker та Wang [166], Vandiver та інших [170].

Завершуючи огляд наукових публікацій в цьому напряму, відзначимо, що всі вони побудовані на базі спрощеної дискової моделі та, як відмічено вище, не враховують дію поздовжньої стискаючої сили, геометрії долота і фрикційної взаємодії його з дном свердловини. Тим часом, як відзначено в публікації Stroud [163], коливання кружляння є найбільш типовим динамічним процесом, який супроводжує, як свідчить практична статистика, 40 % всіх пробурених свердловин, при цьому частота коливань кружляння може від 5 до 30 разів перевищувати кутову швидкість обертання самої бурильної колони і призводити до втомленості та руйнівної взаємодії конструкції нижньої частини бурильної колони. Враховуючи, що в науковій літературі ці коливання вивчаються за допомогою дуже спрощених математичних моделей можна відмітити, що проблема розробки більш точної математичної моделі, складеної з урахуванням дії осьової сили, реальної геометричної форми долота і врахування його контактної взаємодії з дном свердловини є актуальною. Ці питання розглядаються в даній дисертаційній роботі.

У ній запропонована нова модель, в якій розглядається початковий процес коливань кружляння, в якому бурильна колона зазнає малих пружних згинань, а долото відхилилося від свого робочого стану на малу величину і ковзає по поверхні дна свердловини, не вступаючи в контакт з її стінкою, при цьому здійснюється фрикційна взаємодія між поверхнями долота і дна свердловини. Результати дослідження запропонованої моделі представлені в публікаціях дисертанта [83,85].

1.2.2 Основні аспекти механіки згинальних коливань бурильних колон, які базуються на фрикційній і неголономній моделях кочення долота

Як зазначено вище, одним із найбільш складних механізмів руху володіють згинальні коливання низу БК, викликані дією на долото змінних з часом нормальних і дотичних сил контактної та фрикційної взаємодії долота з дном і стінкою свердловини (рис. 1.2, г). У цьому випадку геометричний центр долота починає рухатися навколо осьової лінії свердловини, обганяючи або відстаючи від обертального руху самої колони. Схожі рухи здійснюють під дією гіроскопічних сил інерції, гіроскоп або ротор центрифуги пральної машини старої конструкції. У механіці вони отримали назву прецесійних коливань. У роботах [110, 125, 134, 142, 168] відзначається, що описаний вище рух центра долота має іншу природу і для його визначення використовують термін “whirling” – кружляння. Як прокоментовано в п. 1.2.1, воно вивчалося на вельми спрощених фізичних і математичних моделях з однією або двома ступенями вільності при різних законах фрикційної взаємодії долота зі стінкою та дном свердловини. Ці моделі дуже далекі від реальної системи і слабко відображають реальні динамічні процеси.

У той же час експерименти та спостереження показують, що при деяких режимах коливань кружляння долото починає перекочуватися по криволінійній поверхні дна свердловини (рис. 1.5), а його центр рухається за досить складними траєкторіями, які нагадують багатопелюсткову квітку, з утворенням на поверхні стінки свердловини системи жолобів, неприпустимих за технічними умовами буріння [126, 168]. При цьому можлива реалізація двох видів руху долота. В одному з них кочення долота відбувається з проковзуванням, і між його поверхнею S_2 і дном свердловини S_1 в точці контакту G виникає сила тертя, направлена вздовж дотичної до траєкторії руху точки контакту. У цьому випадку моделювання руху долота повинне здійснюватися з використанням фрикційної моделі кочення з ковзанням. Дослідження таких автоколивань виконане в роботі [126].

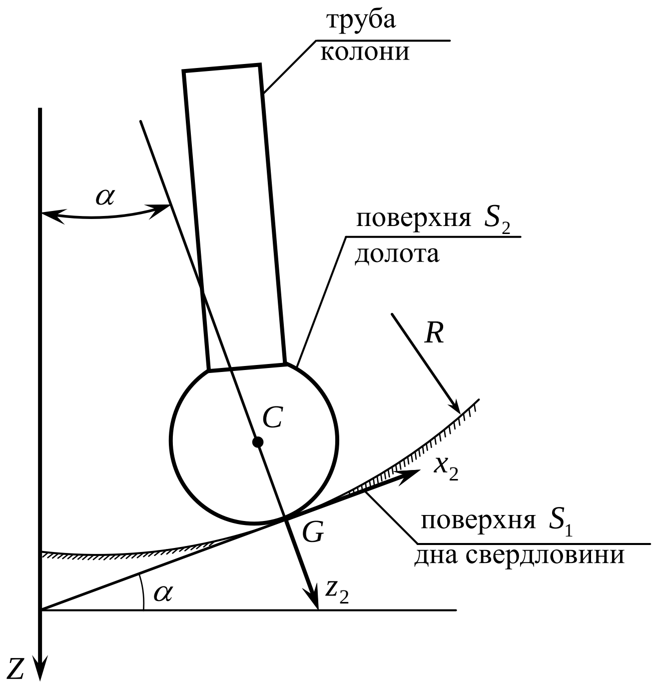


Рисунок 1.5 – Геометрична схема контакту поверхні S_2 долота з поверхнею S_1 дна свердловини

У другому виді руху долото, що обертається, перекочується без проковзування по поверхні дна свердловини, підпорядковуючись умовам кінематичних (неголономних) в’язей. Вивчення автоколивань такої системи може бути здійснене тільки методами неголономної механіки. Дана робота присвячена проблемі комп’ютерного передбачення та моделювання явища коливань кружляння долота і бурильної колони за допомогою як фрикційної, так і неголономної моделей.

Дослідження динаміки тіла, яке котиться без проковзування по твердій поверхні, багато в чому визначили розвиток аналітичної динаміки неголономних систем (тобто систем з диференціальними неінтегруючими в'язями) наприкінці XIX – на початку XX століття [43]. Термін «неголономні системи» був введений у механіку Г. Герцем у 1894 р. в його творі. Задачі про кочення тіла по твердій поверхні, зазвичай сприяють необхідності вивчення неголономних систем. Найпростішим прикладом неголономної системи є куля, яка рухається без ковзання по площині. Початок неголономної механіки пов'язаний ще з працями Ж. Лагранжа і М. В. Остроградського. Однак якісна відмінність між голономними і неголономними системами була чітко встановлена тільки на рубежі XIX і XX століть, коли з'ясувалося, що рух неголономної системи, на відміну від голономної не може бути описаний рівняннями Лагранжа другого роду.

Розробка багатьох питань механіки неголономних систем тісно пов'язана з застосуванням методів теорії диференціальних рівнянь і диференціальної геометрії. Загальне геометричне трактування проблем руху таких систем сприяло створенню нового розділу диференціальної геометрії – неголономної геометрії, основу якої складає задача про кочення без ковзання однієї поверхні по іншій [48]. Вона формулюється таким чином. Є нерухома поверхня S_1 і рухома поверхня S_2, яка контактує з S_1 в точці дотику G (рис. 1.6). Задана вектор-функція $\boldsymbol{\omega}(t)$ залежності миттєвої кутової швидкості $\boldsymbol{\omega}$ поверхні S_2 від часу t. Потрібно побудувати траєкторії l_1 і l_2 рухи точки G на кожній з поверхонь.

Таким чином, якщо ототожнити поверхні S_1 і S_2 на рис. 1.5 з поверхнями S_1 і S_2 на рис. 1.6, то можна зробити висновок, що розглянута проблема неголономної геометрії значною мірою аналогічна задачі про кочення долота по дну свердловини.

При розв’язанні цієї задачі необхідно враховувати, що в кожен момент часу поле швидкостей точок рухомої поверхні S_2 таке ж, як би вона оберталася з деякою кутовою швидкістю $\boldsymbol{\omega}$ навколо деякої осі, що проходить

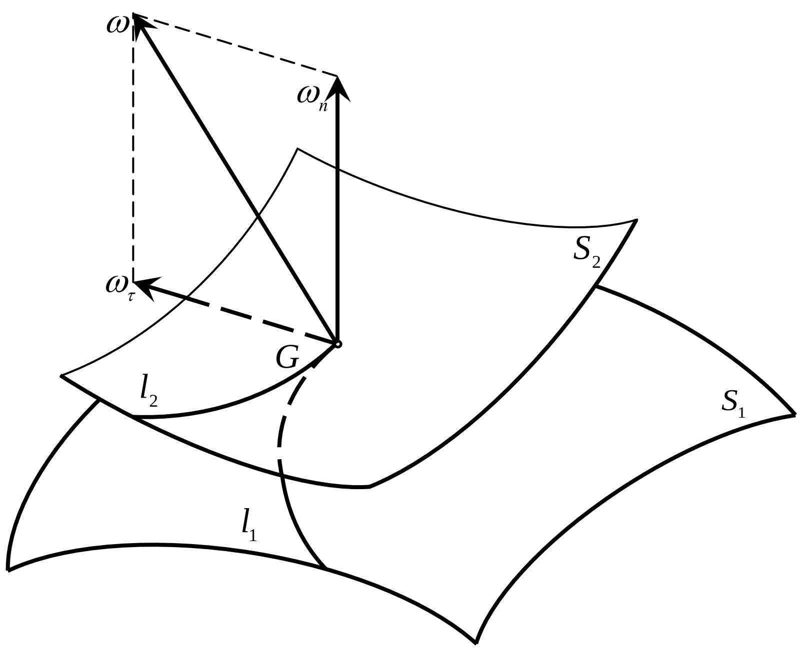


Рисунок 1.6 – Кочення з вертінням поверхні S_2 по поверхні S_1

через точку дотику. Залежно від напрямку миттєвої осі обертання розрізняють чисте або власне кочення і так зване вертіння. Чисте кочення має місце у разі, коли миттєва вісь обертання рухомої поверхні лежить у площині, дотичній до обох поверхонь, і вертіння – коли миттєва вісь обертання нормальна до цієї площини.

У загальному випадку кочення поверхні S_2 по поверхні S_1 можна розкласти на чисте кочення і чисте вертіння відповідно до розкладання вектора $\boldsymbol{\omega}$ на складову $\boldsymbol{\omega}_\tau$, яка лежить у дотичній площині, і складову $\boldsymbol{\omega}_n$, нормальну до поверхонь (рис. 1.6).

При моделюванні цього процесу для написання диференціальних рівнянь в'язей кочення однієї поверхні по іншій потрібно знайти співвідношення, які пов'язують приріст $d\theta$ кута повороту рухомої поверхні біля її точки дотику до нерухомої поверхні з лінійними елементами dl_1 і dl_2, які описуються точкою дотику на кривих l_1 і l_2. Для цього кут повороту $d\theta$ рухомої поверхні зручно розкласти на кути повороту чистого кочення $d\theta_r$ і чистого вертіння $d\theta_s$.

Як показано в роботі [48], кут $d\theta_r$ при заданій величині dl визначається радіусами R_1^n і R_2^n нормальної кривизни ліній l_1 і l_2, тоді як кут $d\theta_s$ залежить від радіусів R_1^g і R_2^g їх геодезичних кривизн.

В окремому випадку, якщо обидві поверхні S_1 та S_2 є сферами, то радіуси R_1^n та R_2^n постійні і доводиться шукати лише радіуси R_1^g та R_2^g при заданих $\boldsymbol{\omega}_n$ та $\boldsymbol{\omega}_\tau$.

Задача про кочення з вертінням суттєво ускладнюється, якщо вектори $\boldsymbol{\omega}_\tau(t)$ та $\boldsymbol{\omega}_n(t)$ не є заданими, а мають бути визначені з яких-небудь додаткових умов. Так, у неголономній механіці вважається, що поверхні S_1 та S_2 обмежують тверді шорсткі тіла, які мають масу, і їхній взаємний рух без ковзання здійснюється в результаті прикладання до них сил, які залежать (або не залежать) від часу t. Тоді складаються динамічні рівняння руху тіл, для яких кінематичні умови їхньої контактної взаємодії відіграють роль неголономних в'язей. У такій постановці розв’язані задачі про кочення без ковзання тіл простих форм простими поверхнями [48]. Зокрема, показано, що залежно від початкових умов кочення шорсткої кульки по шорсткій сферичній поверхні може приймати непередбачені форми і супроводжуватися рухом точки їх контакту вздовж деяких гладких синусоїдальних траєкторій, кривих із точками повернення і петлеподібних кривих (рис. 1.7, а, б, в, відповідно).

У той же час показано, що зі зміною геометрії контактуючих тіл задачі неголономної динаміки ускладнюються, а при русі системи, яка визначається їхніми розв’язками, можуть бути реалізовані найнесподіваніші динамічні процеси. Мабуть, найбільш яскравим з відомих прикладів неголономних систем є двоколісні та навіть одноколісні (моноцикли) велосипеди, які зберігають стійкість свого вертикального положення, завдяки наявності неголономної керованої в'язі.

Умови кочення з вертінням можуть бути реалізовані й у системі долото-дно свердловини. Вони забезпечуються за рахунок наявності на поверхні

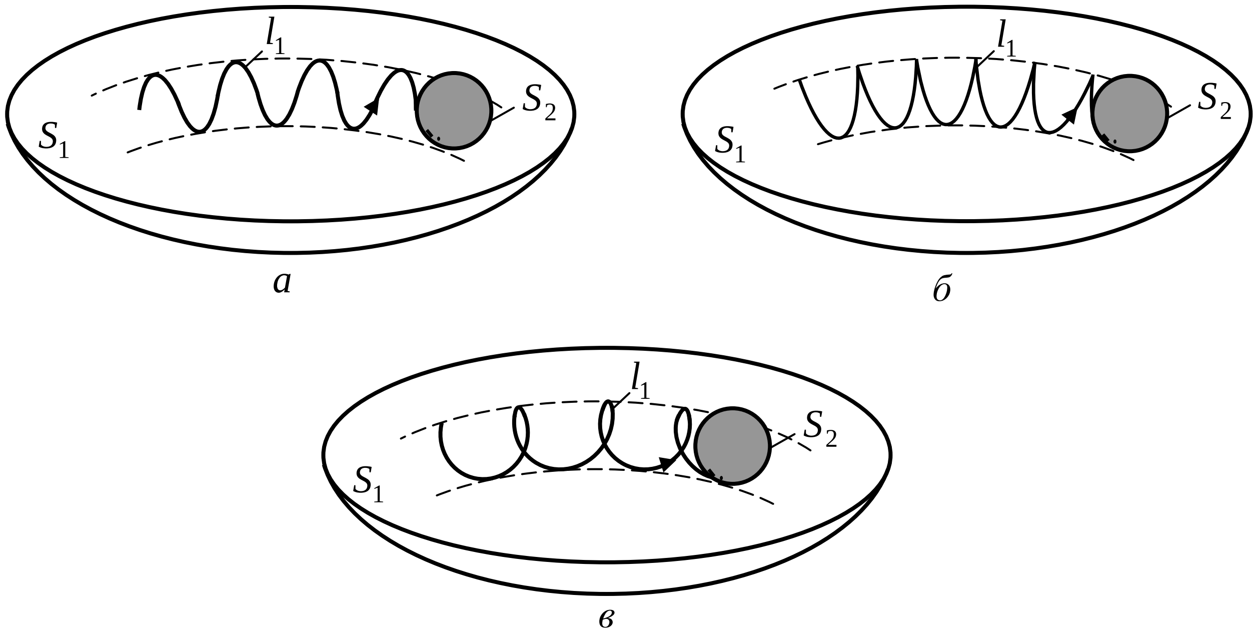


Рисунок 1.7 – Геометричні місця положень точок контакту G кульки S_2 з сегментом S_1 нерухомої сфери

долота діамантових вкраплень, які при коченні відіграють роль твердих інденторів, що вдавлюються в скельну породу на поверхні дна свердловини і перешкоджають ковзанню долота по ній. Оскільки поверхні долота і дна свердловини можуть мати різні геометричні форми, в процесі буріння можливі переходи руху долота від чистого вертіння (штатний процес буріння) і його додатковим коченням, відходу з вертикалі точки дотику долота з дном свердловини та викривлення осі бурильної колони. Для дослідження цих явищ необхідно поставити задачу про пружні поперечні коливання бурильної колони, в якій неголономні в'язі є граничними умовами для рівнянь руху БК.

На закінчення цього підрозділу ще раз відзначимо, що в механіці існують дві домінуючі моделі, які ілюструють рух одного твердого тіла по поверхні іншого. Більш загальна постановка полягає в дослідженні відносного руху твердих тіл з урахуванням контактної взаємодії та сили тертя, яка може бути, наприклад, сухою (кулонівською) або в’язкою (пропорційною швидкості). Проте така постановка не допускає детального якісного аналізу динаміки тіл внаслідок своєї складності. Фактично, тут можна відмітити лише декілька простих розв’язків для руху сферичного тіла.

Більш простою і наглядною є неголономна модель руху тіла без проковзування. Але можна відмітити, що така модель є менш поширеною на практиці у зв’язку з тим, що відносне проковзування одного тіла на поверхні іншого може бути властиве практично будь-яким шорстким тілам. Адже рух долота по поверхні дна свердловини в даному випадку може бути винятком, завдяки тому, що відносному проковзуванню можуть суттєво перешкоджати алмазні вкраплення, які виключають можливість ковзання одного тіла по поверхні іншого. В цьому випадку говорять про абсолютну шорсткість контактуючих тіл і про умови існування повного зчеплення між ними. Відзначимо, що в даній роботі дослідження руху долота по дну свердловини проводилося на основі обох (фрикційної та неголономної) моделей.

1.2.3 Проблема механіки кельтських каменів і її аналогія із задачею кочення долота, зв’язаного з пружною колоною

Вище були розглянуті приклади неголономної контактної взаємодії твердих тіл і обговорені фрикційні і кінематичні моделі динаміки цього руху. Існує ще один приклад такої взаємодії, який має пряме відношення до нашої задачі, так як він є пов'язаний з прямими і зворотними кружляннями тіла з випуклою поверхнею, як це має місце у випадку з долотом пружної бурильної колони. Ця задача називається проблемою кельтських каменів.

Її історія така. В кінці XIX століття було виявлено один із найбільш дивовижних динамічних ефектів неголономної механіки, пов'язаний із так званою проблемою кельтських каменів і полягає в уявному порушенні закону фізики про збереження незмінним моменту кількості руху системи. Він реалізується для еліпсоїдних твердих тіл з деяким порушенням властивостей геометричної або інерційної симетрії (кельтських каменів) (рис. 1.8). Якщо таке тіло ввести в зіткнення з шорсткою горизонтальною поверхнею і закрутити відносно вертикальної осі, то воно через деякий час перестане обертатися і після нетривалих нерегулярних коливань відносно горизонтальної осі без будь-якої зовнішньої дії починає знову обертатися навколо вертикальної осі, але вже в другому напрямку. Для деяких форм твердих тіл такі зміни напрямків обертання відбуваються неодноразово.

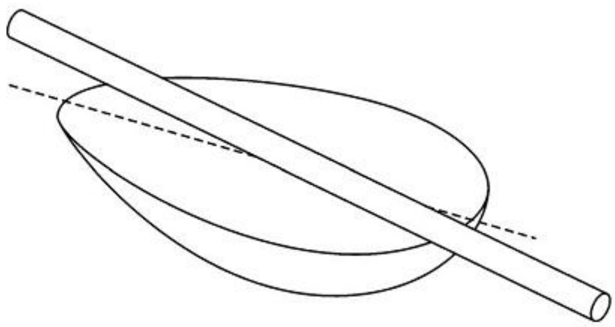


Рисунок 1.8 – Кінематична модель кельтського каменя

При цьому точка контакту тіла з площиною описує на ній досить складні траєкторії. На етапах обертових рухів вони мають вид розширюючих або звужуючих спіралей, під час переходу через режим коливань – вид складних кривих з петлями і точками повернення.

Перший опис і фізичне пояснення цього ефекту, встановленого понад сто років тому археологами при розкопках жител давніх кельтів, було дане американським фізиком Г. Т. Уолкером в 1895 р. [174]. Пізніше для аналізу незвичайної поведінки кельтського каменя були використані дві основні динамічні моделі. Більш загальна та складна постановка задачі полягає в дослідженні руху твердого тіла по горизонтальній площині з урахуванням ефекту проковзування і наявності сил тертя в точці контакту тіл. Через свою складність вона виявилася менш привабливою і плідною. Простою і наочною є неголономна модель руху кельтського каменя, за допомогою якої вдалося виявити основні властивості та якісні особливості його поведінки [145, 155, 175].

Не зупиняючись докладно на історичних і описових аспектах, які стосуються руху кельтських каменів, відзначимо тільки, що вони детально обговорюються в літературі, наведеній у монографії [43]. Цією задачею займалися також Г. Герглотц (1941) і К. Магнус (1974), які в основному досліджували питання стійкості. Поряд з ними проблему кельтських каменів вивчали І. С. Астапов, О. В. Борисов, І. С Мамаєв і О. О. Кілін [9], А. В. Карапетян, А. П. Маркеєв [43], Кейн і Левисон (T.R. Kane, D. A. Levison), М. Паскаль (M. Pascal) [155], Ліндберг, Лонгман (R. E. Lindberg, R. W. Longman) [145].

Зовні аналогічні рухи може здійснювати долото колон глибокого буріння, хоча задача його руху виявляється дещо складна, оскільки долото зв'язане з пружною бурильною колоною. При роторному способі буріння різання породи здійснюється долотом, закріпленим на нижньому кінці бурильної колони, підвішеної в свердловині за верхній кінець. При цьому обертання долота здійснюється за рахунок обертання всієї бурильної колони в результаті дії на її верхній кінець привідного крутного моменту.

У робочому стані, коли колона упирається нижнім кінцем у дно свердловини, на неї діють стискувальна сила вертикальної реакції, крутний момент і відцентрові сили інерції обертового руху, які сприяють зменшенню її згинальної жорсткості або навіть можуть призвести до її біфукаційного випинання. Як відмічено в роботах [109, 134, 142], в результаті таких деформацій порушується співвісність колони і долота, вісь долота повертається на деякий кут відносно осі свердловини і долото починає дотикатися її дна на певній віддалі від осі системи.

Відмітимо ще раз, що в цьому випадку, як і в проблемі кельтських каменів, можливі два режими руху, які відрізняються характером взаємодії долота з дном свердловини і тому описуються різними математичними моделями. Так, якщо сила притиснення долота до дна невелика і зчеплення між ними порушене, то має місце звичайна фрикційна взаємодія, яка моделюється законом тертя Амонтона-Кулона.

Дослідження динаміки долота за допомогою такої моделі виконане в роботі [126]. Ситуація істотно змінюється зі збільшенням осьової сили притиснення долота до дна свердловини і наближенням її до ейлеревого критичного значення. Тоді згинальна жорсткість колони зменшується, вона випинається, а алмазні вкраплення, які є на поверхні долота, заглиблюються в скальну породу. При цьому долото втрачає здатність ковзати по дну свердловини і починає перекочуватися по його поверхні, відстаючи або випереджаючи обертання колони. В результаті точка контакту долота з опорною площиною може описувати досить складні траєкторії, які містять петлі й точки зламу, і змінювати, як це має місце з кельтськими каменями, напрямок руху. Аналіз динаміки таких систем проводився переважно на натурних моделях або за допомогою спрощених математичних моделях. Оскільки в'язь, яка накладається на систему, при таких умовах є кінематичною, для дослідження динаміки її руху доцільно застосовувати методи неголономної механіки.

На основі такої постановки задачі в статті дисертанта [124] досліджена динаміка вертіння і кочення без ковзання сферичного долота по сферичній поверхні дна свердловини. Відзначено, що коливання кружляння долота можуть супроводжуватися трьома видами стійких і нестійких рухів, пов'язаних і з прямим і зворотним коченням долота і його чистим вертінням.

Причому форми цих рухів значною мірою залежать від згинальної гнучкості БК, яка визначається не тільки її механічною жорсткістю, але і близькістю її стану до ейлеревої нестійкості. Зроблений висновок про необхідність розгляду руху доліт еліпсоїдної форми.

Проте, як показано в роботі [48], з переходом від сферичних тіл до еліпсоїдних задача про кочення без ковзання тіла на площині суттєво ускладнюється. Тим не менш, оскільки долота в формі витягнутих і сплюснених еліпсоїдів широко зустрічається в конструкціях колон глибокого буріння, питання дослідження впливу їх геометрії на форми протікання коливань кружляння являють суттєвий інтерес. Ці питання розглядаються в даній роботі.

Відмітимо, що завдяки тому, що кельтські камені – окремі тверді тіла, що обертаються, не зв’язані з якими-небудь пружними елементами, як правило, задачі про їхній рух розв’язуються аналітичними методами. Однак долото бурильної колони являє собою більш складну систему, так як його рух пов’язаний зі згинальними коливаннями пружної БК. У зв’язку з цим для опису коливань кружляння повинні залучатися числові методи з орієнтацією на комп’ютерне моделювання динамічних процесів.

1.2.4 Числові методи розв’язання задач коливань кружляння бурильних колон

Як відзначено вище, задача неголономної механіки про кочення одного тіла по поверхні іншого має аналітичний розв’язок лише для тіл простої конфігурації та зводиться, в основному, до проблеми руху вільного тіла сферичної форми по площинах або поверхнях обертання (сферичних, еліпсоїдних, параболоїдних, гіперболоїдних поверхонь обертання) [9, 43, 48]. У деяких випадках такі задачі мають аналітичний розв’язок. Задачі про кочення долота по дну свердловини виявляються набагато складнішими, оскільки в них вивчається динаміка пружного стержня, що обертається, зі складними кінематичними граничними умовами. Підкреслимо, що в цьому випадку розглянуте явище описується складними диференціальними рівняннями з частинними похідними, які не допускають аналітичного розв'язання. Тому для їхнього аналізу використовуються комп'ютерні методи, зокрема для дискретизації рівнянь по просторовій змінній, яка зв'язана з осьовою лінією бурильної колони, використовується метод скінченних різниць, а інтегрування рівнянь за часом здійснюється за допомогою неявної скінченно-різницевої схеми. Відзначимо, що така схема відрізняється порівняно невисокою точністю, проте вона має обчислювану стійкість при будь-яких співвідношеннях між кроками дискретизації по просторовій і часовій змінних. У цьому випадку достатня точність розв'язання забезпечується за рахунок вибору довільно малого значення кроку дискретизації за часом, в наших обрахунках він складає $\Delta t = 10^{-4}$ с .

1.3 Висновки до розділу 1

У розділі 1 виконано аналіз теоретичних і прикладних аспектів проблеми коливання кружляння бурильної колони у вертикальний свердловинах. Здійснено огляд вітчизняної та зарубіжної літератури.

1. Продемонстровано, що в процесі буріння колона у вертикальній свердловині піддається динамічному впливу навантажень складної конфігурації, які збурюють її коливання у формі осьового биття, поперечного биття, крутильних коливань долота і колони, а також коливань кружляння її низу (whirling motion). Встановлено, що всі ці коливання мають складну структуру і їхня природа вивчена недостатньо. При цьому найбільш складну форму мають коливання кружляння, при яких долото перекочується і ковзає за складними траєкторіями по низу свердловини. Відзначено, що виділяють два види коливань: пряме кружляння, при якому центр долота при його русі навколо осі свердловини рухається в напрямку, який співпадає з напрямом осі бурильної колони, й обернене кружляння, при якому центр долота рухається навколо осі колони в напрямку, протилежному її обертанню.

2. Встановлено, що зазвичай теоретичне моделювання коливань кружляння здійснюється із застосуванням спрощених математичних моделей, в яких вважається, що контакт долота з породою може здійснюватися тільки на бічній поверхні стінки свердловини. Зазначено, що такі моделі мають суттєві недоліки, оскільки найбільші сили контактної взаємодії долота з поверхнею свердловини мають місце на поверхні дна, а сили притиснення долота до стінки свердловини, як правило, малі. Крім того, такі моделі можуть описувати тільки явища оберненого кружляння долота, які проходить зі швидкістю, меншою кутової швидкості обертання БК. В той час, як експериментальними дослідженнями встановлено, що при згинальних коливаннях бурильної колони можуть мати місце і прямі кружляння, а швидкість кружляння може суттєво перевищувати кутову швидкість БК.

3. Зроблено висновок про актуальність задачі комп’ютерного моделювання прямих та обернених коливань кружляння бурильної колони із застосуванням фрикційних моделей, коли долото може ковзати по дну свердловини, і неголономних моделей, коли долото перекочується по дну свердловини без проковзування.

РОЗДІЛ 2
АНАЛІЗ ПРУЖНИХ КОЛИВАНЬ БУРИЛЬНОЇ КОЛОНИ ПРИ КОЧЕННІ СФЕРИЧНОГО ДОЛОТА ПО КРИВОЛІНІЙНІЙ ПОВЕРХНІ ДНА СВЕРДЛОВИНИ

Добування розвіданих нафтових і газових ресурсів пов’язане зі значними технологічними труднощами проходки глибоких свердловин. Критичні згинальні випинання бурильної колони (БК) [15, 48, 125] та її вібрації, які включають одночасно декілька різних коливальних явищ [126, 127], суттєво ускладнюють виділення кожного з них і не дозволяють оцінити та пояснити їхні механізми. У випадку, коли на долото діють нормальні та дотичні сили контактної та фрикційної взаємодії долота зі стінкою свердловини, геометричний центр долота починає рухатися навколо осьової лінії свердловини, випереджаючи чи відстаючи від обертального руху самої колони. У механіці такі коливання отримали назву прецесійних коливань. Як зазначено в англомовній науковій літературі [109–110, 131–133], описаний рух центра долота має іншу природу. Він вивчався на вельми спрощених фізичних та математичних моделях і отримав назву "whirling" – кружляння.

У даному розділі розглянуті задачі, коли сферичне долото рухається по сферичній або еліпсоїдальній поверхні дна свердловини.

2.1 Фрикційна модель пружних коливань системи при коченні сферичного долота по сферичній поверхні дна свердловини

2.1.1 Рівняння пружних поперечних коливань бурильної колони

Провідним положенням у технології буріння нафтових і газових свердловин займає роторний спосіб, при якому різання породи здійснюється долотом, закріпленим на нижньому кінці бурильної колони.

Задача про згинальні коливання попередньо напружених стрижнів, що обертаються, має безпосереднє застосування до динаміки колон глибокого буріння. Довжини таких колон досягають до 10 км. В умовах експлуатації вони піддаються дії поздовжніх сил тяжіння, крутного моменту, сил інерції обертального руху, а також сил інерції внутрішнього потоку промивної рідини (рис. 2.1).

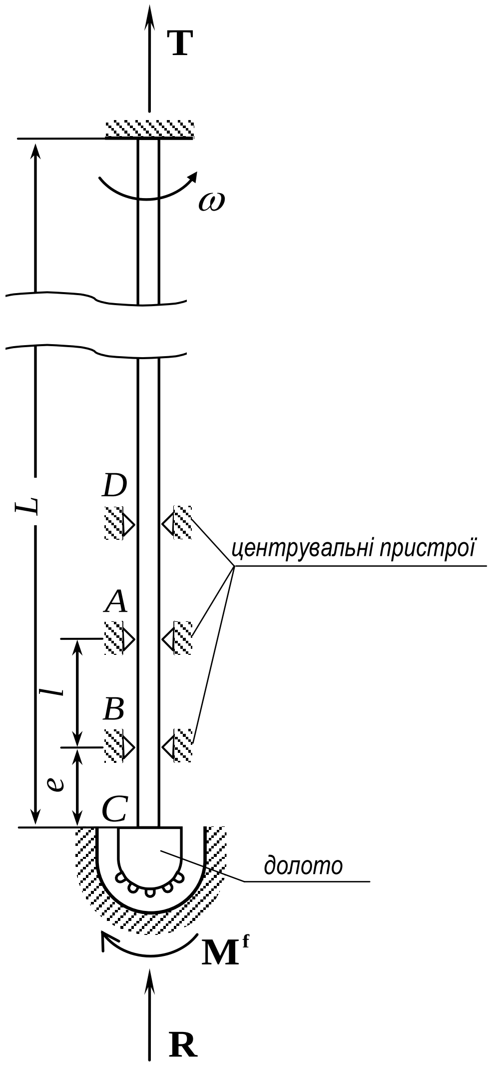


Рисунок 2.1 − Розрахункова схема бурильної колони в глибокій свердловині

Для моделювання коливань кружляння системи бурильна колона-долото представимо колону як довгий трубчастий пружний стрижень, який напружений поздовжньою силою T і крутним моментом M_z, що обертається зі сталою кутовою швидкістю ω навколо своєї поздовжньої осі. В каналі труби БК зі швидкістю V рухається рідина з густиною ρ_p. Дослідимо коливання стрижня в системі координат $Oxyz$, що обертається, відносно осі Oz, направленою вздовж поздовжньої осі недеформованого стрижня.

Для виведення рівнянь динаміки виділимо елемент труби довжиною dz. Рівняння рівноваги внутрішніх моментів відносно осей Oy, Ox системи $Oxyz$, що обертається, мають вигляд [4, 8, 27, 51]:

$$
\begin{aligned}
&dM_y - Q_x dz - Tdu - M_z d\left(\frac{dv}{dz}\right) = 0,\\
&dM_x - Q_y dz - Tdv + M_z d\left(\frac{du}{dz}\right) = 0.
\end{aligned}
\qquad (2.1)
$$

де dM_y, dM_x − приріст пружних моментів;

$Q_x dz$, $Q_y dz$ − моменти перерізаючих сил пружності Q_x, Q_y відповідно з плечами dz;

Tdu, Tdv − моменти внутрішньої осьової сили попереднього напруження T, які створюються приростами du, dv на відрізку dz поперечних переміщень u, v вздовж осей Ox, Oy;

$M_z d(dv/dz)$, $M_z d(du/dz)$ − згинальні моменти, викликані зміною орієнтації крутного моменту M_z, завдяки приростам $d(dv/dz)$, $d(du/dz)$ кутів повороту dv/dz, du/dz на відрізку dz.

За теорією згину балок згинальні моменти сил пружності, що входять у систему, підраховуються за формулами:

$$
M_y = -EI\frac{d^2u}{dz^2}, \qquad M_x = -EI\frac{d^2v}{dz^2}. \qquad (2.2)
$$

Рівновага сил, у напрямках осей Ox, Oy, прикладених до елементу dz, описується рівняннями:

$$
\begin{aligned}
&dQ_x + q_x\, dz = 0,\\
&dQ_y + q_y\, dz = 0,
\end{aligned}
\qquad (2.3)
$$

де q_x, q_y – внутрішні розподілені сили, напрямлені вздовж відповідних осей.

Перепишемо систему (2.1) у вигляді:

$$Q_x dz = dM_y - Tdu - M_z d\left(\frac{dv}{dz}\right) = 0,$$
$$Q_y dz = dM_x - Tdv + M_z d\left(\frac{du}{dz}\right) = 0. \tag{2.4}$$

Поділивши ліві та праві частини отриманих рівностей на dz, матимемо:

$$Q_x = \frac{dM_y}{dz} - T\frac{du}{dz} - M_z\frac{d^2v}{dz^2},$$
$$Q_y = \frac{dM_x}{dz} - T\frac{dv}{dz} + M_z\frac{d^2u}{dz^2}. \tag{2.5}$$

Аналогічно систему (2.3) можна переписати у вигляді:

$$\frac{dQ_x}{dz} + q_x = 0, \qquad \frac{dQ_y}{dz} + q_y = 0. \tag{2.6}$$

Підставляючи (2.2) в систему (2.5), отримаємо:

$$Q_x = -EI\frac{d^3u}{dz^3} - T\frac{du}{dz} - M_z\frac{d^2v}{dz^2},$$
$$Q_y = -EI\frac{d^3v}{dz^3} - T\frac{dv}{dz} + M_z\frac{d^2u}{dz^2}. \tag{2.7}$$

Якщо в систему (2.6) підставити рівняння системи (2.7), то маємо два рівняння згинальної рівноваги стрижня, попередньо напруженого поздовжньою силою T і крутним моментом M_z

$$EI\frac{\partial^4 u}{\partial z^4} - \frac{\partial}{\partial z}\left(T\frac{\partial u}{\partial z}\right) - \frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(M_z\frac{\partial v}{\partial z}\right) = q_x,$$
$$EI\frac{\partial^4 v}{\partial z^4} - \frac{\partial}{\partial z}\left(T\frac{\partial v}{\partial z}\right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(M_z\frac{\partial u}{\partial z}\right) = q_y. \tag{2.7}$$

У правих частинах отриманих рівностей знаходяться розподілені сили q_x, q_y. Оскільки на БК не діють активні сили, то в якості поперечного навантаження **q**, згідно з принципом д'Аламбера необхідно вибрати сили інерції, викликані рухом стрижня $\mathbf{q}_c$ і потоком рідни $\mathbf{q}_p$, тобто:

$$\mathbf{q} = \mathbf{q}_c + \mathbf{q}_p.$$

Розподілена сила інерції $\mathbf{q}_c$ для елементу стрижня підраховується так:

$$\mathbf{q}_c = -\rho_c F \mathbf{a}_c,$$

де ρ_c – погонна густина стрижня;

F – площа його поперечного перерізу;

$\mathbf{a}_c$ – абсолютне прискорення елементу.

Абсолютне прискорення $\mathbf{a}_c$ в системі координат $Oxyz$, що обертається, підраховується за формулою Коріоліса [41]:

$$\mathbf{a}_c = \mathbf{a}_c^e + \mathbf{a}_c^r + \mathbf{a}_c^c,$$

де $\mathbf{a}_c^e$ – вектор переносного прискорення;

$\mathbf{a}_c^r$ – вектор відносного прискорення;

$\mathbf{a}_c^c$ – вектор коріолісового прискорення.

Вектор переносного прискорення $\mathbf{a}_c^e$ обчислюється за формулою:

$$\mathbf{a}_c^e, = \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}), \tag{2.8}$$

де $\mathbf{r} = u\mathbf{i} + v\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ – радіус-вектор елемента балки в системі координат $Oxyz$.

Виконавши відповідні векторні операції, отримаємо:

$$a_{c,x}^e = -\omega^2 u, \qquad a_{c,y}^e = -\omega^2 v, \qquad a_{c,z}^e = 0. \tag{2.9}$$

У напрямках осей системи координат *Oxyz* складові вектора відносного прискорення визначаються рівностями:

$$a^r_{c,x} = \frac{d^2u}{dt^2}, \qquad a^r_{c,y} = \frac{d^2v}{dt^2}, \qquad a^r_{c,z} = 0. \tag{2.10}$$

Для елемента стрижня вектор коріолісового прискорення $\mathbf{a}^c$ підраховується за формулою [4, 8, 27, 51]:

$$\mathbf{a}_c{}^c = 2\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}_c{}^r, \tag{2.11}$$

де $\mathbf{V}_c{}^r$ – вектор відносної швидкості елемента. Складові цього вектора визначаються рівностями:

$$V^r_x = \frac{du}{dt}, \qquad V^r_y = \frac{dv}{dt}, \qquad V^r_z = 0. \tag{2.12}$$

Враховуючи рівності (2.11) і (2.12), маємо складові вектора коріолісового прискорення:

$$a^c_{c,x} = -2\omega \frac{dv}{dt}, \qquad a^c_{c,y} = 2\omega \frac{du}{dt}, \qquad a^c_{c,z} = 0. \tag{2.13}$$

Знаючи компоненти прискорень (2.9), (2.10), (2.13), отримаємо складові вектора сил інерції обертального руху елемента стрижня:

$$\begin{aligned} q^{\omega}_{c,x} &= -\rho_c F(-\omega^2 u - 2\omega \frac{dv}{dt} + \frac{d^2u}{dt^2}), \\ q^{\omega}_{c,y} &= -\rho_c F(-\omega^2 v + 2\omega \frac{du}{dt} + \frac{d^2v}{dt^2}). \end{aligned} \tag{2.14}$$

Розподілена сила інерції, яка діє на рухомий елемент рідини, підраховується за формулою:

$$\mathbf{q}_p = -\rho_p F_p \mathbf{a}_p, \tag{2.15}$$

де $\rho_р$ – погонна густина рідини;

F_p – площа поперечного перерізу каналу труби;

$\mathbf{a}_p$ – абсолютне прискорення елемента рідини. Воно складається з прискорення обертального руху разом зі стрижнем і прискорення від власного руху в каналі труби.

Перша компонента підраховується за схемою формул (2.8) - (2.14). При обчисленні другої компоненти врахуємо, що елемент у кожен момент часу займає нове положення на балці, тому його швидкість, уздовж осі Ox визначається не лише швидкістю точки стрижня, в якій перебуває елемент, але й тим, що рідина переміщається в сусідню точку на стрижні з іншою координатою z. Тоді можна записати:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial x}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial t} = \dot{x} + x' V_p, \tag{2.16}$$

де V_p – швидкість рідини вздовж осі Oz.

Диференціюючи обидві частини виразу (2.16) ще раз по t, отримаємо поперечну складову абсолютного прискорення елемента рідини:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x}{dt^2} &= \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + 2\frac{\partial^2 x}{\partial z \partial t} V_p + \frac{\partial x}{\partial z} \cdot \frac{\partial V_p}{\partial t} + \frac{\partial^2 x}{\partial z^2} V_p^2 + \frac{\partial x}{\partial z}\frac{\partial V_p}{\partial t} = \\ &= \ddot{x} + 2\dot{x}' V_p + V_p x' \frac{dV_p}{dz} + x'' V_p^2 + x' \dot{V}_p, \end{aligned} \tag{2.17}$$

де $\ddot{x}$ – відносне прискорення;

$2\dot{x}' V_p$ – прискорення Коріоліса;

$x'' V_p^2$ – доосьове прискорення;

$\dot{x}'$ – кутова швидкість повороту елемента стрижня.

Враховуючи, що рідина рухається всередині трубчастого стрижня зі сталою швидкістю V_p, отримаємо вирази для прискорень, обумовлених її рухом у трубі, яка коливається (але не обертається):

$$\frac{d^2u_p}{dt^2}=\frac{\partial^2u_c}{\partial t^2}+2V_p\frac{\partial^2u_c}{\partial z\partial t}+V_p^2\frac{\partial^2u_c}{\partial z^2},$$
$$\frac{d^2v_p}{dt^2}=\frac{\partial^2v_c}{\partial t^2}+2V_p\frac{\partial^2v_c}{\partial z\partial t}+V_p^2\frac{\partial^2v_c}{\partial z^2}, \tag{2.18}$$

де u_p, v_p – поперечні переміщення елементу рідини;

u_c, v_c – поперечні переміщення елементу стрижня.

Оскільки всередині трубчастого стрижня міститься рідина, яка бере участь в обертальному русі, то на неї діють розподілені сили інерції, компоненти яких визначаються залежностями:

$$q_{p,x}=-\rho_pF_p\left[\left(-\omega^2u-2\omega\frac{\partial v}{\partial t}+\frac{\partial^2u}{\partial t^2}\right)+\left(2V_p\frac{\partial^2u}{\partial z\partial t}+V_p^2\frac{\partial^2u}{\partial z^2}\right)\right],$$
$$q_{p,y}=-\rho_pF_p\left[\left(-\omega^2v+2\omega\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{\partial^2v}{\partial t^2}\right)+\left(2V_p\frac{\partial^2v}{\partial z\partial t}+V_p^2\frac{\partial^2v}{\partial z^2}\right)\right]. \tag{2.19}$$

Підставляючи праві частини цих рівностей у рівняння (2.7), отримаємо рівняння коливань трубчастого стрижня, що обертається, попередньо напруженого силою T, крутним моментом M_z і з вмістом потоку рідини:

$$EI\frac{\partial^4u}{\partial z^4}-\frac{\partial}{\partial z}\left(T\frac{\partial u}{\partial z}\right)-\frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(M_z\frac{\partial v}{\partial z}\right)-\left(\rho_cF_c+\rho_pF_p\right)\omega^2u-$$
$$-2\left(\rho_cF_c+\rho_pF_p\right)\omega\frac{\partial v}{\partial t}+V^2\rho_pF_p\frac{\partial^2u}{\partial z^2}+2V\rho_pF_p\frac{\partial^2u}{\partial z\partial t}+\left(\rho_cF_c+\rho_pF_p\right)\frac{\partial^2u}{\partial t^2}=0,$$
$$\tag{2.20}$$
$$EI\frac{\partial^4v}{\partial z^4}-\frac{\partial}{\partial z}\left(T\frac{\partial v}{\partial z}\right)+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(M_z\frac{\partial u}{\partial z}\right)-\left(\rho_cF_c+\rho_pF_p\right)\omega^2v+$$
$$+2\left(\rho_cF_c+\rho_pF_p\right)\omega\frac{\partial u}{\partial t}+V^2\rho_pF_p\frac{\partial^2v}{\partial z^2}+2V\rho_pF_p\frac{\partial^2v}{\partial z\partial t}+\left(\rho_cF_c+\rho_pF_p\right)\frac{\partial^2v}{\partial t^2}=0.$$

Завдяки тому, що ці рівняння пов’язані, можна зробити висновок, що бурильна колона не може здійснювати плоскі коливання і форма її руху може бути лише просторовою.

Побудовані рівняння (2.20) повинні бути доповнені відповідними умовами на краях виділеної для розрахунку ділянки БК і умовами на проміжних опорах. Як відзначено вище, граничні умови на нижньому кінці БК формуються, виходячи зі співвідношень контактної взаємодії долота зі скельною породою. Вона може бути фрикційною або кінематичною (неголономною). Для їх виведення необхідно розглянути кочення долота по поверхні дна свердловини.

2.1.2 Крайові умови на кінцях бурильної колони (фрикційна модель)

Коливання кружляння долота, що обертається з кутовою швидкістю ω, супроводжується залученням до вібраційного процесу також і нижніх ділянок колони, які розташовані між центрувальними пристроями і відіграють роль додаткових опор (рис. 2.1). Як правило, число таких опор не перевищує п'яти, а відстані між ними складають від 9 до 18 м. Оскільки найбільш інтенсивні згинальні коливання БК спостерігаються в прольоті, що безпосередньо примикає до долота, при аналізі механізму збудження коливань кружляння будемо нехтувати впливом верхньої частини БК і виділимо її фрагмент завдовжки l між двома нижніми центрувальними опорами A і B, умовно відокремивши його від верхньої частини БК, і прилеглу до неї консольну ділянку завдовжки e з долотом на кінці (рис. 2.2).

Долото умовно уявимо у вигляді деякого твердого тіла. Виділена ділянка БК напружена прикладеним до долота крутним моментом і поздовжньою стискувальною силою, рівною реакції обпирання долота на дно свердловини. Динаміку цієї ділянки моделюватимемо на основі теорії стисло-закручених стрижнів, що обертаються [4, 8, 27, 51]. Для цього введемо нерухому систему координат $OXYZ$ і систему координат $Oxyz$, що обертається разом із бурильною колоною зі швидкістю ω, із загальним початком O на опорі A.

Для кількісного аналізу кінематично збуджуваних коливань кружляння необхідно скласти рівняння динаміки всієї виділеної для розгляду двопрогонної балки *ABC*, що обертається, попередньо напруженої крутним моментом $M_z = -\ M^{fr}$ і поздовжньою стискувальною силою $T = -\ R$.

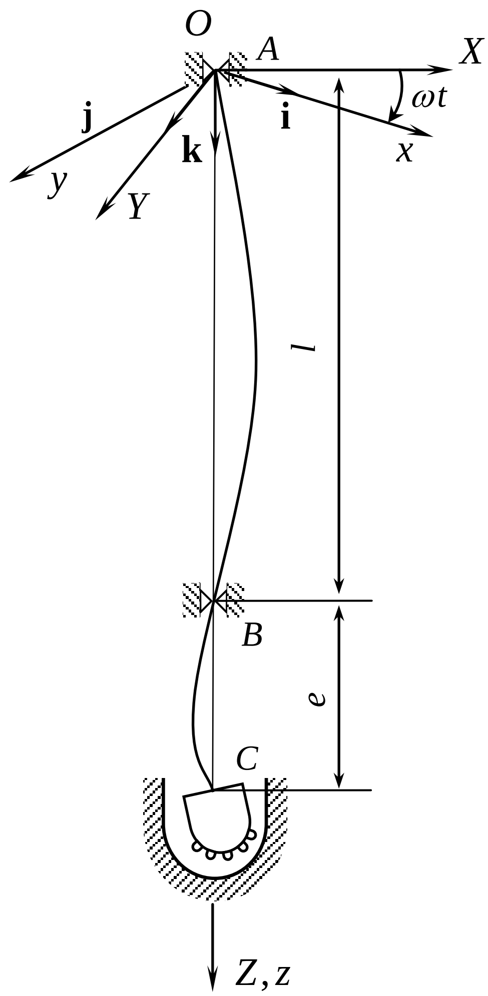


Рисунок 2.2 − Схема низу бурильної колони

Всередині труби БК міститься промивальна рідина, яку враховуватимемо як приєднану масу. Коливання балки вивчатимемо в системі, що обертається *Oxyz*. Відносно цієї системи рух кожного елементу БК є складним, тому при коливаннях на нього діють сили інерції відносного і переносного рухів, а також коріолісові сили інерції.

Рівняння динамічного пружного згинання БК при наявності відмічених чинників побудовані вище. Вони мають форму (2.20).

Потрібно підкреслити, що хоча система (2.20) є лінійною, способи її вирішення є дуже складними, оскільки ця функція має множники T і M_z. Завдяки їм, як показано в [125], режими втрати стійкості та вібрації бурильних колон мають неправильну форму з переважаючим випинанням в її нижній частині.

Щоб вивести граничні умови на опорі A, припустимо, що коливання двох сусідніх секцій AB і AD (рис. 2.1) відбувається в режимі протифазі зі зворотною симетрією відносно точки A центрувального пристрою. У цьому випадку на краю A можна ввести граничні рівняння:

$$u\big|_{z=0} = v\big|_{z=0} = 0, \qquad M_x\big|_{z=0} = M_y\big|_{z=0} = 0. \tag{2.21}$$

На опорі B ($z = l$) маємо умови рівності нулю прогинів:

$$u_B = v_B = 0 \tag{2.22}$$

і нерозривності кутів повороту:

$$\left.\frac{\partial u}{\partial z}\right|_{l-0} = \left.\frac{\partial u}{\partial z}\right|_{l+0}, \quad \left.\frac{\partial v}{\partial z}\right|_{l-0} = \left.\frac{\partial v}{\partial z}\right|_{l+0}. \tag{2.23}$$

Для того, щоб сформулювати граничні умови на краю $z = l + e$, як зазначено вище, вважатимемо, що процес збудження коливань кружляння лише починається і долото може рухатися в зазорі між ним і стінкою свердловини не доходячи до неї. При цьому характер кочення долота і крайові рівняння в точці C визначаються геометрією поверхонь як самого долота (S_2), так і дна свердловини (S_1) (рис. 1.6). У загальному випадку вони можуть мати форми різних поверхонь обертання (рис. 2.3), які приблизно можна апроксимувати сферами або еліпсоїдами. Розглянемо простий випадок, коли обидві поверхні є сферами з радіусами a і R, відповідно (рис. 2.4).

Рисунок 2.3 − Геометричні форми доліт

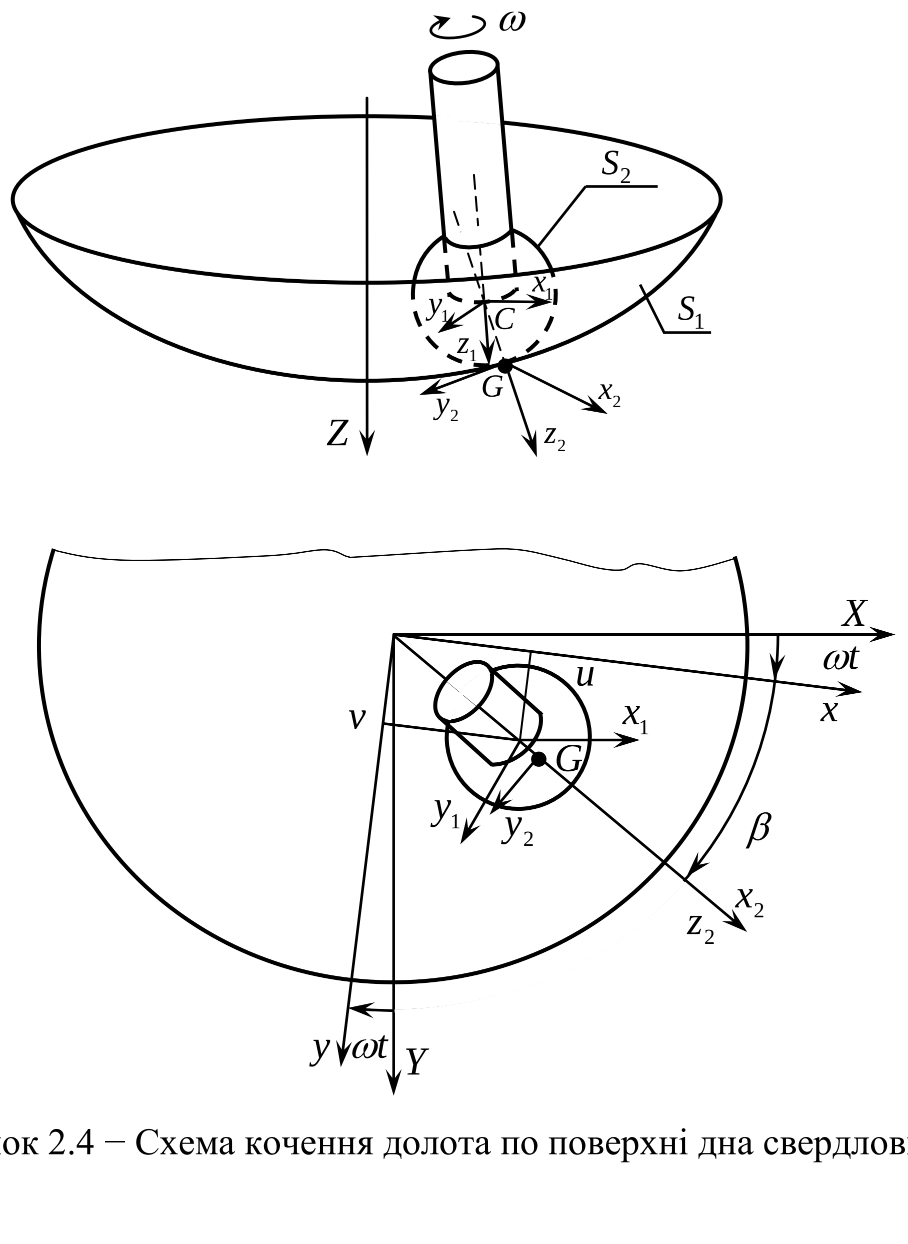


Рисунок 2.4 − Схема кочення долота по поверхні дна свердловини

Для опису пружного повороту долота введемо також жорстко зв'язану з ним систему координат $Cx_1y_1z_1$, осі Cx_1, Cy_1 якої у вихідному положенні паралельні осям Ox, Oy, відповідно, а при пружній деформації БК повертаються на кути – $v'\big|_C$ и $u'\big|_C$.

Кочення поверхні S_2 по поверхні S_1 задаватимемо в правій рухомій системі координат $Gx_2y_2z_2$, початок G якої збігається з точкою дотику поверхонь S_1 і S_2, вісь Gz_2 є продовженням відрізка CG, а вісь Gy_2 перпендикулярна площині, яка містить вісь OZ і відрізок CG, й орієнтована у напрямі обертання.

Умова кочення долота із проковзуванням дозволяє сформулювати в точці C дві групи крайових рівнянь. Вони включають дві групи динамічних рівнянь, які визначають динамічну рівновагу всіх сил і моментів відносно точки G.

Вважатимемо, що переміщення u, v і кути $u' = \partial u/\partial z$, $v' = \partial v/\partial z$ малі. Для визначення швидкості центра C долота виразимо абсолютні кутові швидкості введених систем координат через кутову швидкість $\boldsymbol{\omega}$ обертання системи $Oxyz$, кути u', v' пружних поворотів долота і кутові швидкості $\dot{u}'$, $\dot{v}'$ цих поворотів.

Абсолютна кутова швидкість $\boldsymbol{\Omega}^{(0)}_{(0)}$ системи $Oxyz$ за означенням рівна:

$$\boldsymbol{\Omega}^{(0)}_{(0)} = \omega\mathbf{k}\,. \tag{2.24}$$

Абсолютна кутова швидкість системи $Cx_1y_1z_1$ в проекціях на осі цієї ж системи складає:

$$\boldsymbol{\Omega}^{(1)}_{(1)} = \Omega^{(1)}_{(0)} + \dot{u}'\mathbf{j}_1 - \dot{v}'\mathbf{i}_1 = -\dot{v}'\mathbf{i}_1 + \dot{u}'\mathbf{j}_1 + \omega\mathbf{k}_1\,. \tag{2.25}$$

Абсолютна кутова швидкість системи $Cx_1y_1z_1$ у проекціях на осі системи $Oxyz$ дорівнює:

$$\mathbf{\Omega}_{(1)}^{(0)} = \left(-\dot{v}' + \omega u'\right)\mathbf{i} + \left(\dot{u}' + \omega v'\right)\mathbf{j} + \boldsymbol{\omega}\mathbf{k}\ . \qquad (2.26)$$

Орієнтація системи $Gx_2y_2z_2$ відносно системи $Oxyz$ задається кутом α між осями Oz і Gz_2 (рис. 2.5) і кутом β повороту площини x_2Gz_2 відносно площини xOz (рис. 2.4):

$$\sin\alpha = \frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{\left(R - a\right)}, \qquad \cos\alpha = \sqrt{1 - \frac{(u^2 + v^2)}{\left(R - a\right)^2}}\ , \qquad (2.27)$$

$$\sin\beta = \frac{v}{\sqrt{u^2 + v^2}}, \qquad \cos\beta = \frac{u}{\sqrt{u^2 + v^2}}\ . \qquad (2.28)$$

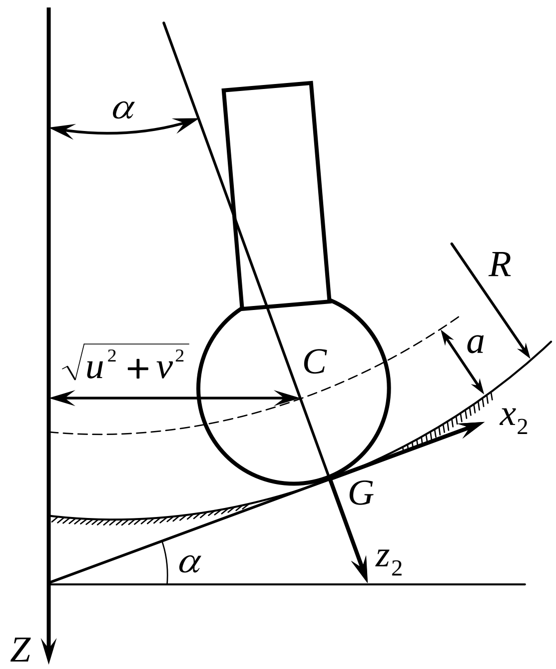


Рисунок 2.5 − Схема орієнтації осі Gz_2

Тоді абсолютна кутова швидкість системи $Gx_2y_2z_2$ в проекціях на осі цієї ж системи обчислюється так:

$$\mathbf{\Omega}_{(2)}^{(2)} = -(\omega + \dot{\beta})\sin\alpha \cdot \mathbf{i}_2 + \dot{\alpha} \cdot \mathbf{j}_2 + (\omega + \dot{\beta})\mathbf{k}_2\ . \qquad (2.29)$$

Щоб сформулювати кінематичні крайові умови, підрахуємо абсолютну швидкість центру C тіла S_2, яке котиться, в проекціях на осі системи $Oxyz$ [48]:

$$\mathbf{v}_C^{(0)} = \mathbf{v}_G^{абс} + \mathbf{\Omega}_{(1)}^{(0)} \times \overrightarrow{GC}\,, \tag{2.30}$$

де $\mathbf{v}_G^{абс}$ – абсолютна швидкість точки G долота;

$\overrightarrow{GC}$ – вектор, який визначаються формулою:

$$\overrightarrow{GC} = -a\sin\alpha\cos\beta\,\mathbf{i} - a\sin\alpha\sin\beta\,\mathbf{j} - a\cos\alpha\,\mathbf{k}\,. \tag{2.31}$$

Побудовані вище кінематичні співвідношення дозволяють приступити до обчислення всіх сил і моментів (включаючи фрикційні), які діють на долото, і розглянути їхню рівновагу. Для цього умовно відокремимо долото від бурильної колони і спочатку розглянемо рівновагу сил, які діють на нього (рис. 2.6). У загальному випадку до них відносяться сила тертя $\mathbf{F}^{тер}$, сила інерції $\mathbf{F}^{ін}$, осьова сила $\mathbf{T}$, нормальна до контактуючих поверхонь сила

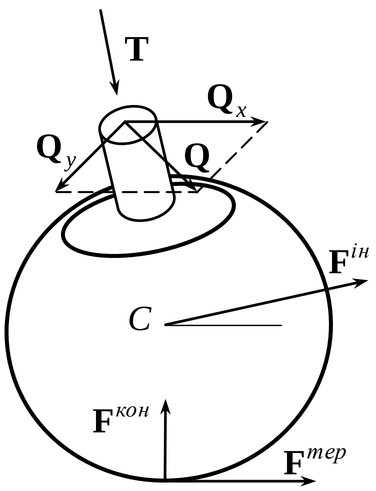


Рисунок 2.6 – Схема сил, які діють на долото

контактної взаємодії $\mathbf{F}^{кон}$ і перерізувальна сила $\mathbf{Q}$, яка діє на долото зі сторони відділеної бурильної колони. На основі принципу Д’Аламбера векторна сума всіх цих сил дорівнює нулю. Для спрощення постановки задачі припустимо, що момент інерції долота малий порівняно з інерційними характеристиками всієї системи, тому силами інерції відносно інших сил можна знехтувати.

Тоді рівняння рівноваги долота, відділеного від бурильної колони, можна записати у вигляді:

$$\mathbf{Q} + \mathbf{T} + \mathbf{F}^{кон} + \mathbf{F}^{тер} = 0. \tag{2.32}$$

Приймемо, що $\mathbf{F}^{кон} = -\mathbf{T}$, і тоді рівняння (2.32) спроститься:

$$\mathbf{Q} + \mathbf{F}^{тер} = 0. \tag{2.33}$$

Зручно розглядати це рівняння в системі координат $Oxyz$, яка обертається разом з бурильною колоною. В ній:

$$\mathbf{Q} = Q_x\mathbf{i} + Q_y\mathbf{j}, \tag{2.34}$$

де:

$$Q_x = EI\frac{\partial^3 u}{\partial z^3}, \qquad Q_y = EI\frac{\partial^3 v}{\partial z^3}. \tag{2.35}$$

Вектор сили тертя $\mathbf{F}^{тер}$ при реалізації тертя Кулона між долотом і поверхнею свердловини обчислюється так:

$$\mathbf{F}^{тер} = -\mu\,\mathbf{v}_G^{абс} = -\mu|\mathbf{T}|\cdot\mathbf{v}_G^{абс}/\left|\mathbf{v}_G^{абс}\right|. \tag{2.36}$$

Для обчислення $\mathbf{v}_G^{абс}$ скористаємося формулою (2.30). Із неї випливає:

$$\mathbf{v}_G^{абс} = \mathbf{v}_C^{(0)} - \mathbf{\Omega}_{(1)}^{(0)} \times \overrightarrow{GC}. \tag{2.37}$$

Вектор $\mathbf{v}_C^{(0)}$, який тут використовується, обчислюється з урахуванням того, що точка C бере участь у пружних коливаннях стержня в системі координат, що обертається, й обертальному русі всієї системи зі швидкістю $\boldsymbol{\omega}$. Тоді:

$$\begin{aligned}
&\mathbf{v}_C^{(0)} = \mathbf{v}_C^{np} + \boldsymbol{\omega} \times (u\mathbf{i} + v\mathbf{j}) = \\
&= \dot{u}\mathbf{i} + \dot{v}\mathbf{j} + \begin{vmatrix} 0 & 0 & \omega \\ u & v & 0 \\ \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \end{vmatrix} = (\dot{u} - \omega v)\mathbf{i} + (\dot{v} + \omega u)\mathbf{j}\,,
\end{aligned} \tag{2.38}$$

де $\mathbf{v}_C^{np} = \dot{u}\mathbf{i} + \dot{v}\mathbf{j}$ – швидкість руху цієї точки в системі координат $Oxyz$, що обертається.

Після обчислення добутку:

$$\begin{aligned}
&\boldsymbol{\Omega}_{(1)}^{(0)} \times \vec{GC} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ -\dot{v}' + \omega u' & \dot{u}' + \omega v' & \omega \\ -a\sin\alpha\cos\beta & -a\sin\alpha\sin\beta & -a\cos\alpha \end{vmatrix} = \left[-a\cos\alpha\left(\dot{u}' + \omega v'\right)\right. \\
&\left.+ a\omega\sin\alpha\sin\beta\right]\mathbf{i} - \left[-a\cos\alpha\left(-\dot{v}' + \omega u'\right) + a\omega\sin\alpha\cos\beta\right]\mathbf{j} + \\
&+ \left[-a\sin\alpha\sin\beta\left(-\dot{v}' + \omega u'\right) + a\sin\alpha\cos\beta\left(\dot{u}' + \omega v'\right)\right]\mathbf{k} = \\
&\left[-a\sqrt{1 - \frac{(u^2 + v^2)}{(R-a)^2}}\left(\dot{u}' + \omega v'\right) + a\omega\frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{R-a}\cdot\frac{v}{\sqrt{u^2 + v^2}}\right]\mathbf{i} - \\
&-\left[-a\sqrt{1 - \frac{(u^2 + v^2)}{(R-a)^2}}\left(-\dot{v}' + \omega u'\right) + a\omega\frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{R-a}\cdot\frac{u}{\sqrt{u^2 + v^2}}\right]\mathbf{j} + \\
&+\left[-a\frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{R-a}\cdot\frac{v}{\sqrt{u^2 + v^2}}\left(-\dot{v}' + \omega u'\right) + a\frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{R-a}\cdot\frac{u}{\sqrt{u^2 + v^2}}\left(\dot{u}' + \omega v'\right)\right]\mathbf{k} \\
&= \left[-a\sqrt{1 - \frac{(u^2 + v^2)}{(R-a)^2}}\left(\dot{u}' + \omega v'\right) + a\omega\frac{v}{R-a}\right]\mathbf{i} - \left[-a\sqrt{1 - \frac{(u^2 + v^2)}{(R-a)^2}}\left(-\dot{v}' + \omega u'\right)\right. \\
&\left.+ a\omega\frac{u}{R-a}\right]\mathbf{j} + \left[-a\frac{v}{R-a}\left(-\dot{v}' + \omega u'\right) + a\frac{u}{R-a}\left(\dot{u}' + \omega v'\right)\right]\mathbf{k},
\end{aligned} \tag{2.39}$$

отримуємо, що:

$$v_{G,x}^{абс} = \dot{u} - \omega v - a\sqrt{1 - \frac{(u^2+v^2)}{(R-a)^2}}\left(-\dot{u}' - \omega v'\right) - \frac{a\omega v}{R-a},$$
$$v_{G,y}^{абс} = \dot{v} + \omega u - a\sqrt{1 - \frac{(u^2+v^2)}{(R-a)^2}}\left(-\dot{v}' + \omega u'\right) + \frac{a\omega u}{R-a}. \qquad (2.40)$$

Підставляючи рівності (2.34) – (2.36), (2.40) в рівняння (2.33), маємо:

$$EI\frac{\partial^3 u}{\partial z^3}\mathbf{i} + EI\frac{\partial^3 v}{\partial z^3}\mathbf{j} -$$
$$-\frac{\mu|\mathbf{T}|}{\sqrt{\left(v_{G,x}^{абс}\right)^2 + \left(v_{G,y}^{абс}\right)^2}}\left(\dot{u} - \omega v - a\sqrt{1 - \frac{(u^2+v^2)}{(R-a)^2}}\left(-\dot{u}' - \omega v'\right) - \frac{a\omega v}{R-a}\right)\mathbf{i} - \qquad (2.41)$$
$$-\frac{\mu|\mathbf{T}|}{\sqrt{\left(v_{G,x}^{абс}\right)^2 + \left(v_{G,y}^{абс}\right)^2}}\left(\dot{v} + \omega u - a\sqrt{1 - \frac{(u^2+v^2)}{(R-a)^2}}\left(-\dot{v}' + \omega u'\right) + \frac{a\omega u}{R-a}\right)\mathbf{j} = 0.$$

Проектуючи векторну рівність (2.41) на осі *OX, OY* отримуємо першу групу граничних умов для рівнянь пружних коливань труби бурильної колони (2.20):

$$EI\frac{\partial^3 u}{\partial z^3} - \frac{\mu|\mathbf{T}|}{\sqrt{\left(v_{G,x}^{абс}\right)^2 + \left(v_{G,y}^{абс}\right)^2}}\left(\dot{u} - \omega v - a\sqrt{1 - \frac{(u^2+v^2)}{(R-a)^2}}\left(-\dot{u}' - \omega v'\right) - \frac{a\omega v}{R-a}\right) = 0,$$
$$EI\frac{\partial^3 v}{\partial z^3} - \frac{\mu|\mathbf{T}|}{\sqrt{\left(v_{G,x}^{абс}\right)^2 + \left(v_{G,y}^{абс}\right)^2}}\left(\dot{v} + \omega u - a\sqrt{1 - \frac{(u^2+v^2)}{(R-a)^2}}\left(-\dot{v}' + \omega u'\right) + \frac{a\omega u}{R-a}\right) = 0. \qquad (2.42)$$

Динамічні крайові рівняння в точці *C* випливають з умови динамічної рівноваги моментів сил пружності, моментів сил інерції й реакцій в'язей, прикладених до долота. При їх виведенні суттєвий вплив на структуру цих рівнянь впливає вибір полюса і системи осей, відносно яких обчислюються моменти, що діють на долото. Зазвичай найзручніше за полюс вибирати точку зіткнення контактуючих тіл, а за систему відліку – систему координат, в якій осьові моменти інерції рухомого тіла залишаються незмінними [48]. Перша умова призводить до виключення з розгляду реакції неголономної в'язі, друга – до уникнення необхідності диференціювати моменти інерції тіла по часу. У зв'язку з цим виберемо точку G за полюс і систему координат $Gx_2y_2z_2$ за систему відліку. Для побудови рівнянь руху скористаємося теоремою про зміну моменту кількостей руху долота відносно точки G [48]:

$$\frac{\tilde{d}\mathbf{K}_G^{(2)}}{dt} + \mathbf{\Omega}_{(2)}^{(2)} \times \mathbf{K}_G^{(2)} = \mathbf{M}_G^{(2)}, \tag{2.43}$$

де $\mathbf{K}_G^{(2)}$ – момент кількостей руху долота відносно точки G, представлений у системі $Gx_2y_2z_2$;

$\mathbf{M}_G^{(2)}$ – момент сил пружності, які діють на долото, також записаний у цій же системі.

Вектор $\vec{K}_G^{(2)}$ обчислюється з врахуванням рівностей (2.26) − (2.28):

$$\begin{aligned}\mathbf{K}_G^{(2)} = {} & \frac{J+ma^2}{\sqrt{u^2+v^2}}\left\{\left[\,(-\dot{v}'+\omega u')u+(\dot{u}'+\omega v')v\,\right]\sqrt{1-\frac{u^2+v^2}{(R-a)^2}}-\omega\frac{\sqrt{u^2+v^2}}{R-a}\right\}\mathbf{i}_2 + \\ & + \frac{J+ma^2}{\sqrt{u^2+v^2}}\left[\,(\dot{v}'-\omega u')v+(\dot{u}'+\omega v')u\,\right]\mathbf{j}_2 + \\ & + J\left\{\left[\,(-\dot{v}'+\omega u')u+(\dot{u}'+\omega v')v\,\right]\cdot\frac{1}{R-a}+\omega\sqrt{1-\frac{u^2+v^2}{(R-a)^2}}\right\}\mathbf{k}_2.\end{aligned} \tag{2.44}$$

Момент $\mathbf{M}_G^{(2)}$ виражається через внутрішні згинальні моменти EIu'', EIv'' і перерізувальні сили EIu''', EIv''' на краю C бурильної колони.

$$\begin{aligned}\mathbf{M}_G^{(2)} = {} & -EI\left\{\,[u''+au'''(\cos\alpha+u'\sin\alpha)]\sin\beta+[v''+av'''(\cos\alpha+v''+\right. \\ & \left. +v'\sin\alpha)]\cos\beta\,\right\}\cos\alpha\,\mathbf{i}_2+EI\left\{\,[-u''-au'''(\cos\alpha+u'\sin\alpha)]\cos\beta+\right. \\ & \left. +[v''+av'''(\cos\alpha+v''+v'\sin\alpha)]\sin\beta\,\right\}\mathbf{j}_2-EI\left\{\,[(u''+au'''(\cos\alpha+\right. \\ & \left. +u'\sin\alpha)]\sin\beta+[v''+av'''(\cos\alpha+v'\sin\alpha)]\cos\beta\,\right\}\sin\alpha\,\mathbf{k}_2.\end{aligned} \tag{2.45}$$

Підставляючи праві частини рівностей (2.44), (2.45) в рівняння (2.43), отримаємо векторне рівняння рівноваги моментів на краю *C*. Проекції цього рівняння на осі Gx_2, Gy_2 використовуються як динамічні граничні умови для рівнянь (2.20). Проекція рівняння (2.43) на вісь Gz_2 приблизно визначає додатковий вплив динамічного крутного моменту на обертальний рух БК. Тут цей додатковий динамічний ефект не враховується і вважається, що БК обертається з постійною кутовою швидкістю ω під дією постійного крутного моменту M_z.

У практичних розрахунках, однак, прийнято, що моменти інерції долота відносно кожної з його центральних осей порівняно малі. Тому значеннями компонента вектора $\mathbf{K}_G^{(2)}$ в формулі (2.43) можна знехтувати. У результаті отримаємо, що сума моменту сили пружності відносно кожної з горизонтальних осей дорівнює нулю. Це припущення приводить до двох граничних умов відносно моментів:

$$\begin{gathered}\left[u''+au'''(\cos\alpha+u'\sin\alpha)\right]\sin\beta+\left[\;v''+av'''(\cos\alpha+v'\sin\alpha)\;\right]\cos\beta=0,\\ \left[-u''-au'''(\cos\alpha+u'\sin\alpha)\right]\cos\beta+\left[\;v''+av'''(\cos\alpha+v'\sin\alpha)\;\right]\sin\beta=0.\end{gathered}\tag{2.46}$$

Таким чином, співвідношення (2.42) і (2.46) визначають граничні умови на нижньому кінці бурильної колони. Вони описують фрикційну взаємодію долота з дном свердловини. При комп’ютерній реалізації обчислювального процесу вини замінюються їхніми скінченно-різницевими аналогами.

2.1.3 Комп’ютерна модель пружних фрикційних коливань системи

Вище сформульовані рівняння визначають динаміку коливань кружляння долота і викликаних ними згинальні коливання бурильної колони. Числове розв’язання цих рівнянь виконується з використанням скінченно-різницевого методу за просторовою координатою z і неявної скінченно-різницевої схеми інтегрування за часом t. Щоб реалізувати ці обчислення, виділений для розрахунку нижній проліт бурильної колони довжиною l розбивається на n скінченно-різницевих ділянок довжиною $\Delta z = l / n$. При цьому на кожному кроці дискретизованого моменту часу t_j і в кожній вузловій точці z_i рівняння (2.20) замінялися їхніми скінченно-різницевими аналогами:

$$
\begin{aligned}
& EI\,\frac{u_{i+2,j+1} - 4u_{i+1,j+1} + 6u_{i,j+1} - 4u_{i-1,j+1} + u_{i-2,j+1}}{\Delta z^4} - T\,\frac{u_{i+1,j+1} - 2u_{i,j+1} + u_{i-1,j+1}}{\Delta z^2} \\
& - M_z\,\frac{v_{i+2,j+1} - 2v_{i+1,j+1} + 2v_{i-1,j+1} - v_{i-2,j+1}}{2\Delta z^3} - \gamma_t\,\omega^2 u_{i,j+1} \\
& - 2\gamma_t\,\omega\,\frac{v_{i,j+1} - v_{i,j-1}}{2\Delta t} + \gamma_t\,\frac{u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1}}{\Delta t^2} = 0, \\
& EI\,\frac{v_{i+2,j+1} - 4v_{i+1,j+1} + 6v_{i,j+1} - 4v_{i-1,j+1} + v_{i-2,j+1}}{\Delta z^4} - T\,\frac{v_{i+1,j+1} - 2v_{i,j+1} + v_{i-1,j+1}}{\Delta z^2} \\
& + M_z\,\frac{u_{i+2,j+1} - 2u_{i+1,j+1} + 2u_{i-1,j+1} - u_{i-2,j+1}}{2\Delta z^3} - \gamma_t\,\omega^2 v_{i,j+1} \\
& + 2\gamma_t\,\omega\,\frac{u_{i,j+1} - u_{i,j-1}}{2\Delta t} + \gamma_t\,\frac{v_{i,j+1} - 2v_{i,j} + v_{i,j-1}}{\Delta t^2} = 0,
\end{aligned}
\tag{2.47}
$$

де, як відмічено вище, індекс i позначає номер вузлової точки дискретної моделі;

j − номер кроку інтегрування за часом.

У цих позначеннях у формулі (2.47) маємо $u_{i-2,j+1} = u(z_i - 2\Delta z,\, t_j + \Delta t)$, $u_{i,j} = u(z_i,\, t_j)$, і т.д.

При виведенні рівнянь (2.47), зазвичай, вони записувалися в момент часу t_j. Однак, у зв’язку з тим, що в розрахунках використовується неявна скінченно-різницева схема, при конструюванні співвідношень (2.47) похідні по змінній z замінялися скінченно-різницевими аналогами з випередженням у часі на крок Δt і, т.д. при $t = t_j + \Delta t$. Ці вирази мали вигляд:

$$\frac{\partial^4 u}{\partial z^4} = \frac{u_{j+2,i+1} - 4u_{j+1,i+1} + 6u_{j,i+1} - 4u_{j-1,i+1} + u_{j-2,i+1}}{\Delta z^4},$$

$$\frac{\partial^4 v}{\partial z^4} = \frac{v_{j+2,i+1} - 4v_{j+1,i+1} + 6v_{j,i+1} - 4v_{j-1,i+1} + v_{j-2,i+1}}{\Delta z^4}.$$

$$\frac{\partial^3 u}{\partial z^3} = \frac{u_{j+2,i+1} - 2u_{j+1,i+1} + 2u_{j-1,i+1} - u_{j-2,i+1}}{2\Delta z^3},$$

$$\frac{\partial^3 v}{\partial z^3} = \frac{v_{j+2,i+1} - 2v_{j+1,i+1} + 2v_{j-1,i+1} - v_{j-2,i+1}}{2\Delta z^3}.$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{u_{j+1,i+1} - 2u_{j,i+1} + u_{j-1,i+1}}{\Delta z^2},$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = \frac{v_{j+1,i+1} - 2v_{j,i+1} + v_{j-1,i+1}}{\Delta z^2}.$$

Однак, похідні за часом t у кожному i − тому вузлі представлялися за схемою:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{u_{j,i+1} - 2u_{j,i} + u_{j,i-1}}{\Delta t^2},$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \frac{v_{j,i+1} - 2v_{j,i} + v_{j,i-1}}{\Delta t^2}.$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{u_{j,i+1} - u_{j,i-1}}{2\Delta t},$$

$$\frac{\partial v}{\partial z} = \frac{v_{j,i+1} - v_{j,i-1}}{2\Delta t}.$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z \partial t} = \frac{u_{j-1,i+1} - u_{j-3,i+1} - u_{j-1,i} + u_{j-3,i}}{2\Delta t \Delta z},$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial z \partial t} = \frac{v_{j-1,i+1} - v_{j-3,i+1} - v_{j-1,i} + v_{j-3,i}}{2\Delta t \Delta z}.$$

Після використання цих рівностей була отримана система (2.47). Її схематичне зображення дане на рис. 2.7.

З його допомогою розв'язується задача нестаціонарної динаміки для розглянутої моделі. Вона приводить до необхідності постановки задачі Коші, для якої повинні бути сформульовані відповідні початкові умови. Вони дозволяють у початковий момент часу, коли $t = 0$ знайти відповідні значення всіх невідомих u_i та v_i в моменти часу t_j і t_{j-1}. У цьому випадку система лінійних алгебраїчних рівнянь, побудована на шарі j+1, дозволяє визначати стан системи в момент часу $t = t_{j-1}$. При переході на наступний шар аналізу системи, значення змінних u_i та v_i на кроках t_j і t_{j+1} виявляються відомими, тому з їхньою допомогою можна знаходити стан системи і в момент часу j + 2 і т.д.

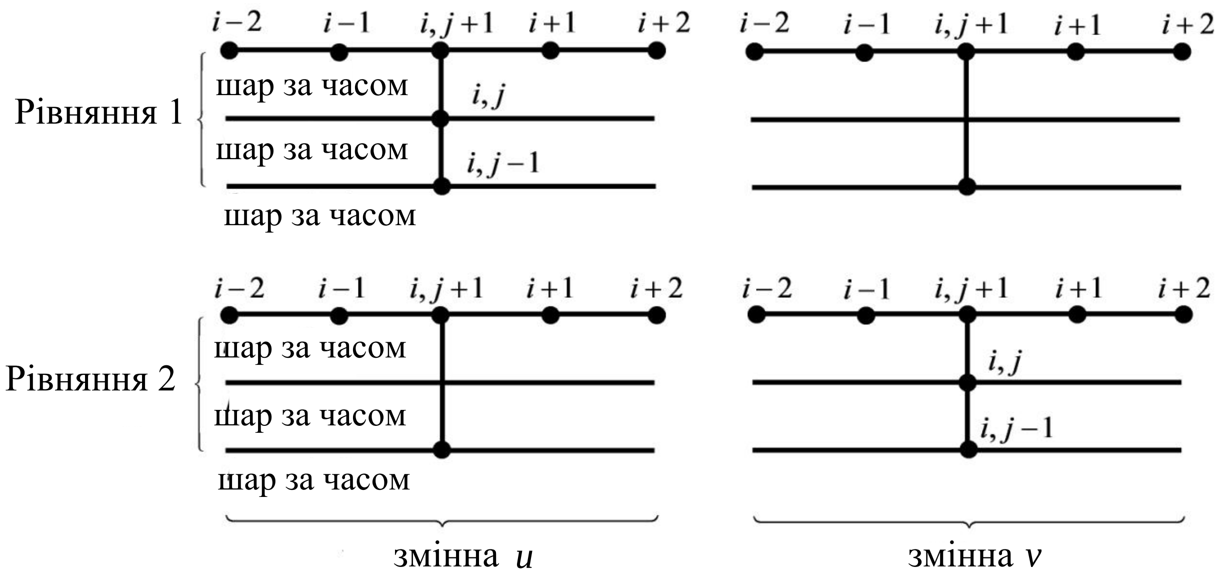


Рисунок 2.7 − Скінченно-різницева діаграма диференціальних операторів рівнянь коливань (2.20)

Оскільки на кожному кроці інтегрування рівнянь руху доводиться розв'язувати систему лінійних алгебраїчних рівнянь, описаний алгоритм являє собою неявну скінченно-різницеву схему. Така схема завжди є стійкою. Однак, у зв'язку з тим, що різні похідні у виразах (2.20) замінені своїми скінченно-різницевими аналогами на різних кроках t_j і t_{j+1}, вона є не дуже точною. Тому для забезпечення потрібної точності обчислень необхідно крок інтегрування Δt задавати досить малим. На практиці величина цього кроку вибирається методом перебору таким чином, щоб результати розв'язання задачі з кроками Δt та Δt / 2 співпадали.

Описаний вище алгоритм відноситься до дискретизації рівнянь згинання (2.20). Для замикання цих рівнянь повинні бути використані відповідні граничні умови.

У точках A ($z = 0$) і B ($z = l$) ці рівняння мають просту форму, тому їхнє різницеве представлення не має сенсу. Певні складності можуть бути пов'язані з крайовими рівняннями в точці C з фрикційними (2.42) і силовими (2.46) крайовими умовами. Наведемо скінченно-різницеві аналоги рівнянь (2.42). Підкреслимо, що вони є нелінійними, і тому їхні різні доданки повинні бути записані на таких часових кроках t_j і t_{j+1}, щоб на крок t_{j+1} були винесені тільки лінійні члени і так, щоб були забезпечені відповідні точності збіжності обчислювального процесу. В нашому випадку алгебраїзовані рівняння (2.42) мають форму:

$$EI\frac{u_{NT,t+1}-2u_{NT-1,t+1}+2u_{NT-3,t+1}-u_{NT-4,t+1}+u_{NT,t}-2u_{NT-1,t}+2u_{NT-3,t}-u_{NT-4,t}}{4\Delta z^3}-$$

$$\frac{\mu|T|}{\sqrt{\left(v_{G,x}^{абс}\right)^2+\left(v_{G,y}^{абс}\right)^2}}\left(\frac{u_{NT-2,t+1}-u_{NT-2,t}}{\Delta t}-\frac{v_{2NT-2,t}+v_{2NT-2,t-1}}{2}\omega-\right.$$

$$a\sqrt{1-\frac{(u_{NT-2,t})^2+(v_{2NT-2,t})^2}{(R-a)^2}}\left(-\frac{u_{NT-1,t+1}-u_{NT-3,t+1}}{2\Delta z\Delta t}+\frac{u_{NT-1,t}-u_{NT-3,t}}{2\Delta z\Delta t}-\right.$$

$$\left.\left.\frac{v_{2NT-1,t+1}-v_{2NT-3,t+1}+v_{2NT-1,t}-v_{2NT-3,t}}{4\Delta z}\omega\right)-\frac{v_{2NT-2,t}+v_{2NT-2,t-1}}{2(R-a)}a\omega\right)=0,$$

(2.48)

$$EI\,\frac{v_{2NT,t+1}-2v_{2NT-1,t+1}+2v_{2NT-3,t+1}-v_{2NT-4,t+1}}{4\Delta z^{3}}+$$
$$\frac{v_{2NT,t}-2v_{2NT-1,t}+2v_{2NT-3,t}-v_{2NT-4,t}}{4\Delta z^{3}}-$$
$$\frac{\mu|T|}{\sqrt{\left(v_{G,x}^{абс}\right)^{2}+\left(v_{G,y}^{абс}\right)^{2}}}\left(\frac{v_{2NT-2,t+1}-v_{2NT-2,t}}{\Delta t}+\frac{u_{NT-2,t}+u_{NT-2,t-1}}{2}\omega-\right.$$
$$a\sqrt{1-\frac{(u_{NT-2,t})^{2}+(v_{2NT-2,t})^{2}}{(R-a)^{2}}}\left(-\frac{v_{2NT-1,t+1}-v_{2NT-3,t+1}}{2\Delta z\Delta t}+\frac{v_{2NT-1,t}-v_{2NT-3,t}}{2\Delta z\Delta t}+\right.$$
$$\left.\left.\frac{u_{NT-1,t+1}-u_{NT-3,t+1}+u_{NT-1,t}-u_{NT-3,t}}{4\Delta z}\omega\right)+\frac{u_{NT-2,t}+u_{NT-2,t-1}}{2(R-a)}a\omega\right)=0,$$

де, як відмічено вище, функції $v_{G,x}^{абс}$ і $v_{G,y}^{абс}$ обчислені на кроках t і $t-1$ і тому є відомими. Вони обчислюються за формулами:

$$v_{G,x}^{абс}=\frac{u_{NT-2,t}-u_{NT-2,t-1}}{\Delta t}-\frac{v_{2NT-2,t}+v_{2NT-2,t-1}}{2}\omega+$$
$$a\sqrt{1-\frac{(u_{NT-2,t})^{2}+(v_{2NT-2,t})^{2}}{(R-a)^{2}}}\left(\frac{u_{NT-1,t}-u_{NT-3,t}}{2\Delta z\Delta t}-\frac{u_{NT-1,t-1}-u_{NT-3,t-1}}{2\Delta z\Delta t}+\right.$$
$$\left.\frac{v_{2NT-1,t}-v_{2NT-3,t}+v_{2NT-1,t-1}-v_{2NT-3,t-1}}{4\Delta z}\omega\right)-\frac{v_{2NT-2,t}+v_{2NT-2,t-1}}{2(R-a)}a\omega,$$

$$v_{G,y}^{абс}=\frac{v_{2NT-2,t}-v_{2NT-2,t-1}}{\Delta t}+\frac{u_{NT-2,t}+u_{NT-2,t-1}}{2}\omega+$$
$$a\sqrt{1-\frac{(u_{NT-2,t})^{2}+(v_{2NT-2,t})^{2}}{(R-a)^{2}}}\left(\frac{v_{2NT-1,t}-v_{2NT-3,t}}{2\Delta z\Delta t}-\frac{v_{2NT-1,t-1}-v_{2NT-3,t-1}}{2\Delta z\Delta t}-\right.$$
$$\left.\frac{u_{NT-1,t}-u_{NT-3,t}+u_{NT-1,t-1}-u_{NT-3,t-1}}{4\Delta z}\omega\right)+\frac{u_{NT-2,t}+u_{NT-2,t-1}}{2(R-a)}a\omega.$$

Аналогічні перетворення були виконані з рівняннями (2.46). Вони представлені у формі:

$$\left(\frac{u_{NT-1,t+1}-2u_{NT-2,t+1}+u_{NT-3,t+1}+u_{NT-1,t}-2u_{NT-2,t}+u_{NT-3,t}}{2\Delta z^{2}}+\right.$$

$$a\frac{u_{NT,t+1}-2u_{NT-1,t+1}+2u_{NT-3,t+1}-u_{NT-4,t+1}}{4\Delta z^{3}}+$$

$$\left.\frac{u_{NT,t}-2u_{NT-1,t}+2u_{NT-3,t}-u_{NT-4,t}}{4\Delta z^{3}}\cdot+\left(\cos\alpha+\frac{u_{NT-1,t}-u_{NT-3,t}}{2\Delta z}\sin\alpha\right)\right)\sin\beta+$$

$$\left(\frac{v_{2NT-1,t+1}-2v_{2NT-2,t+1}+v_{2NT-3,t+1}+v_{2NT-1,t}-2v_{2NT-2,t}+v_{2NT-3,t}}{2\Delta z^{2}}+\right.$$

$$a\frac{v_{2NT,t+1}-2v_{2NT-1,t+1}+2v_{2NT-3,t+1}-v_{2NT-4,t+1}}{4\Delta z^{3}}+$$

$$\left.\frac{v_{2NT,t}-2v_{2NT-1,t}+2v_{2NT-3,t}-v_{2NT-4,t}}{4\Delta z^{3}}\cdot\left(\cos\alpha+\frac{v_{2NT-1,t}-v_{2NT-3,t}}{2\Delta z}\sin\alpha\right)\right)\cos\beta=0,$$

(2.49)

$$\left(-\frac{u_{NT-1,t+1}-2u_{NT-2,t+1}+u_{NT-3,t+1}+u_{NT-1,t}-2u_{NT-2,t}+u_{NT-3,t}}{2\Delta z^{2}}-\right.$$

$$a\frac{u_{NT,t+1}-2u_{NT-1,t+1}+2u_{NT-3,t+1}-u_{NT-4,t+1}}{4\Delta z^{3}}-$$

$$\left.\frac{u_{NT,t}-2u_{NT-1,t}+2u_{NT-3,t}-u_{NT-4,t}}{4\Delta z^{3}}\cdot\left(\cos\alpha+\frac{u_{NT-1,t}-u_{NT-3,t}}{2\Delta z}\sin\alpha\right)\right)\cos\beta+$$

$$\left(\frac{v_{2NT-1,t+1}-2v_{2NT-2,t+1}+v_{2NT-3,t+1}+v_{2NT-1,t}-2v_{2NT-2,t}+v_{2NT-3,t}}{2\Delta z^{2}}+\right.$$

$$a\frac{v_{2NT,t+1}-2v_{2NT-1,t+1}+2v_{2NT-3,t+1}-v_{2NT-4,t+1}}{4\Delta z^{3}}+$$

$$\left.\frac{v_{2NT,t}-2v_{2NT-1,t}+2v_{2NT-3,t}-v_{2NT-4,t}}{4\Delta z^{3}}\cdot\left(\cos\alpha+\frac{v_{2NT-1,t}-v_{2NT-3,t}}{2\Delta z}\sin\alpha\right)\right)\sin\beta=0,$$

де:

$$\sin\alpha=\frac{\sqrt{(u_{NT-2,t})^{2}+(v_{2NT-2,t})^{2}}}{R-a},\qquad \cos\alpha=\sqrt{1-\frac{(u_{NT-2,t})^{2}+(v_{2NT-2,t})^{2}}{(R-a)^{2}}},$$

$$\sin\beta=\frac{v_{2NT-2,t}}{\sqrt{(u_{NT-2,t})^{2}+(v_{2NT-2,t})^{2}}},\qquad \cos\beta=\frac{v_{NT-2,t}}{\sqrt{(u_{NT-2,t})^{2}+(v_{2NT-2,t})^{2}}}.$$

Схематичне зображення рівностей (2.48) подане на рис.2.8.

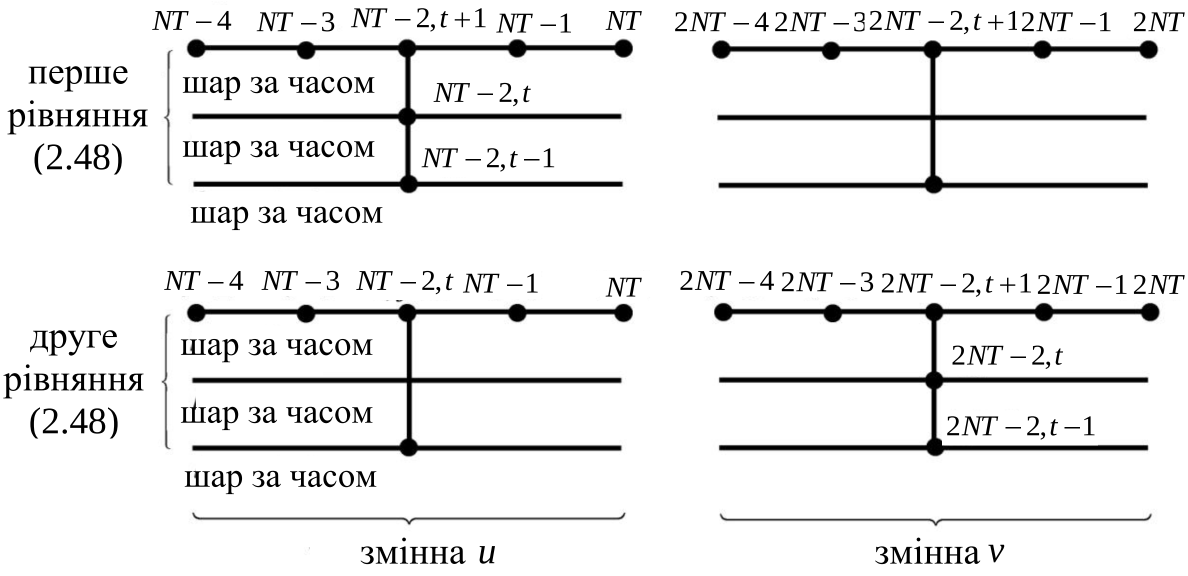


Рисунок 2.8 − Скінченно-різницева діаграма диференціальних операторів крайових рівнянь (2.48)

Тут шукані змінні на кроці t + 1 входять у рівняння (2.48) лінійно, тому вони доповнюють загальну лінійну систему t алгебраїчних рівнянь на кроці t + 1. Ця система замикається алгебраїчними рівняннями (2.49). Їхня скінченно-різницева діаграма аналогічна діаграмі, що представлена на рис. 2.8.

2.2 Результати аналізу коливань кружляння системи за допомогою фрикційної моделі

Наведені вище співвідношення визначають триточкову крайову задачу динаміки нижнього прольоту бурильної колони з долотом на нижньому кінці. Числове розв’язання поставленої задачі здійснюється методом скінченних різниць по змінній z з використанням неявної схеми інтегрування за часом t (2.47) – (2.49) з кроком $\Delta t = 10^{-4}$ с.

У результаті проведеного дослідження встановлено, що режим самозбудження даних автоколивань і їхні форми значною мірою залежать від згинальної жорсткості бурильної колони, значень T, M_z, а також геометрії контактуючих поверхонь долота і свердловини. У зв’язку з цим можна зробити висновок, що вибираючи різні значення цих параметрів можна як стабілізувати, так і дестабілізувати коливання кружляння. При цьому значну роль може відігравати також тип моделі, використаної для розрахунків. Дослідження проведені при наступних значеннях характерних параметрах системи $E = 2{,}1 \cdot 10^{11}$ Па, $F = \pi\,(\,r_1^{\,2} - r_1^{\,2}\,) = 5{,}34 \cdot 10^{-3}$ м^2, $F_l = \pi\, r_2^{\,2} = 2{,}01 \cdot 10^{-2}$ м^2, $\rho\ = 7{,}8 \cdot 10^3$ кг/м^3, $\rho_l = 1{,}5 \cdot 10^3$ кг/м^3, $l = 9$ м, $e = 1$ м, $r_1 = 0{,}09$ м, $r_2 = 0{,}08$ м, $I = \pi\,(\,r_1^{\,4} - r_1^{\,4}\,) = 1{,}94 \cdot 10^{-5}$ м^4.

На рисунку 2.9 наведені форми руху центра C долота в системі координат $Oxyz$, що обертається (зліва), і нерухомій системі координат $OXYZ$ (справа). Розглянутий випадок $T\ = -\,10^{-2}$ Н, $M_z = -\,10^{-4}$ Н·м, $\omega = 5$рад/с, a = 0,12 м, R = 0,75 м. Моделювання виконане на відрізку часу $0 \le t \le 20$ с. Вважалося, що рух системи починається після деякого її малого відхилення від вихідного вертикального стану. Аналізуючи ці результати, можна відзначити, що при різних коефіцієнтах тертя μ, ковзання долота по дну свердловини є малим, тому траєкторії руху центра C в усіх трьох випадках практично однакові.

Важливо підкреслити, що в нерухомій системі координат долото перекочується в напрямку, протилежному напряму ω. Такі режими називаються оберненим кружлянням долота. Рух здійснюється замкнутою коловою траєкторєюї, тому є стійким. На думку спеціалістів, він становить суттєву небезпеку для системи.

Графіки зміни сил тертя $F_x^{тер}(t)$ і $F_y^{тер}(t)$ для режимів руху, представлених на рис. 2.9 в системі координат, що обертається, подані на рис. 2.10. Видно, що вони мають просту форму. Однак, у нерухомій системі координат сили тертя в доповнення до основних гармонічних коливань випробовують також високочастотні періодичні зміни з малими амплітудами (рис. 2.11). При цьому труба бурильної колони вигинається за простими формами (рис. 2.12). Цікаво відзначити, що коливання для цього випадку відбувається, в основному, в напрямку осі Ox.

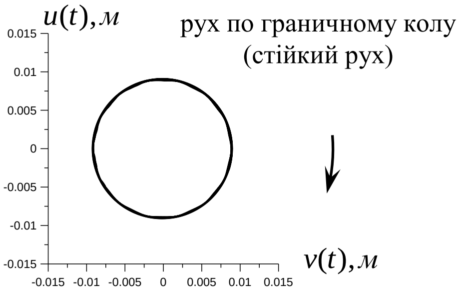
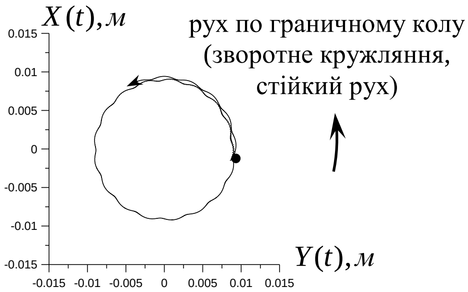
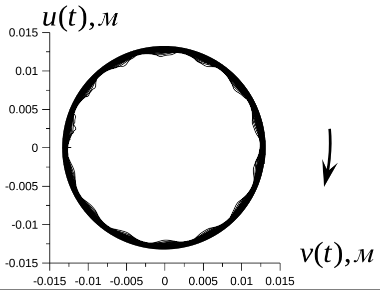
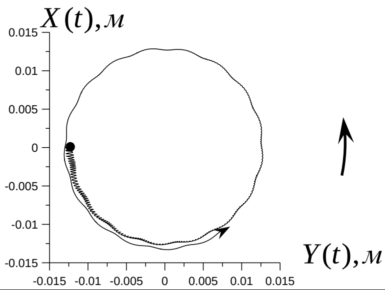
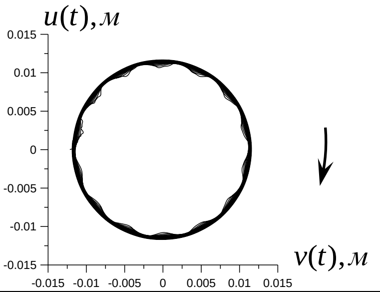
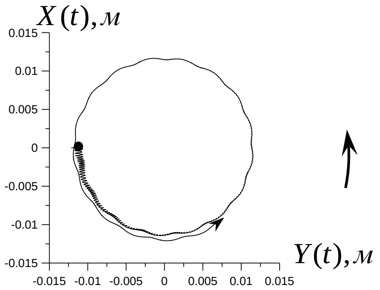
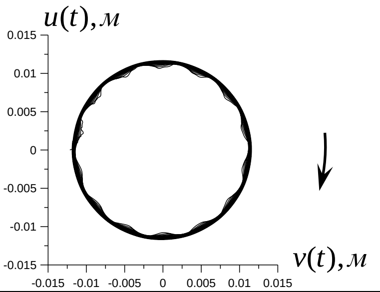
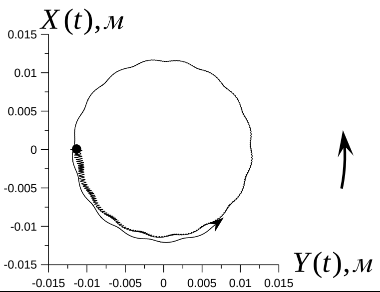
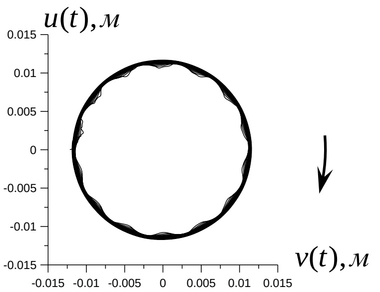
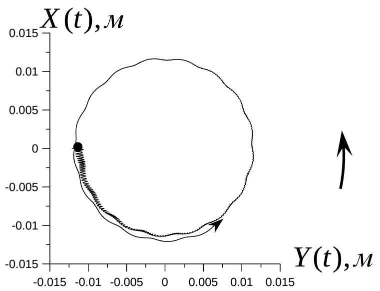
<table>
<tr><th>Коефіцієнт тертя</th><th>Траєкторії руху точки C долота в системі координат, що обертається</th><th>Траєкторії руху точки C долота в нерухомій системі координат</th></tr>
<tr><td>$\mu = 0{,}2$</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>$\mu = 1$</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>$\mu = 5$</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>$\mu = 10$</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>$\mu = 30$</td><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>

Рисунок 2.9 − Траєкторії руху кружляння центра долота C в рухомій (зліва) і нерухомій (справа) системах координат (випадок $T = -1 \cdot 10^5$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м, $\omega = 5$ рад/с, $a = 0{,}12$ м, $R = 0{,}75$ м, $t = 20$ с)

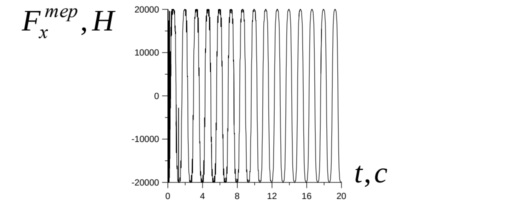
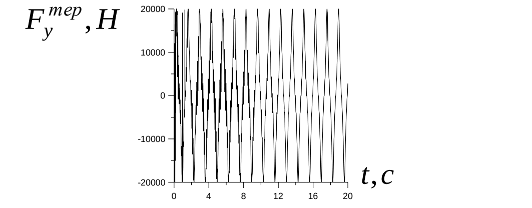
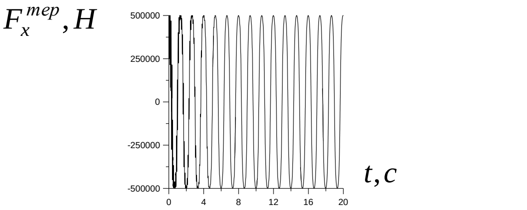
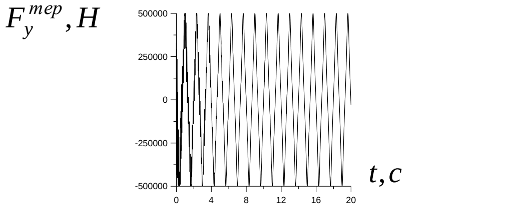
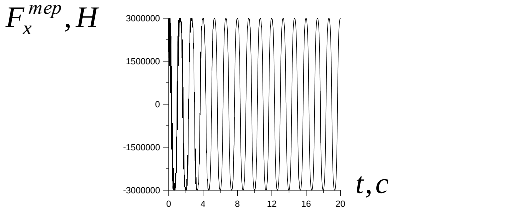
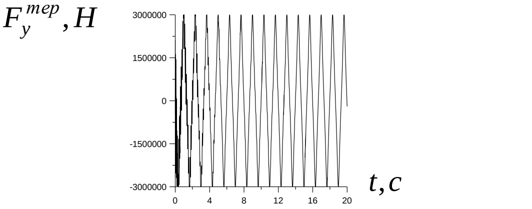
Коефі-цієнт тертя	Графік зміни сили тертя $F_x^{тер}(t)$	Графік зміни сили тертя $F_y^{тер}(t)$
μ = 0,2		
μ = 5		
μ = 30		

Рисунок 2.10 − Графіки функцій сил тертя $F_x^{тер}(t)$ та $F_y^{тер}(t)$ в системі координат, що обертається (випадок $T = -1 \cdot 10^5$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м, $\omega = 5$ рад/с, $a = 0{,}12$ м, $R = 0{,}75$ м, $t = 20$ с)

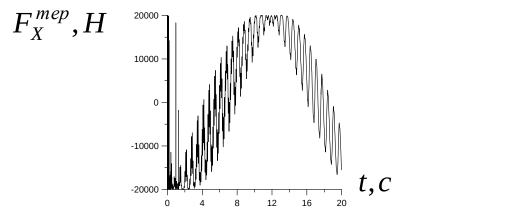
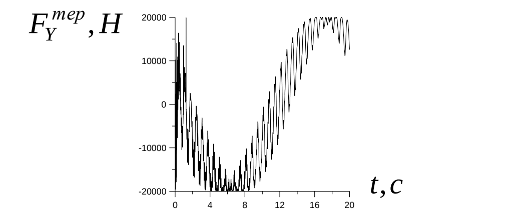
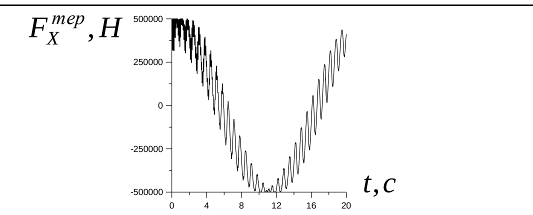
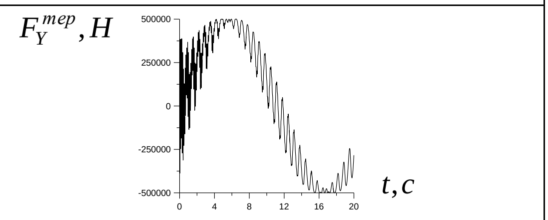
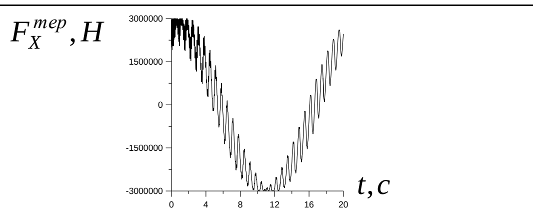
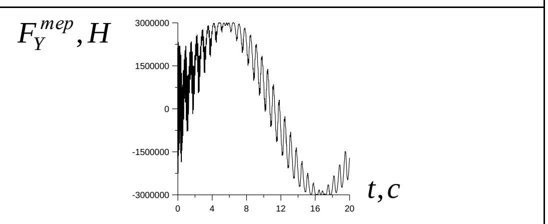
Коефі-цієнт тертя	Графік зміни сили тертя $F_X^{тер}(t)$	Графік зміни сили тертя $F_Y^{тер}(t)$
μ = 0,2		
μ = 5		
μ = 30		

Рисунок 2.11 − Графіки функцій сил тертя $F_X^{тер}(t)$ та $F_Y^{тер}(t)$ в нерухомій системі координат (випадок $T = -1 \cdot 10^5$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м, $\omega = 5$ рад/с, $a = 0{,}12$ м, $R = 0{,}75$ м, $t = 20$ с)

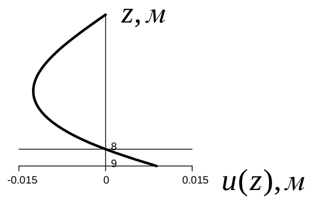
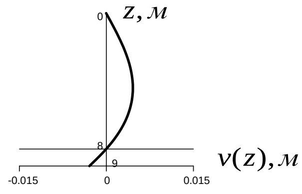
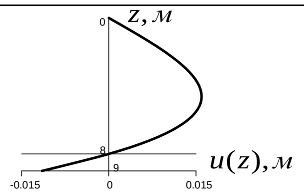
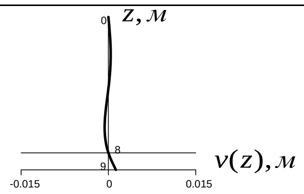
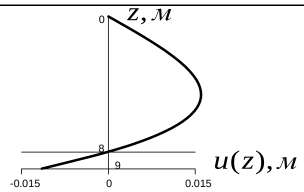
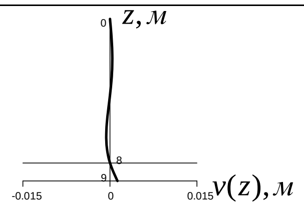
Коефі-цієнт тертя	Графіки функцій прогину $u(z)$	Графіки функцій прогину $v(z)$
$\mu = 0{,}2$		
$\mu = 5$		
$\mu = 30$		

Рисунок 2.12 − Графіки функцій прогину $u(z)$, $v(z)$ в системі координат, що обертається (випадок $T = -1\cdot10^5$ Н, $M_z = -1\cdot10^4$ Н·м, $\omega = 5$ рад/с, $a = 0{,}12$ м, $R = 0{,}75$ м, $t = 20$ с)

Якщо для розглянутої системи швидкість обертання ω збільшити від $\omega = 5$ рад/с до $\omega = 10$ рад/с, то характер руху кружляння долота зазнає суттєвих змін (рис. 2.13). Однак зі збільшенням коефіцієнта тертя траєкторія руху набуває вид розширюючих спіралей, що свідчить про його нестійкість. Як і в попередньому випадку, тут має місце зворотне кружляння, яке становить найбільшу небезпеку для розглянутої системи. При цьому характер зміни функцій $F_x^{тер}(t)$ і $F_y^{тер}(t)$ та $u(z)$ і $v(z)$ приблизно співпадає з графіками відповідних функцій для попереднього випадку. Подальше збільшення швидкості до $\omega = 20$ рад/с не привело до суттєвої зміни форм руху системи (рис. 2.14).

Якщо сферичне долото контактує з дном свердловини меншого радіуса $R = 0{,}25$ м, то при малих значеннях коефіцієнта тертя ($\mu = 0{,}2$ і $\mu = 0{,}5$) центр долота рухається по колу постійного радіуса, що складає стійку траєкторію руху (рис. 2.15). Проте, як у попередньому випадку, зі збільшенням величини

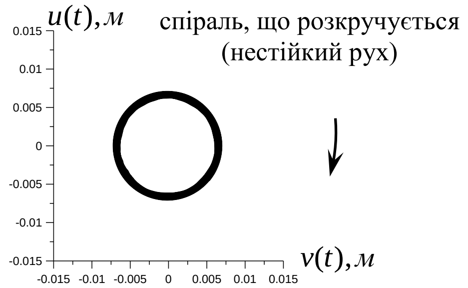
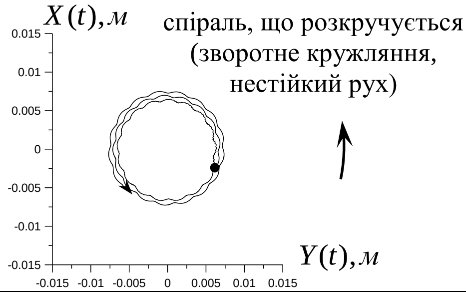
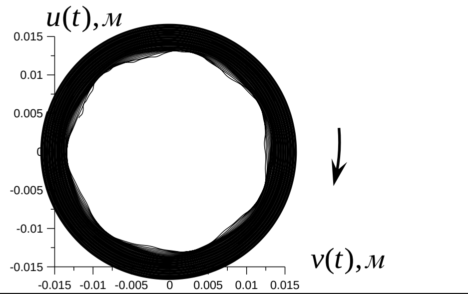
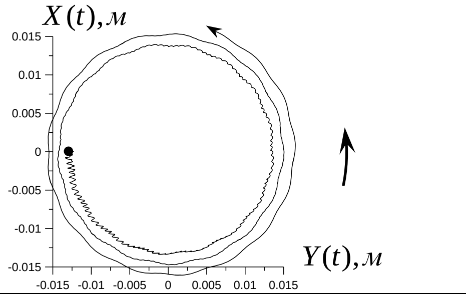
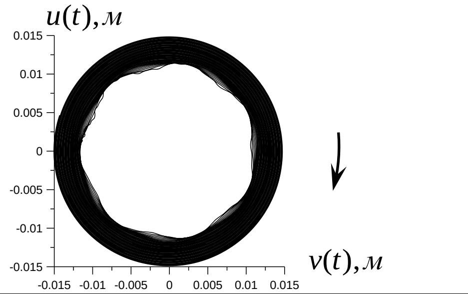
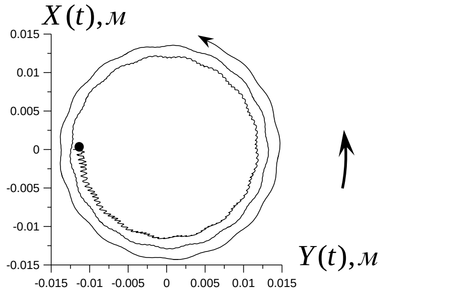
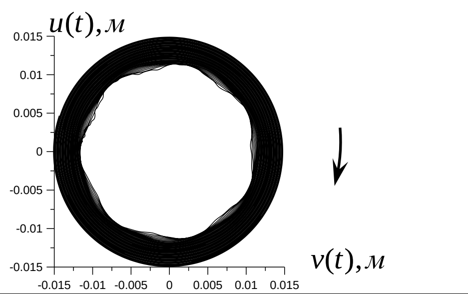
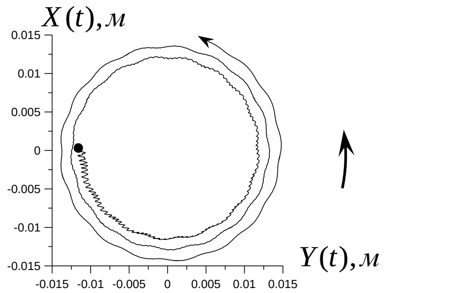
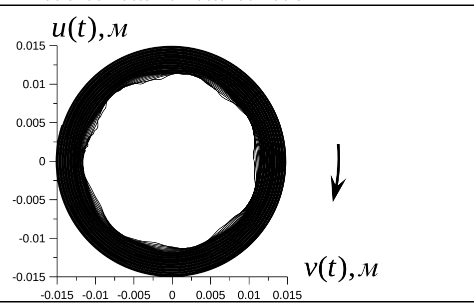
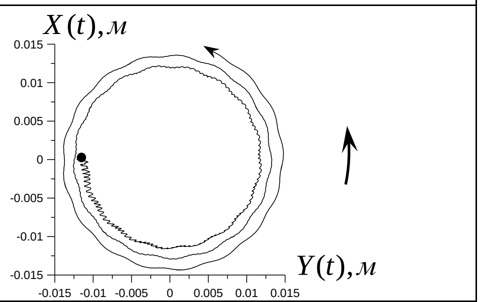
<table>
<tr><th>коефіцієнт тертя</th><th>Траєкторії руху точки C долота в системі координат, що обертається</th><th>Траєкторії руху точки C долота в нерухомій системі координат</th></tr>
<tr><td>μ = 0,2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>μ = 1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>μ = 5</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>μ = 10</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>μ = 30</td><td></td><td></td></tr>
</table>

Рисунок 2.13 − Траєкторії руху кружляння центра долота C в рухомій (зліва) і нерухомій (справа) системах координат (випадок $T = -1 \cdot 10^5$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м, ω = 10 рад/с, a = 0,12 м, R = 0,75 м, t =20 с)

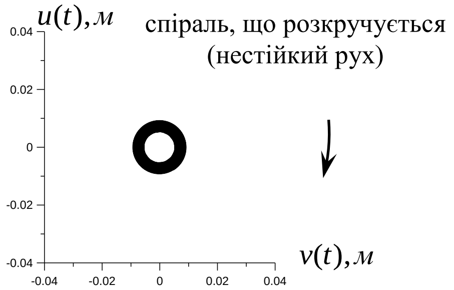
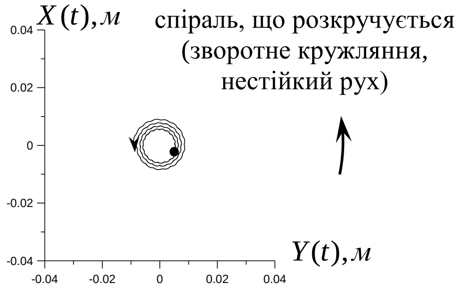
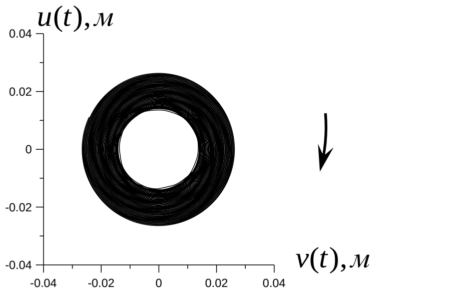
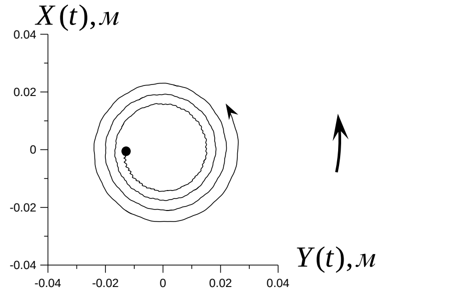
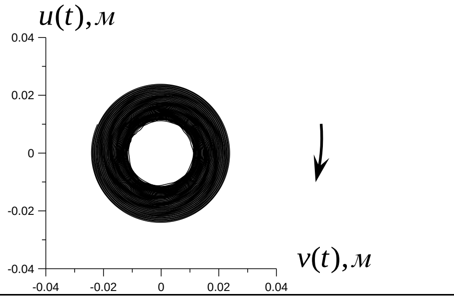
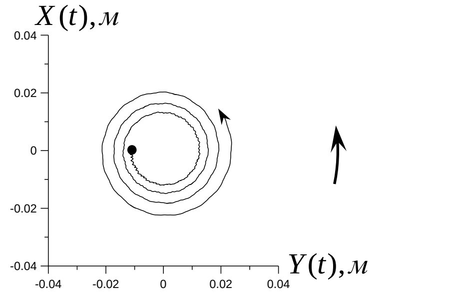
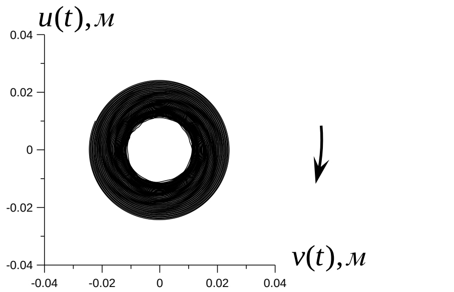
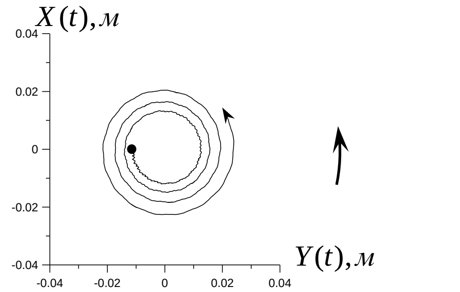
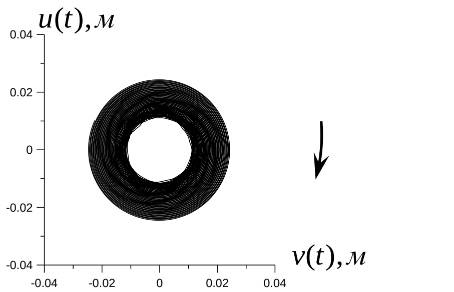
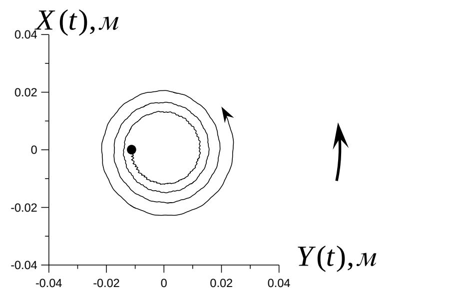
коефіцієнт тертя	Траєкторії руху точки C долота в системі координат, що обертається	Траєкторії руху точки C долота в нерухомій системі координат
$\mu = 0{,}2$		
$\mu = 1$		
$\mu = 5$		
$\mu = 10$		
$\mu = 30$		

Рисунок 2.14 − Траєкторії руху кружляння центра долота C в рухомій (зліва) і нерухомій (справа) системах координат (випадок $T = -1 \cdot 10^5$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м, $\omega = 20$ рад/с, $a = 0{,}12$ м, $R = 0{,}75$ м, $t = 20$ с)

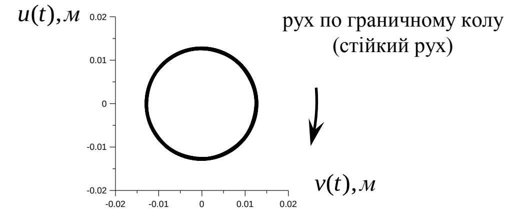
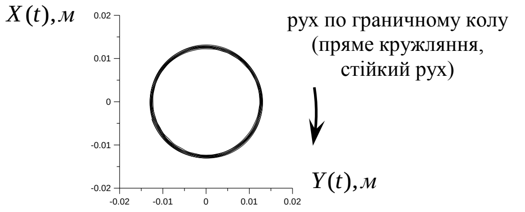
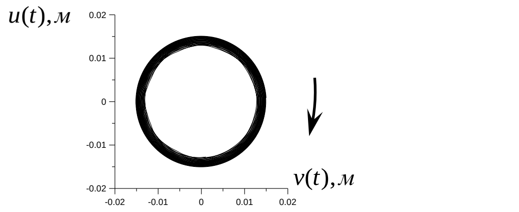
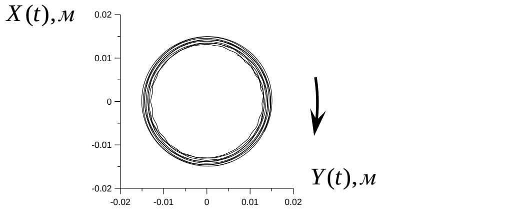
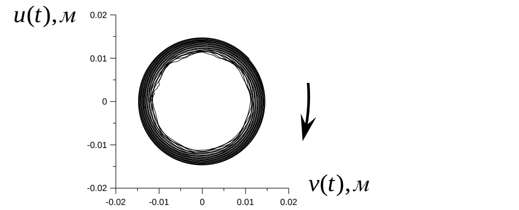
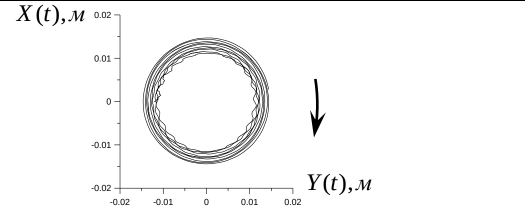
Коефі-цієнт тертя	Траєкторії руху точки *C* долота в системі координат, що обертається	Траєкторії руху точки *C* долота в нерухомій системі координат
μ = 0,2		
μ = 1		
μ = 10		

Рисунок 2.15 − Траєкторії руху кружляння центра долота *C* в рухомій (зліва) і нерухомій (справа) системах координат (випадок $T = -1\cdot10^5$ Н, $M_z = -1\cdot10^4$ Н·м, $\omega = 5$ рад/с, $a = 0{,}12$ м, $R = 0{,}25$ м, $t = 20$ с)

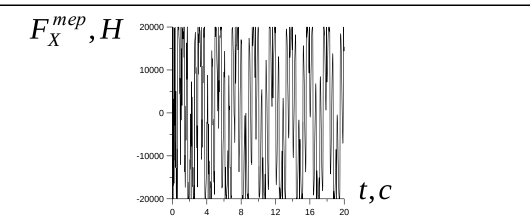
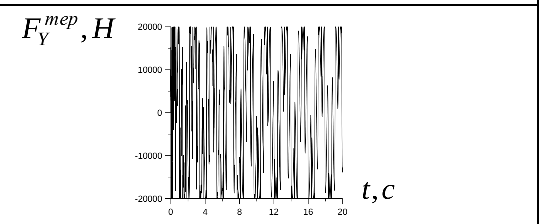
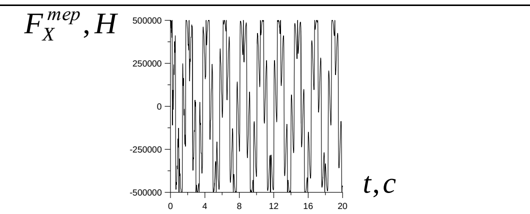
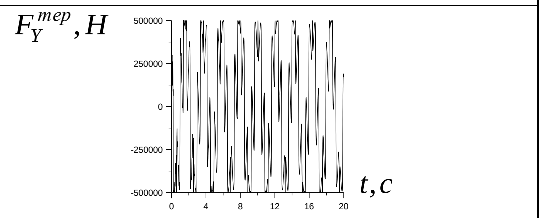
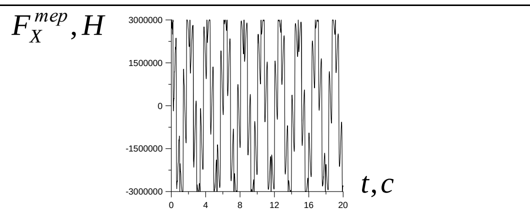
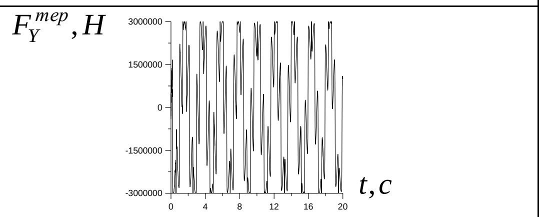
Коефі-цієнт тертя	Графік зміни сили тертя $F_X^{тер}(t)$	Графік зміни сили тертя $F_Y^{тер}(t)$
μ = 0,2		
μ = 5		
μ = 30		

Рисунок 2.16 − Графіки функцій сил тертя $F_X^{тер}(t)$ та $F_Y^{тер}(t)$ в нерухомій системі координат (випадок $T = -1\cdot10^5$ Н, $M_z = -1\cdot10^4$ Н·м, $\omega = 5$ рад/с, $a = 0{,}12$ м, $R = 0{,}25$ м, $t = 20$ с)

μ ($\mu \geq 1$) рух кружляння знову набуває нестійкого характеру і рух буде відбуватися по спіралі, що розширюється. Тут має місце пряме кружляння.

Для розглянутого режиму викликають зацікавлення графіки зміни функцій компонент сил тертя $F_X^{тер}(t)$ і $F_Y^{тер}(t)$ в нерухомій системі координат. Як видно з рисунку 2.16, вони являють собою накладання низько- і високочастотних коливань.

При подальшому збільшенні кутової швидкості до $\omega = 10$ рад/с і $\omega = 20$ рад/с (рис. 2.17 і рис. 2.18) траєкторії мають вигляд спіралей, що розкручуються, тому рух є нестійким. Графіки зміни функцій $F_X^{тер}(t)$ і $F_Y^{тер}(t)$, які відносяться до попереднього випадку, аналогічні цим функціям. Коли радіус свердловини взяти досить малим R = 0,15 м, трохи більшим за радіус долота, то при кутовій швидкості $\omega = 5$ рад/с (рис. 2.19) траєкторії руху кружляння центра долота набувають вигляду щільних спіралей, що розкручуються для всіх значень коефіцієнтів тертя. Наступне збільшення кутової швидкості до $\omega = 20$ рад/с приводить до того, що за досить малий проміжок часу траєкторія руху долота стрімко прямує до розширюючої спіралі (рис. 2.20). Графіки функцій сил тертя для цього випадку подані на рис. 2.21 і рис. 2.22. При даному режимі коливань рух центра долота й обертання бурильної колони в нерухомій системах координат відбуваються в однаковому напрямку, тобто має місце пряме кружляння.

На рисунку 2.23 розглянутий випадок, коли радіус свердловини рівний $R = 0{,}5$ м. Тут траєкторія центра долота має форму спіралі, що розкручується, тому цей режим коливань нестійкий. Варто відзначити, що, оскільки здійснюється режим прямого руху, в нерухомій системі координат долото встигає здійснити більше число обертів, ніж у системі координат, що обертається (праві позиції). Тому в цій системі спіралі є щільнішими. У даному випадку присутнє пряме кружляння.

Цікавий випадок можемо спостерігати на рисунку 2.24 для радіуса свердловини $R = 0{,}592$ м і кутової швидкості $\omega = 5$ рад/с. В системі

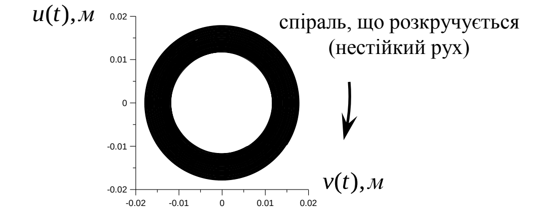
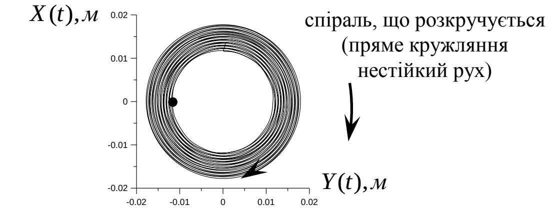
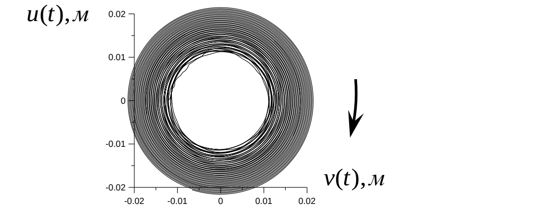
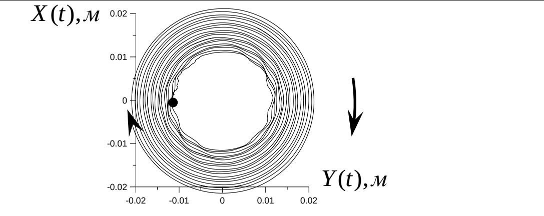
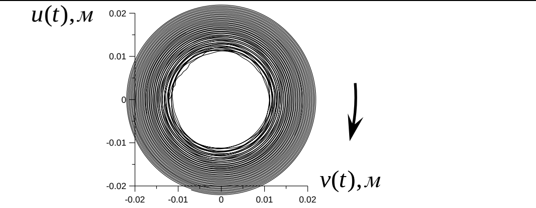
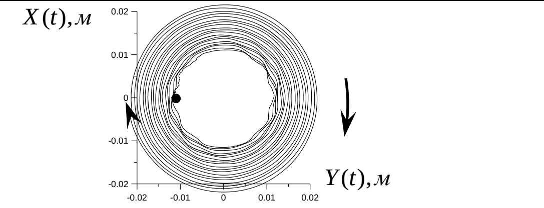
Коеф-іцієнт тертя	Траєкторії руху точки *C* долота в системі координат, що обертається	Траєкторії руху точки *C*долота в нерухомій системі координат
μ = 0,2		
μ = 5		
μ = 30		

Рисунок 2.17 − Траєкторії руху кружляння центра долота *C* в рухомій (зліва) і нерухомій (справа) системах координат (випадок $T = -1\cdot10^5$ Н, $M_z = -1\cdot10^4$ Н·м, ω = 10 рад/с, a = 0,12 м, R = 0,25 м, t =20 с)

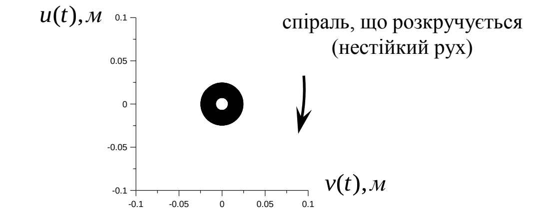
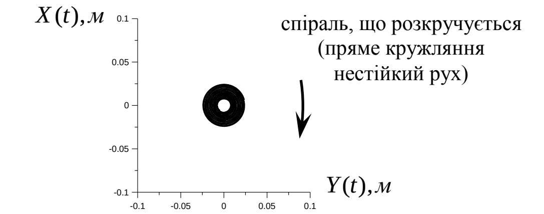
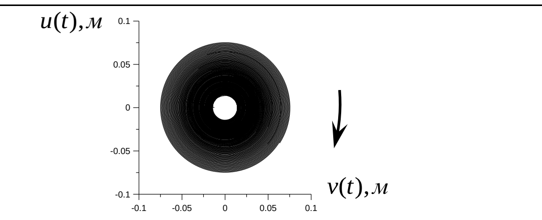
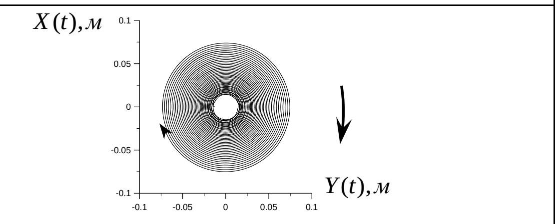
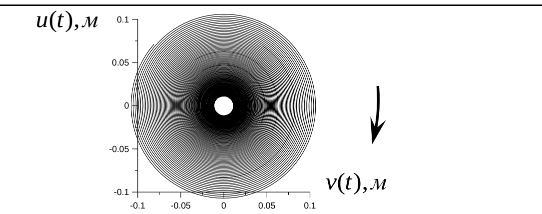
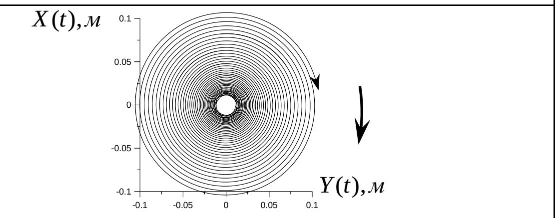
Коефі-цієнт тертя	Траєкторії руху точки *C* долота в системі координат, що обертається	Траєкторії руху точки *C* долота в нерухомій системі координат
μ = 0,2		
μ = 1		
μ = 20		

Рисунок 2.18 − Траєкторії руху кружляння центра долота *C* в рухомій (зліва) і нерухомій (справа) системах координат (випадок $T = -1\cdot10^5$ Н, $M_z = -1\cdot10^4$ Н·м, ω = 20 рад/с, a = 0,12 м, R = 0,25 м, t =20 с)

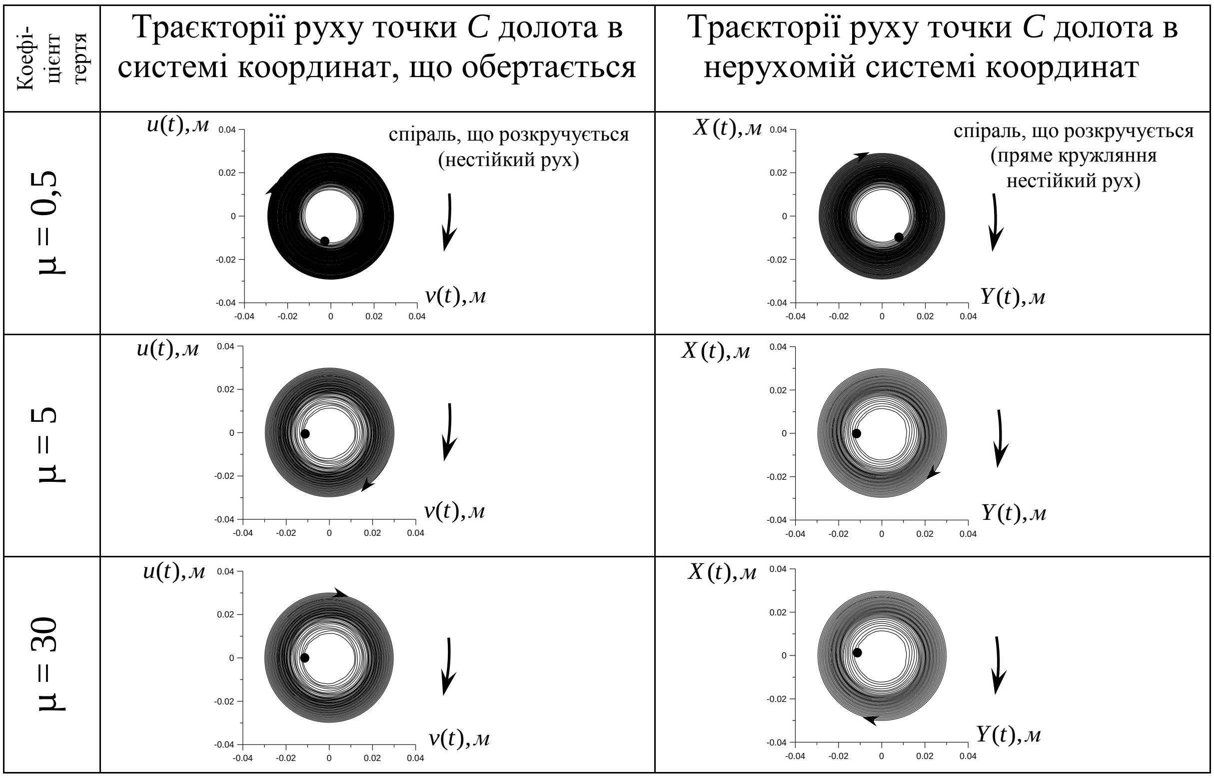


Рисунок 2.19 − Траєкторії руху кружляння центра долота C в рухомій (зліва) і нерухомій (справа) системах координат (випадок $T = -1{\cdot}10^5$ Н, $M_z = -1{\cdot}10^4$ Н·м, ω = 5 рад/с, a = 0,12 м, R = 0,15 м, t =10 с)

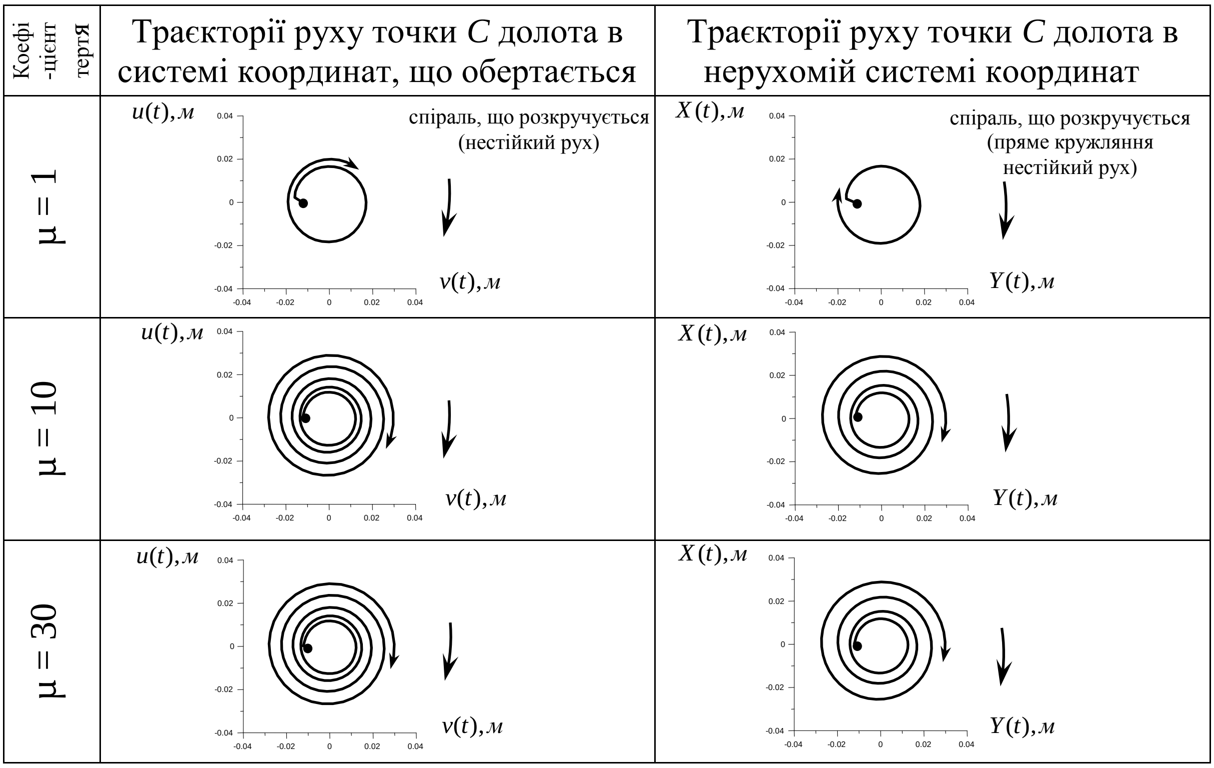


Рисунок 2.20 − Траєкторії руху кружляння центра долота C в рухомій (зліва) і нерухомій (справа) системах координат (випадок $T = -1{\cdot}10^5$ Н, $M_z = -1{\cdot}10^4$ Н·м, ω = 20 рад/с, a = 0,12 м, R = 0,15 м, t =0,3 с)

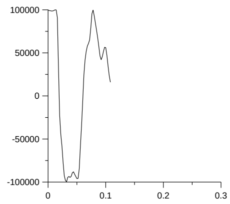
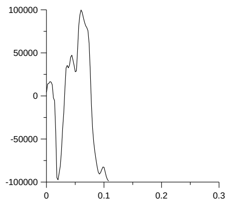
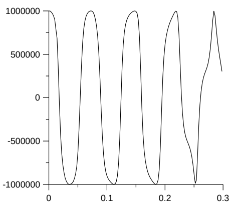
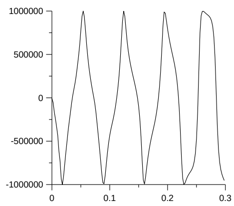
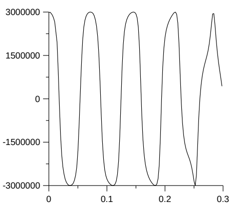
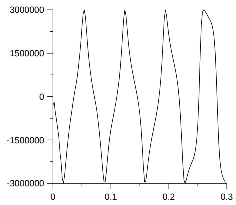
Коефі-цієнт тертя	Графік зміни сили тертя $F_x^{тер}(t)$	Графік зміни сили тертя $F_y^{тер}(t)$
μ = 1	$F_x^{тер}, H$  t, c	$F_y^{тер}, H$  t, c
μ = 10	$F_x^{тер}, H$  t, c	$F_y^{тер}, H$  t, c
μ = 30	$F_x^{тер}, H$  t, c	$F_y^{тер}, H$  t, c

Рисунок 2.21 − Графіки функцій сил тертя $F_x^{тер}(t)$ та $F_y^{тер}(t)$ в системі координат, що обертається (випадок $T = -1{\cdot}10^5$ Н, $M_z = -1{\cdot}10^4$ Н·м, $\omega = 20$ рад/с, $a = 0{,}12$ м, $R = 0{,}15$ м, $t = 0{,}3$ с)

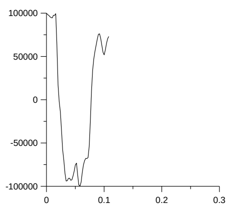
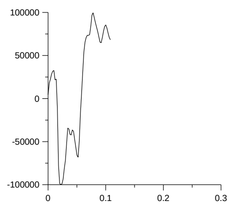
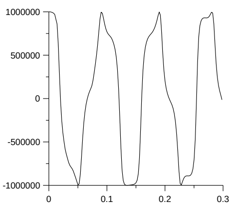
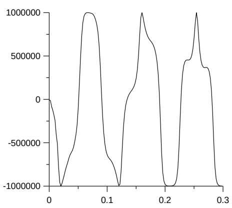
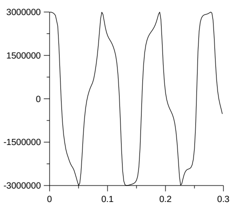
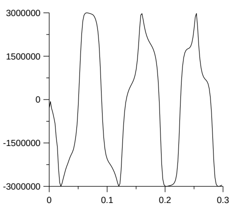
Коефі-цієнт тертя	Графік зміни сили тертя $F_X^{тер}(t)$	Графік зміни сили тертя $F_Y^{тер}(t)$
μ = 1	$F_X^{тер}, H$  t, c	$F_Y^{тер}, H$  t, c
μ = 10	$F_X^{тер}, H$  t, c	$F_Y^{тер}, H$  t, c
μ = 30	$F_X^{тер}, H$  t, c	$F_Y^{тер}, H$  t, c

Рисунок 2.22 − Графіки функцій сил тертя $F_X^{тер}(t)$ та $F_Y^{тер}(t)$ в нерухомій системі координат (випадок $T = -1{\cdot}10^5$ Н, $M_z = -1{\cdot}10^4$ Н·м, $\omega = 20$ рад/с, $a = 0{,}12$ м, $R = 0{,}15$ м, $t = 0{,}3$ с)

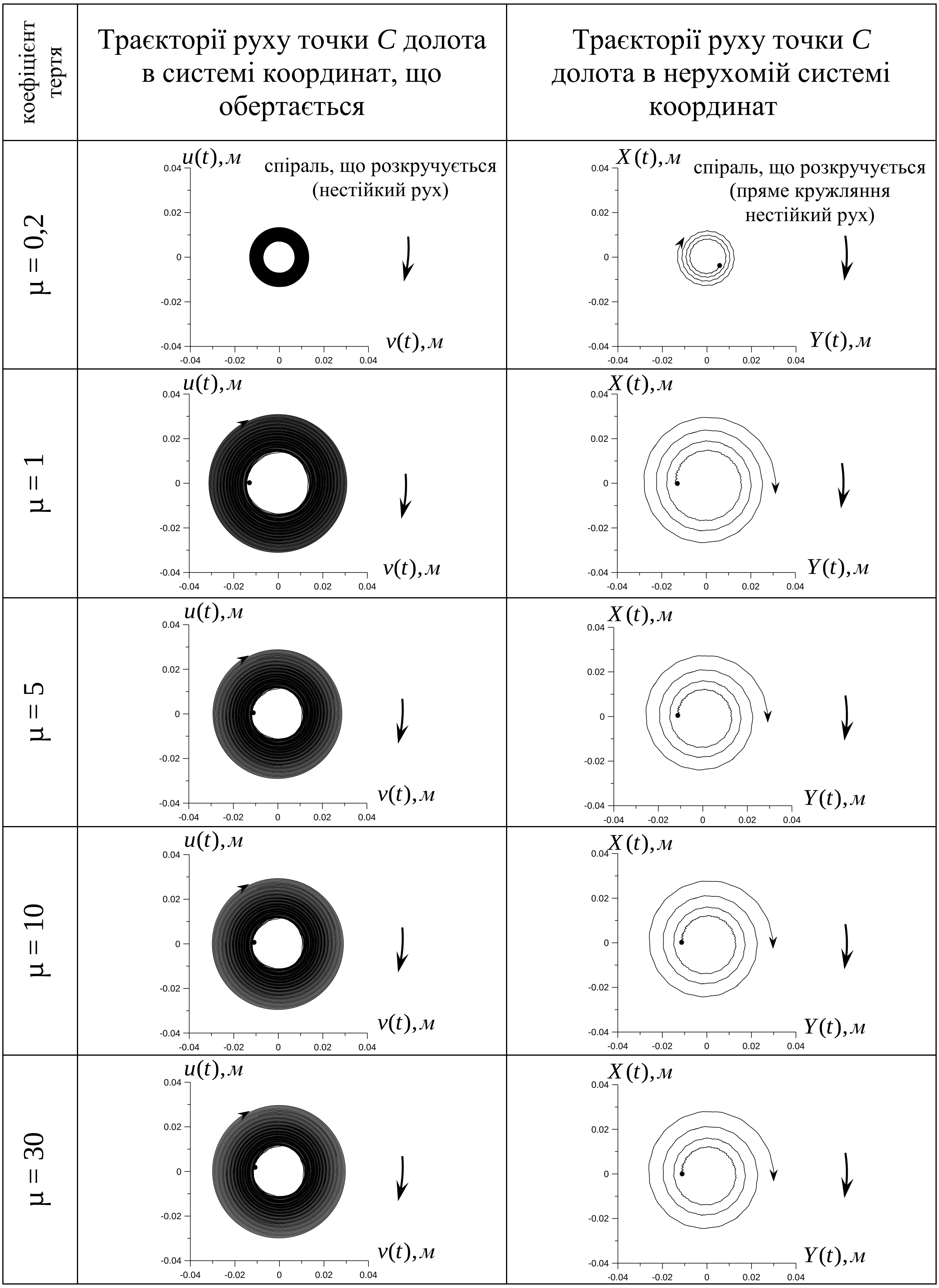


Рисунок 2.23 − Траєкторії руху кружляння центра долота C в рухомій (зліва) і нерухомій (справа) системах координат (випадок $T = -1 \cdot 10^5$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м, $\omega = 20$ рад/с, $a = 0{,}12$ м, $R = 0{,}5$ м, $t = 20$ с)

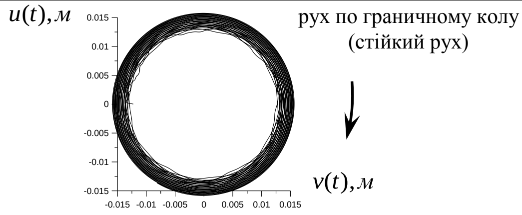
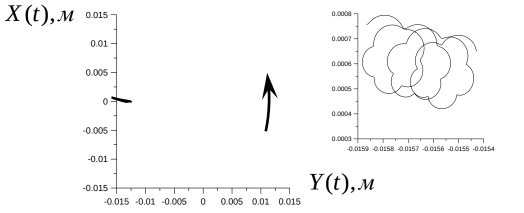
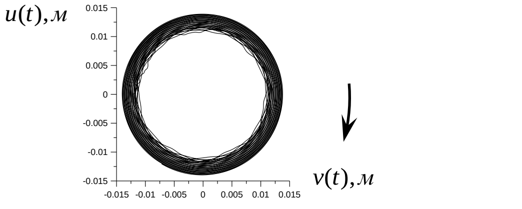
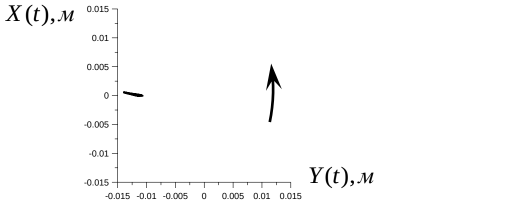
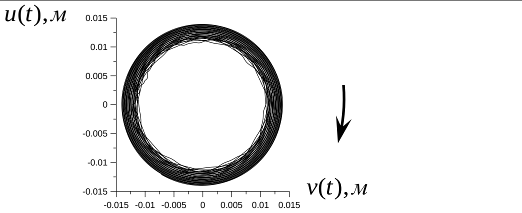
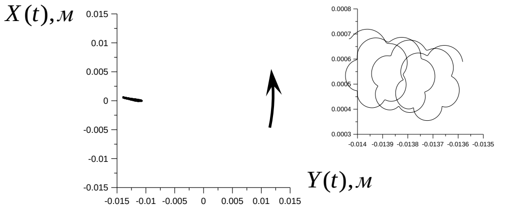
Коефіцієнт тертя	Траєкторії руху точки C долота в системі координат, що обертається	Траєкторії руху точки C долота в нерухомій системі координат
μ = 1		
μ = 10		
μ = 30		

Рисунок 2.24 − Траєкторії руху кружляння центра долота C в рухомій (зліва) і нерухомій (справа) системах координат (випадок $T = -1\cdot10^5$ Н, $M_z = -1\cdot10^4$ Н·м, ω = 5 рад/с, a = 0,12 м, R = 0,592 м, t = 20 с)

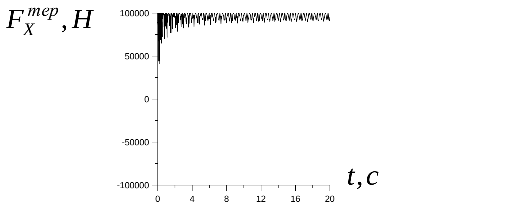
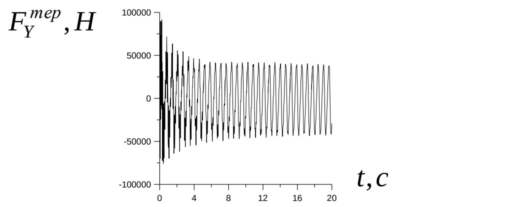
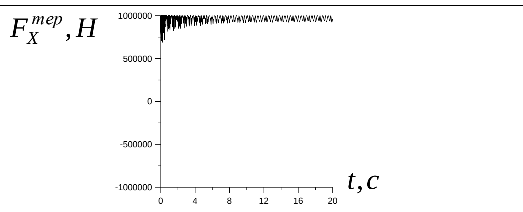
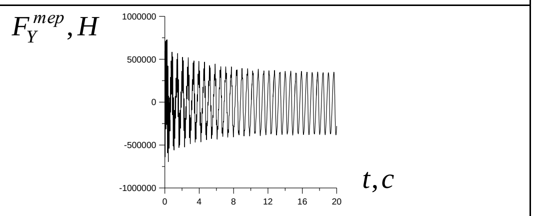
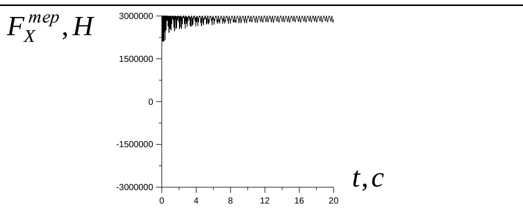
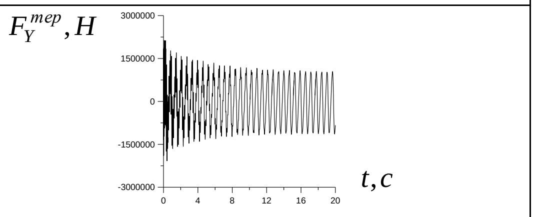
Коефіцієнт тертя	Графік зміни сили тертя $F_X^{тер}(t)$	Графік зміни сили тертя $F_Y^{тер}(t)$
μ = 1		
μ = 10		
μ = 30		

Рисунок 2.25 − Графіки функцій сил тертя $F_X^{тер}(t)$ та $F_Y^{тер}(t)$ в нерухомій системі координат (випадок $T = -1\cdot10^5$ Н, $M_z = -1\cdot10^4$ Н·м, ω = 5 рад/с, a = 0,12 м, R = 0,592 м, t = 20 с)

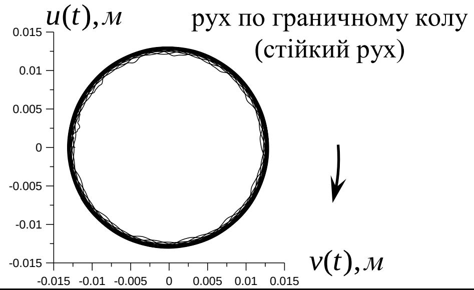
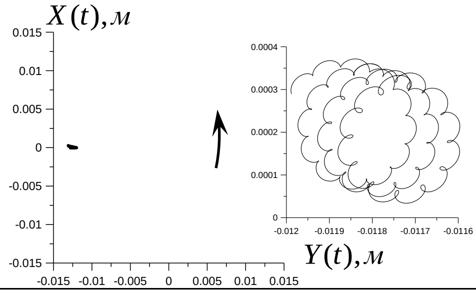
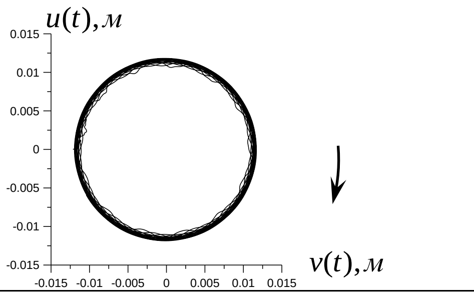
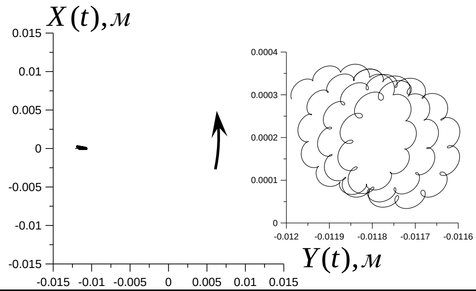
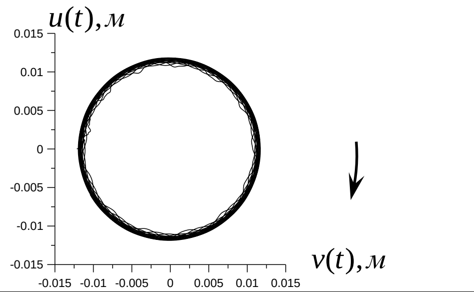
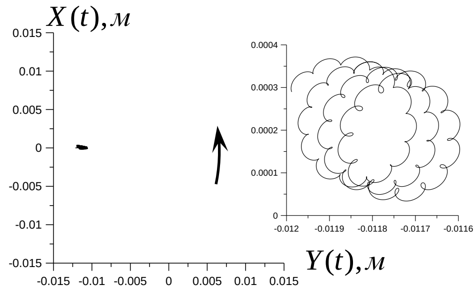
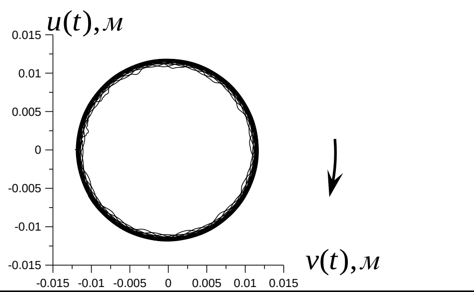
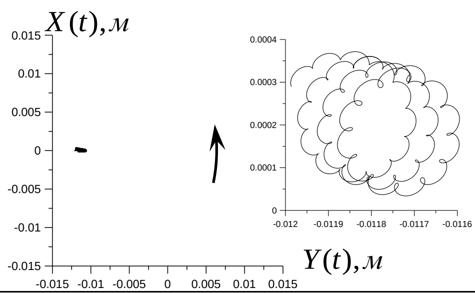
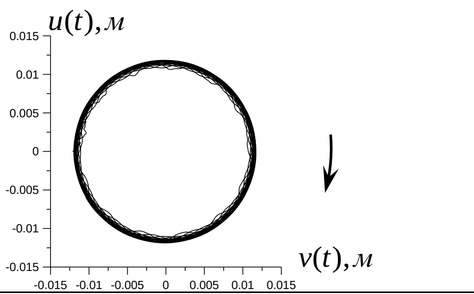
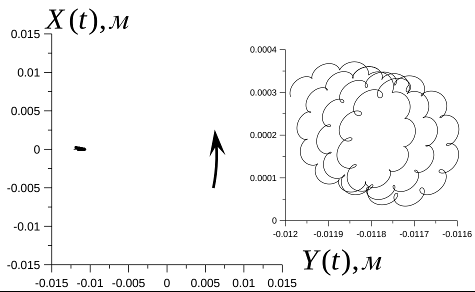
коефіцієнт тертя	Траєкторії руху точки C долота в системі координат, що обертається	Траєкторії руху точки C долота в нерухомій системі координат
μ = 1		
μ = 5		
μ = 10		
μ = 20		
μ = 30		

Рисунок 2.26 − Траєкторії руху кружляння центра долота C в рухомій (зліва) і нерухомій (справа) системах координат (випадок $T = -1 \cdot 10^5$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м, $\omega = 10$ рад/с, $a = 0{,}12$ м, $R = 0{,}592$ м, $t = 20$ с)

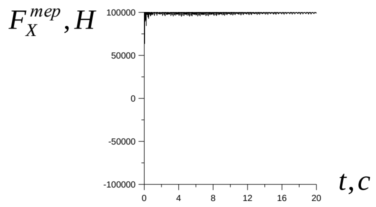
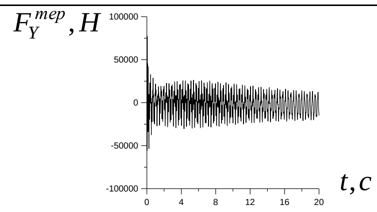
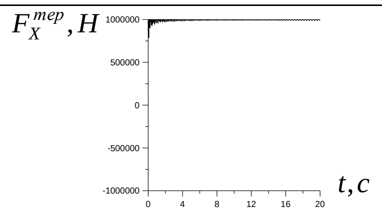
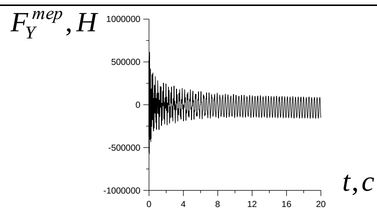
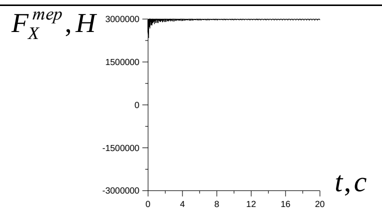
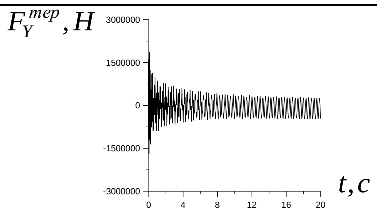
Коефі-цієнт тертя	Графік зміни сили тертя $F_X^{тер}(t)$	Графік зміни сили тертя $F_Y^{тер}(t)$
μ = 1		
μ = 10		
μ = 30		

Рисунок 2.27 − Графіки функцій сил тертя $F_X^{тер}(t)$ та $F_Y^{тер}(t)$ в нерухомій системі координат (випадок $T = -1 \cdot 10^5$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м, $\omega = 10$ рад/с, $a = 0{,}12$ м, $R = 0{,}592$ м, $t = 20$ с)

координат, що обертається, рух центра долота здійснюється за траєкторією, яка прямує до граничного кола. Проте в нерухомій системі долото застигло на місці, і тут може здійснюватися буріння, але дещо зміщене в сторону. На збільшеному масштабі форма руху нагадує «багатопелюсткову квітку». Такий рух є стійким, але небезпечним, бо спостерігається зворотне кружляння, і траєкторія буріння може відхилитися в бік від заданого напрямку.

Графіки функцій сил тертя в системі координат, що обертається є аналогічними до розглянутих випадків. У нерухомій системі координат характер зміни сил тертя $F_X^{тер}(t)$ і $F_Y^{тер}(t)$ (рис. 2.25) суттєво відрізняється від відповідних функцій, представлених на рис. 2.11, 2.16. Графік сили $F_X^{тер}(t)$

майже на всьому проміжку наближається до максимального додатного граничного значення $F_X^{тер} = \mu T$ обчисленого за законом Кулона для кожного вибраного значення коефіцієнта тертя. При цьому, як видно з рисунка 2.25, для графіка зміни сили тертя $F_Y^{тер}(t)$ характерне варіювання в зоні його порівняно невеликих значень.

Якщо кутову швидкість ω збільшити від ω = 5 рад/с до ω = 10 рад/с (рис. 2.26), то суттєвих змін у траєкторії руху центра долота не відбудеться. Проте в нерухомій системі координат у збільшеному масштабі форма руху матиме більше витків, тут також має місце відхилення траєкторії буріння від заданого напряму. З рисунку 2.27 видно, що графіки зміни сил тертя відносно осей OX та OY в обох системах аналогічні діаграмам характерним для попереднього випадку.

2.3 Кінематична (неголономна) модель коливань кружляння сферичного долота по сферичній поверхні дна свердловини

Якщо сила фрикційної взаємодії між долотом і дном свердловини велика і кочення долота по поверхні скальної породи здійснюється без проковзування, то абсолютна швидкість точки G долота $\mathbf{v}_G^{(0)} = 0$. Тоді рівняння (2.30) набуде наступного вигляду:

$$\mathbf{v}_C^{(0)} = \Omega_{(1)}^{(0)} \times \overrightarrow{CG},$$

$$\text{або } \mathbf{v}_C^{(0)} - \Omega_{(1)}^{(0)} \times \overrightarrow{CG} = 0, \tag{2.50}$$

де $\mathbf{v}_C^{(0)}$ відповідно з (2.38) $\mathbf{v}_C^{(0)} = (\dot{u} - \omega v)\mathbf{i} + (\dot{v} + \omega u)\mathbf{j}$, а вектори $\Omega_{(1)}^{(0)}$ і $\overrightarrow{CG}$ визначаються за формулами (2.26) та (2.31):

$$\mathbf{\Omega}_{(1)}^{(0)} = \left(-\dot{v}' + \omega u'\right)\mathbf{i} + \left(\dot{u}' + \omega v'\right)\mathbf{j} + \boldsymbol{\omega}\mathbf{k},$$

$$\overrightarrow{GC} = -a\sin\alpha\cos\beta\,\mathbf{i} - a\sin\alpha\sin\beta\,\mathbf{j} - a\cos\alpha\,\mathbf{k}\,.$$

Механічний зміст рівняння (2.50) полягає в тому, що швидкість точки долота, яка контактує з нерухомою точкою *G* дна свердловини, також дорівнює нулю.

Представимо тоді вираз $\mathbf{\Omega}_{(1)}^{(0)} \times \overrightarrow{GC}$ в формі:

$$\begin{aligned}\mathbf{\Omega}_{(1)}^{(0)} \times \overrightarrow{GC} = &\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ -\dot{v}' + \omega u' & \dot{u}' + \omega v' & \omega \\ -a\sin\alpha\cos\beta & -a\sin\alpha\sin\beta & -a\cos\alpha \end{vmatrix} = \\ &\left[-a\cos\alpha\left(\dot{u}' + \omega v'\right) + a\omega\sin\alpha\sin\beta\right]\mathbf{i} - \\ &-\left[-a\cos\alpha\left(-\dot{v}' + \omega u'\right) + a\omega\sin\alpha\cos\beta\right]\mathbf{j} + \\ &+\left[-a\sin\alpha\sin\beta\left(-\dot{v}' + \omega u'\right) + a\sin\alpha\cos\beta\left(\dot{u}' + \omega v'\right)\right]\mathbf{k}.\end{aligned} \tag{2.51}$$

Тут cos *α*, sin *α*, cos *β*, sin *β* обчислюються за формулами(2.27) та (2.28). Підставляючи значення тригонометричних формул в рівність (2.51), та враховуючи рівність (2.38), отримаємо неголономні (кінематичні) крайові умови для нижнього кінця бурильної колони:

$$\begin{aligned}&\dot{u} - \omega v - a\sqrt{1 - \frac{u^2 + v^2}{(R-a)^2}}\left(-\dot{u}' - \omega v'\right) - + \frac{\omega v}{R-a} = 0,\\ &\dot{v} + \omega u - a\sqrt{1 - \frac{u^2 + v^2}{(R-a)^2}}\left(-\dot{v}' + \omega u'\right) + \frac{\omega u}{R-a} = 0.\end{aligned} \tag{2.52}$$

Динамічні крайові рівняння для бурильної колони в точці *C* є аналогічними до динамічних крайових умов (2.46), сформульованих при розгляді фрикційної моделі. Випишемо їх ще раз:

$$\begin{aligned}&\left[u'' + au'''(\cos\alpha + u'\sin\alpha)\right]\sin\beta + \left[\ v'' + av'''(\cos\alpha + v'\sin\alpha)\ \right]\cos\beta = 0,\\ &\left[-u'' - au'''(\cos\alpha + u'\sin\alpha)\right]\cos\beta + \left[\ v'' + av'''(\cos\alpha + v'\sin\alpha)\ \right]\sin\beta = 0\,.\end{aligned} \tag{2.53}$$

У цьому випадку співвідношення (2.52) і (2.53) визначають граничні умови для рівнянь (2.20). Вони використовуються в неголономній моделі для аналізу коливань кружляння.

2.4 Результати аналізу пружних коливань системи за допомогою кінематичної (неголономної) моделі кочення долота

Співвідношення (2.52) та (2.53) з крайовими умовами (2.20) − (2.23) визначають триточкову крайову задачу динаміки двох нижніх прольотів бурильної колони з долотом. Вони доповнюються також початковими умовами, які задають вихідне збурення системи. Як і в випадку, розглянутому в фрикційній моделі, числове розв’язання поставленої задачі здійснюється методом скінченних різниць із застосуванням неявної схеми інтегрування за часом t. Ця схема стійка при будь-якому значенні приросту часу Δt, однак має порівняно невисоку точність.

Для забезпечення допустимої точності розрахунки були виконані з використанням порівняно малих кроків інтегрування $\Delta t = 1\cdot 10^{-4}$ с та $\Delta t = 1\cdot 10^{-5}$ с. В силу того, що при цьому числові результати для двох постановок співпали з точністю до 4-, 5-ї значущої цифри, можна вважати, що досягнута точність обчислень є достатньою.

Числовому аналізу поставленої задачі передував аналіз стійкості бурильної колони на ділянці AB. Для найпростішого випадку, коли $T \neq 0$, $\omega \neq 0$, $V \neq 0$, $M_z = 0$, співвідношення їхніх критичних значень виглядає наступним чином [126]:

$$\frac{\pi^4}{L^2} EI + \pi^2 T_{cr} - L^2(\rho F + \rho_l F_l)\omega_{cr}^2 - \pi^2 \rho_l F_l V_{cr}^2 = 0. \qquad (2.54)$$

З нього можна отримати критичне значення для поздовжньої сили

$$T_{cr} = -\frac{\pi^2}{L^2} EI + \frac{L^2}{\pi^2} (\rho F + \rho_l F_l)\omega^2 + \rho_l F_l V^2 , \tag{2.55}$$

кутової швидкості:

$$\omega_{cr} = \pm \frac{\pi}{L^2} \sqrt{\frac{\pi^2 EI + L^2 T - L^2 \rho_l F_l V^2}{\rho F + \rho_l F_l}} , \tag{2.56}$$

та швидкості руху внутрішнього потоку промивної рідини:

$$V_{cr} = \pm \sqrt{\frac{\pi^4 EI + \pi^2 L^2 T - L^4 (\rho F + \rho_l F_l)\omega^2}{\pi^2 L^2 \rho_l F_l}} . \tag{2.57}$$

Аналітичне розв’язання для критичного стану БК при дії крутного моменту існує тільки для випадку, коли на БК діє осьова сила T. Тоді критична величина сили T при заданому значенні величини M_z може бути знайдена з рівняння [126]:

$$T_{cr} = -\frac{\pi^2 EI}{L^2} + \frac{M_{z\,cr}^2}{4EI} . \tag{2.58}$$

У таблиці 2.1 наведені критичні значення сили T при різних комбінаціях величин ω, V і M_z для заданих значеннях параметрів E = 2,1·10^{11} Па, ρ = 7,8·10^3 кг/м^3, ρ_l = 1,5·10^3 кг/м^3, l = 8 м, e = 1 м, r_1 = 0,09 м, r_2 = 0,08 м, $F = \pi\,(\,r_1^2 - r_1^2\,)$ = 5,34·10^{-3} м^2, $F_l = \pi\, r_2^2$ = 2,01·10^{-2} м^2, m = 30 кг, a = 0,2 м, $I = \pi\,(\,r_1^4 - r_1^4\,)$ = 1,94·10^{-5} м^4.

Як видно з цих даних, критичні значення стискувальної сили T_{cr} помітно залежать від величин V і M_z. Це говорить про те, що жорсткість бурильної колони в основному визначається величинами T і ω. Таким чином, можна зробити висновок, що вибираючи різні значення цих параметрів можна стабілізувати або дестабілізувати динаміку коливань кружляня долота.

Таблиця 2.1 − **Критичні значення статичних і кінематичних параметрів навантажень на бурильну колону**

№ п/п	T_{cr} Н	ω_{cr}, рад/с	V_{cr}, м/с	$M_{z\,cr}$, Н·м
1	$3{,}834 \cdot 10^5$	5	0	0
2	$2{,}378 \cdot 10^5$	15	0	0
3	$1{,}104 \cdot 10^5$	20	0	0
4	$3{,}987 \cdot 10^5$	0	10	0
5	$3{,}896 \cdot 10^5$	0	20	0
6	$3{,}745 \cdot 10^5$	0	30	0
7	$4{,}017 \cdot 10^5$	0	0	$1 \cdot 10^3$
8	$4{,}016 \cdot 10^5$	0	0	$1 \cdot 10^4$
9	$4{,}010 \cdot 10^5$	0	0	$1 \cdot 10^5$

Результати розрахунків для $T = -1 \cdot 10^5$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м подані на рис. 2.28 − 2.32. Вони являють собою траєкторії руху центра долота C в системі координат, що обертається $Oxyz$ (ліворуч), і нерухомій системі координат $OXYZ$ (праворуч). Зміщення $X(t)$ і $Y(t)$ в площині OXY розраховуються за формулами:

$$X(t) = u\cos\omega t - v\sin\omega t\,, \qquad Y(t) = u\sin\omega t + v\cos\omega t.$$

Проведене моделювання показує, що кутова швидкість ω_C точки C в системі координат $Oxyz$, що обертається, більша нуля і точка C завжди рухається за годинниковою стрілкою в цій системі. Проте, в нерухомій системі координат $OXYZ$, вона веде себе по-різному. Насправді, якщо поверхня дна свердловини є пологою, збурення в формі початкового зміщення центра долота наближається до граничного циклу з різними напрямами в різних системах координат (рис. 2.28 для випадку $R = 1$ м, $\omega = 5$ рад/с). Тоді, оскільки БК обертається проти годинникової стрілки,

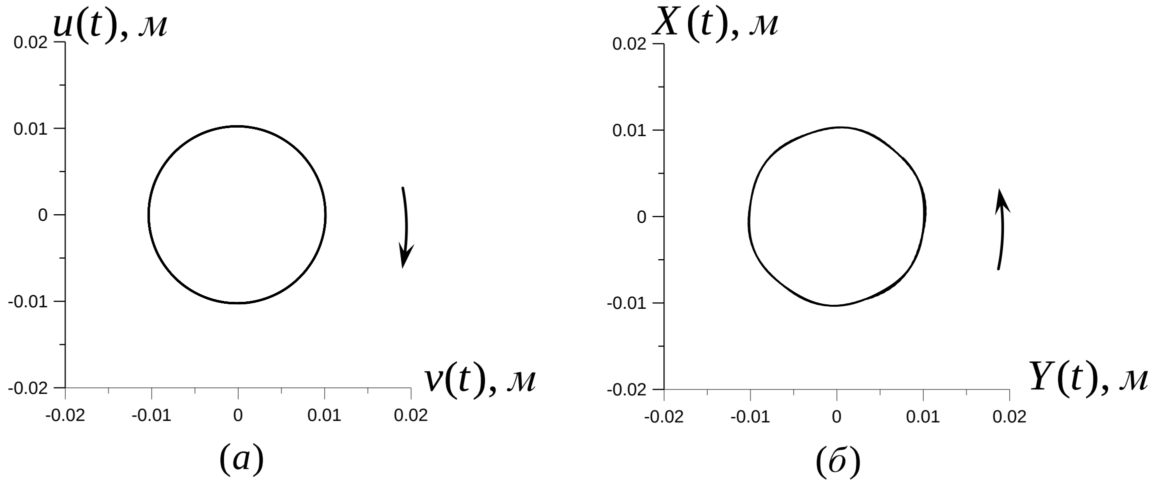


Рисунок 2.28 − Траєкторії руху центра долота в системі координат, що обертається *Oxyz* (а), і в нерухомій системі координат (б) ($R = 1$ м, $\omega = 5$ рад/с)

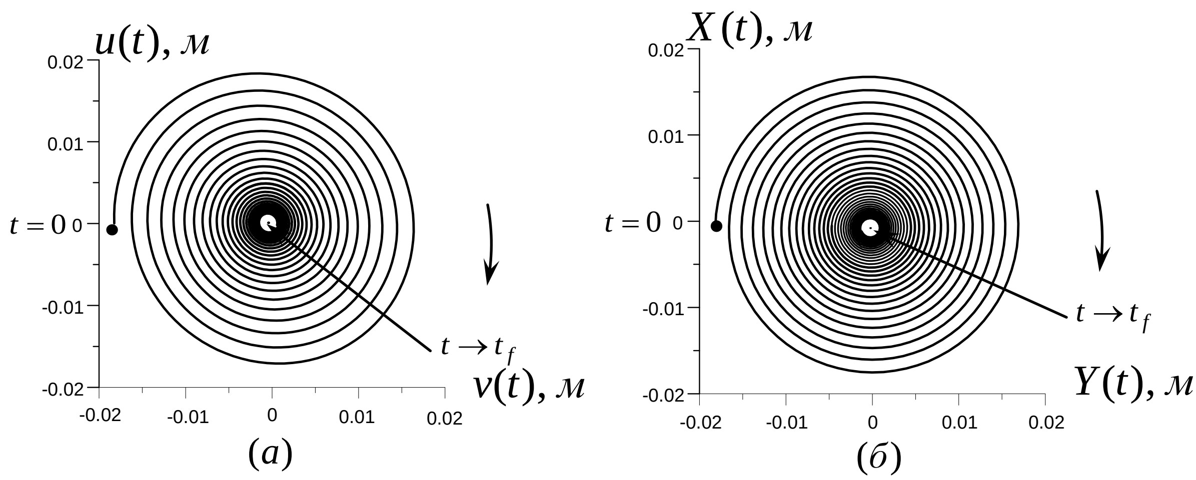


Рисунок 2.29 − Траєкторії руху центра долота в системі координат, що обертається *Oxyz* (а), і в нерухомій системі координат (б) ($R = 0{,}5$ м, $\omega = 20$ рад/с)

центр долота рухається за годинниковою стрілкою в системі координат, зв'язаній із БК (рис. 2.28, а), то воно переміщується по колу проти годинникової стрілки відносно системи координат *OXYZ* (рис. 2.28, б).

У випадку великої кутової швидкості траєкторія руху долота має форму звужуючої спіралі, наближаючись до стану $u = 0$, $v = 0$ (рис. 2.29 для $R = 0{,}5$ м, $\omega = 20$ рад/с). Цей режим є найбільш стабільним і сприятливим.

Між цими двома явищами є один проміжний стан, коли $R = 0{,}669$ м і $\omega = 5$ рад/с (рис. 2.30). У цьому випадку кутові швидкості обертання бурильної колони і руху центру мас долота в системі *Oxyz* майже рівні за величиною, але протилежні за знаком. Тому абсолютна швидкість центра долота майже рівна нулю, і воно прямує до деякої стаціонарної точки $X = X_s$, $Y = 0$ (рис. 2.30, б).

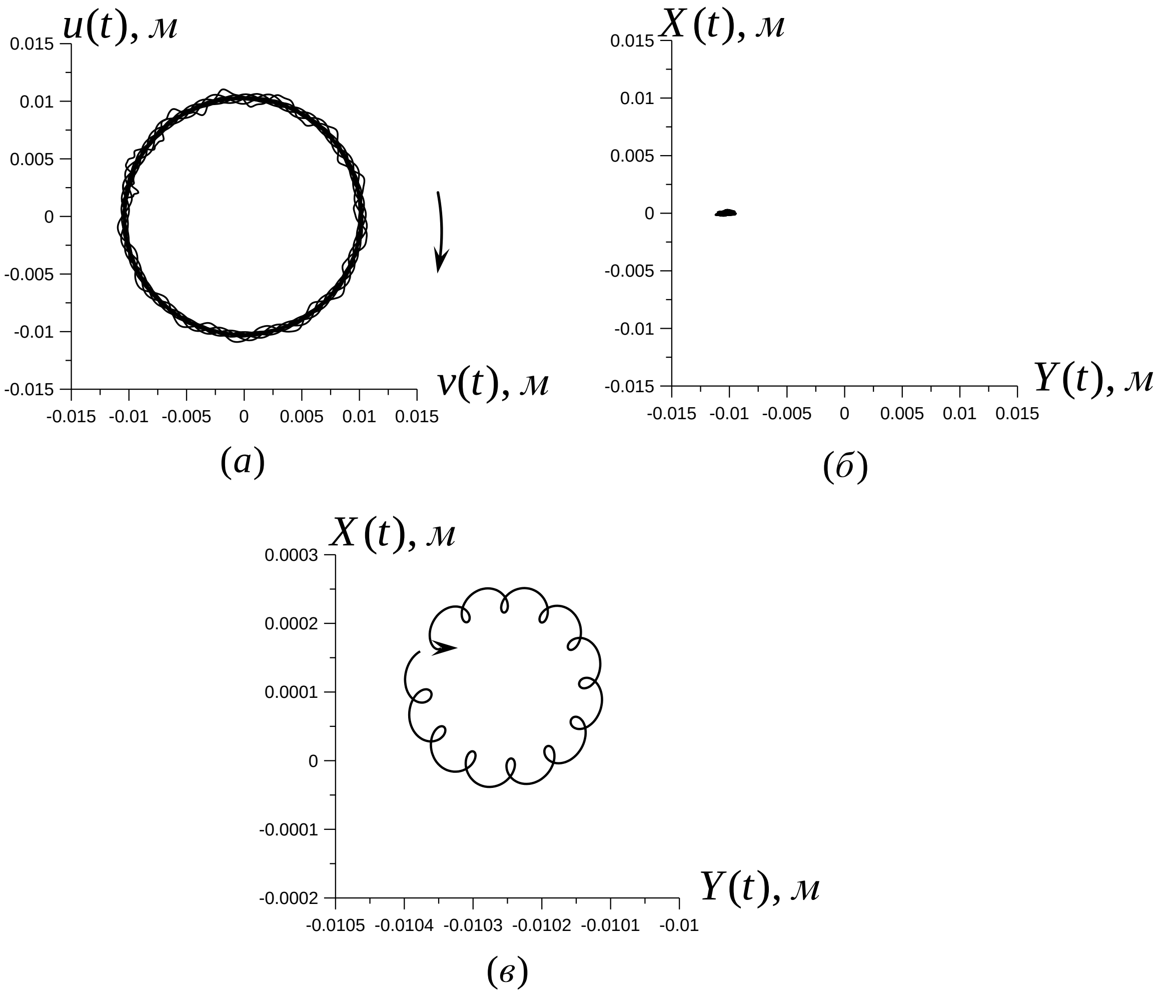
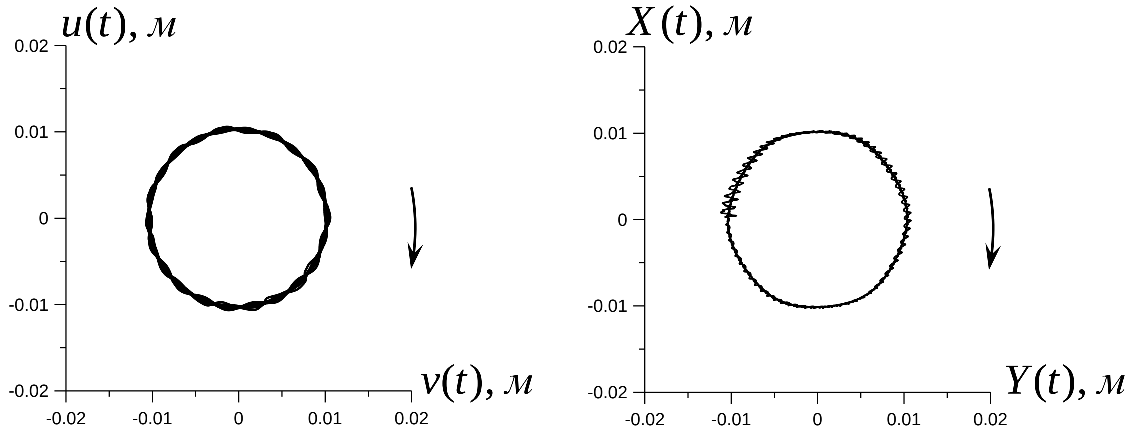


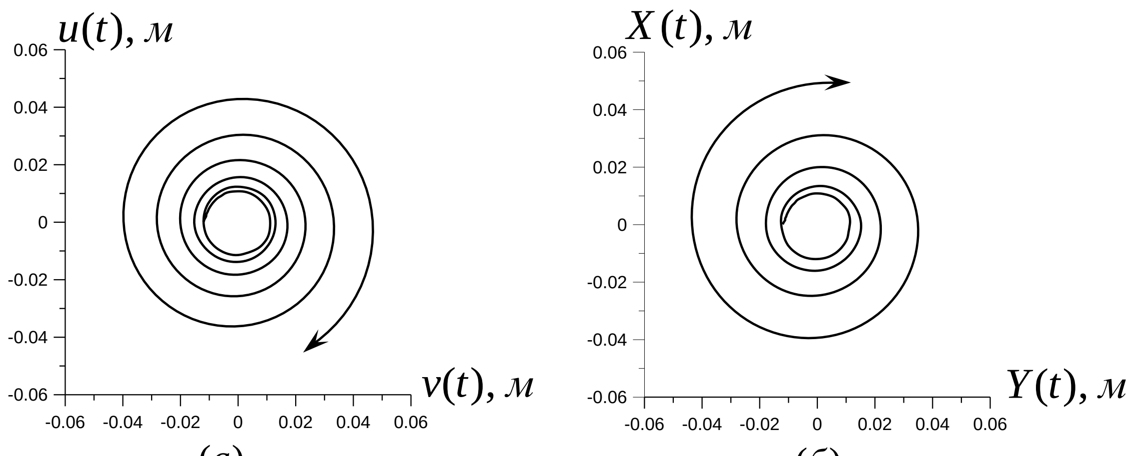
Рисунок 2.30 − Траєкторії руху центра долота ($R = 0{,}669$ м, $\omega = 5$ рад/с): в системі координат, що обертається *Oxyz* (а); в нерухомій системі координат (б); один повний оберт в нерухомій системі координат (в)

Протягом проміжного стану траєкторія руху точки *C* (рис. 2.30, в), аналогічна кривій на рис. 1.7, в. Після досягнення граничного стану долото переходить у стан чистого вертіння та продовжує бурити, але в цьому випадку в інший бік. Таким чином, цей режим не є прийнятним теж.



(*а*) (*б*)

Рисунок 2.31 − Траєкторії руху центра долота в системі координат, що обертається *Oxyz* (а), і в нерухомій системі координат (б) (R = 0,5 м, ω = 5 рад/с)



(*а*) (*б*)

Рисунок 2.32 − Траєкторії руху центра долота в системі координат, що обертається *Oxyz* (а), і в нерухомій системі координат (б) (R = 0,25 м, ω = 20 рад/с)

Якщо зменшити значення R до $0{,}5$м, то траєкторією знову буде коло, але рух здійснюється за годинниковою стрілкою в обох системах координат (рис. 2.31 для $R = 0{,}5$ м, $\omega = 10$ рад/с).

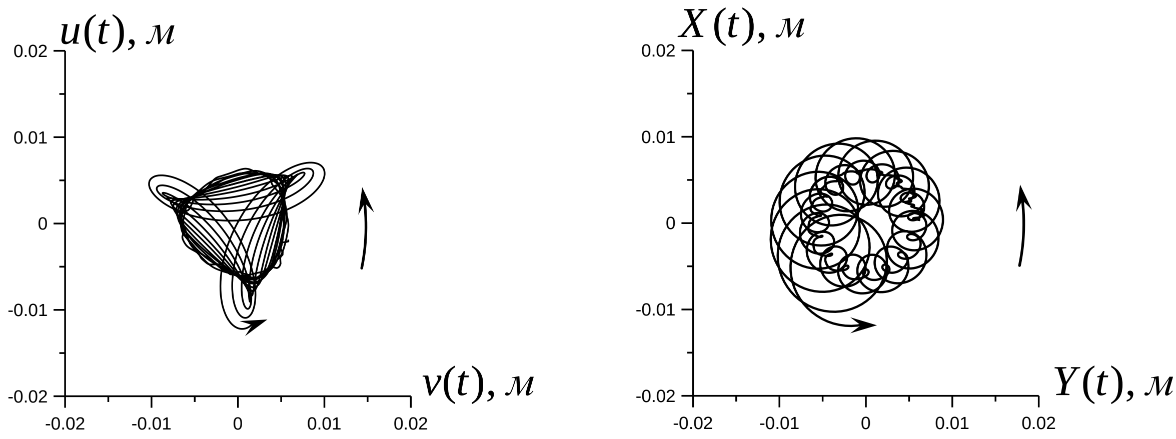


Рисунок 2.33 − Траєкторії руху центра C долота в околі T, M_z, ω ($R = 1$ м, $\omega = 20$ рад/с) близьких до критичних

Зворотний ефект має місце в тих випадках, коли радіус R лише трохи більше, ніж значення a. Рух центра долота в цьому випадку перестає бути стабільним, і воно починає рухатися в режимі спіралі, яка розширюється (рис. 2.32 для $R = 0{,}25$ м, $\omega = 20$ рад/с). Ці режими вважаються найбільш небезпечними.

Поставлена задача є багатопараметричною, оскільки стан системи залежить від EI, l, e, m, a, R, T, M_z і ω. Крім того, навіть при незначній зміні цих параметрів, як це характерно для більшості неголономних систем, відбувається суттєва перебудова форм руху долота, яка супроводжується ускладненням геометрії траєкторії і генеруванням руху в протилежному напрямі в нерухомій системі координат. Тому спроби встановити загальні закономірності руху долота простої сферичної геометричної форми при значеннях T, M_z, ω далеких від критичних, не закінчилися успіхом. Проте, встановлено, що найбільший вплив на динаміку системи та її стабільність мають параметри T, M_z і ω з їх наближенням до критичних значень, оскільки в цих випадках згинальна жорсткість БК суттєво зменшується, долото втрачає накладені на нього в’язі, його рух стає менш стійким і приймає складну форму.

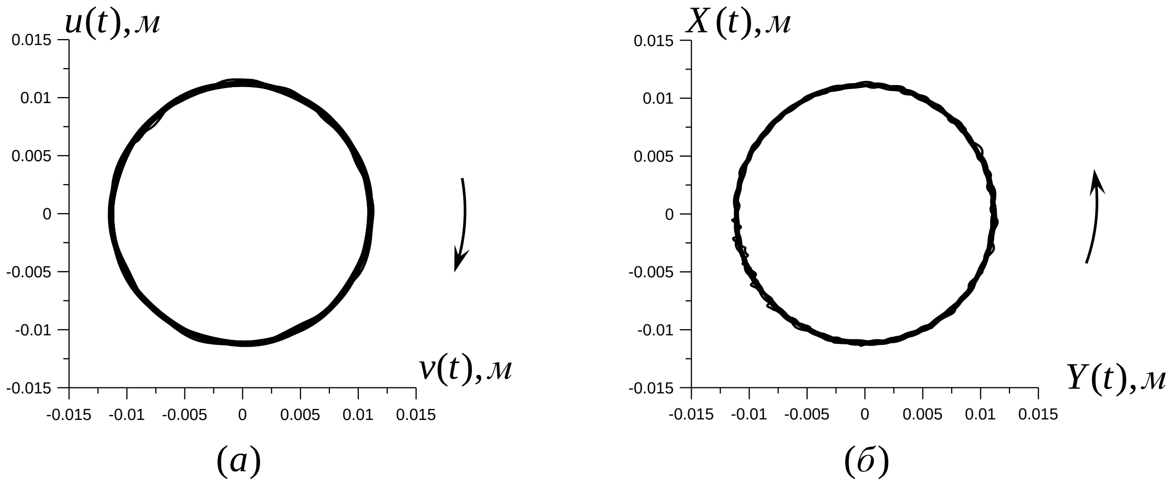


Рисунок 2.34 − Траєкторії руху центра долота в системі координат, що обертається $Oxyz$ (а), і в нерухомій системі координат (б) (R = 1 м, a = 0,12 м, ω = 20 рад/с)

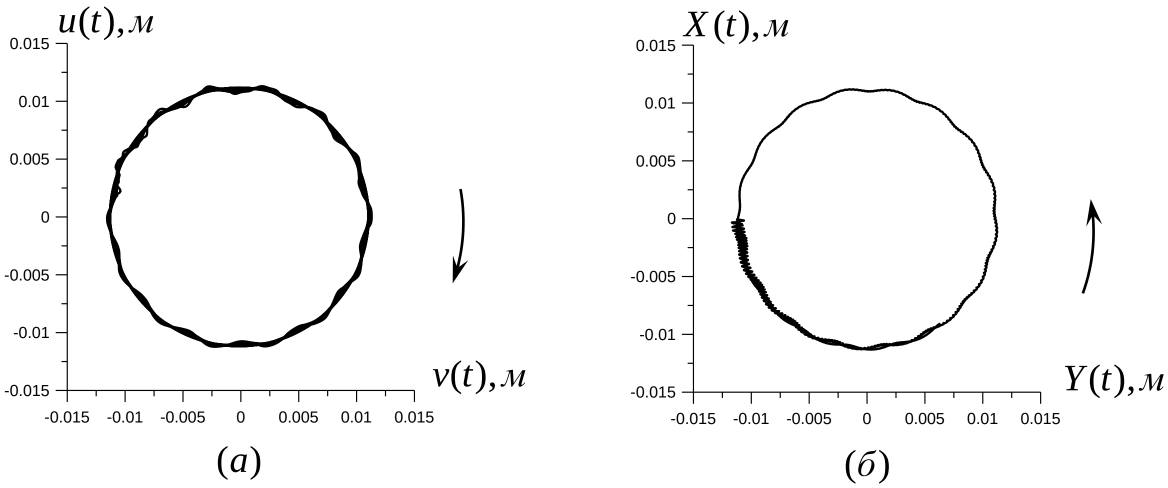
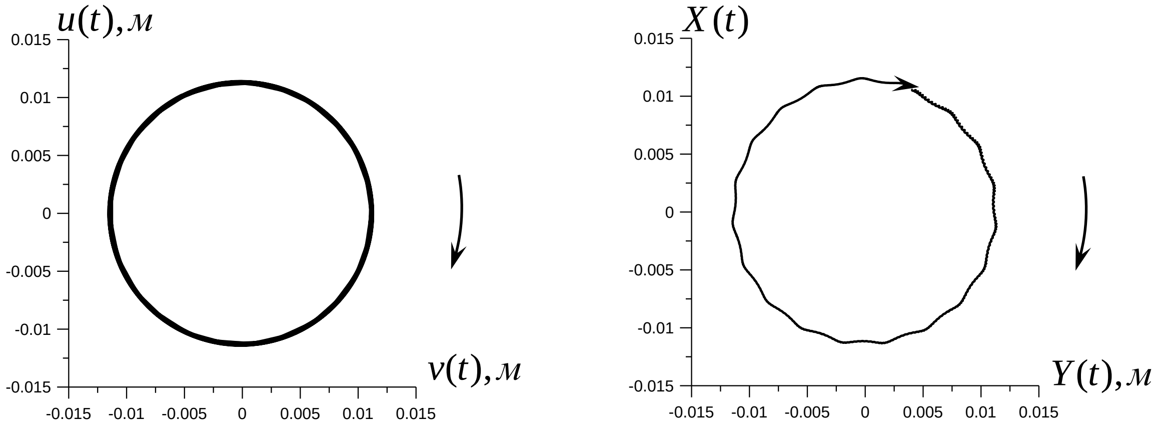


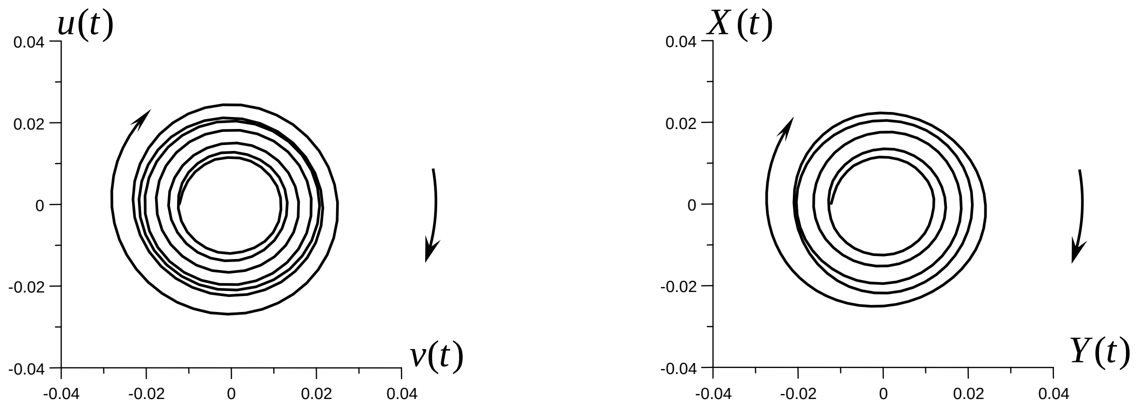
Рисунок 2.35 − Траєкторії руху центра долота в системі координат, що обертається $Oxyz$ (а), і в нерухомій системі координат (б) (R = 0,75 м, a = 0,12 м, ω = 5 рад/с)

На рис . 2.33 подані форми траєкторій руху центра долота для значень $T = -1 \cdot 10^5$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м, ω = 20 рад/с, a = 0,2 м, R = 1 м, які є близькими до критичних. У цьому випадку точка C рухається вздовж лінії з петлями від осі бурильної колони. Аналогічні нестабільні режими проявляються в безпосередній близькості від критичних значень при інших значеннях T, M_z, ω, а також a і R.



(а) (б)

Рисунок 2.36 − Траєкторії руху центра долота в системі координат, що обертається $Oxyz$ (а), і в нерухомій системі координат (б) (R = 0,5 м, a = 0,12 м, ω = 5 рад/с)



(а) (б)

Рисунок 2.37 − Траєкторії руху центра долота в системі координат, що обертається $Oxyz$ (а), і в нерухомій системі координат (б) (R = 0,15 м, a = 0,12 м, ω = 20 рад/с)

У ході дослідження було розглянуте долото радіуса a = 0,12 м для $T = -1 \cdot 10^5$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м. На рис. 2.34 і 2.35 при радіусах R = 1 м та R = 0,75 м траєкторія руху точки контакту по дну свердловини в системі координат, що обертається (позиції (а)), здійснює рух за годинниковою стрілкою, а в нерухомій системі координат (позиції (б)) − проти годинникової стрілки.

У випадку, коли радіус поверхні дна свердловини R = 0,5 м (рис. 2.36), в обох системах координат траєкторією руху є коло, причому рух здійснюється в однаковому напрямку за годинниковою стрілкою.

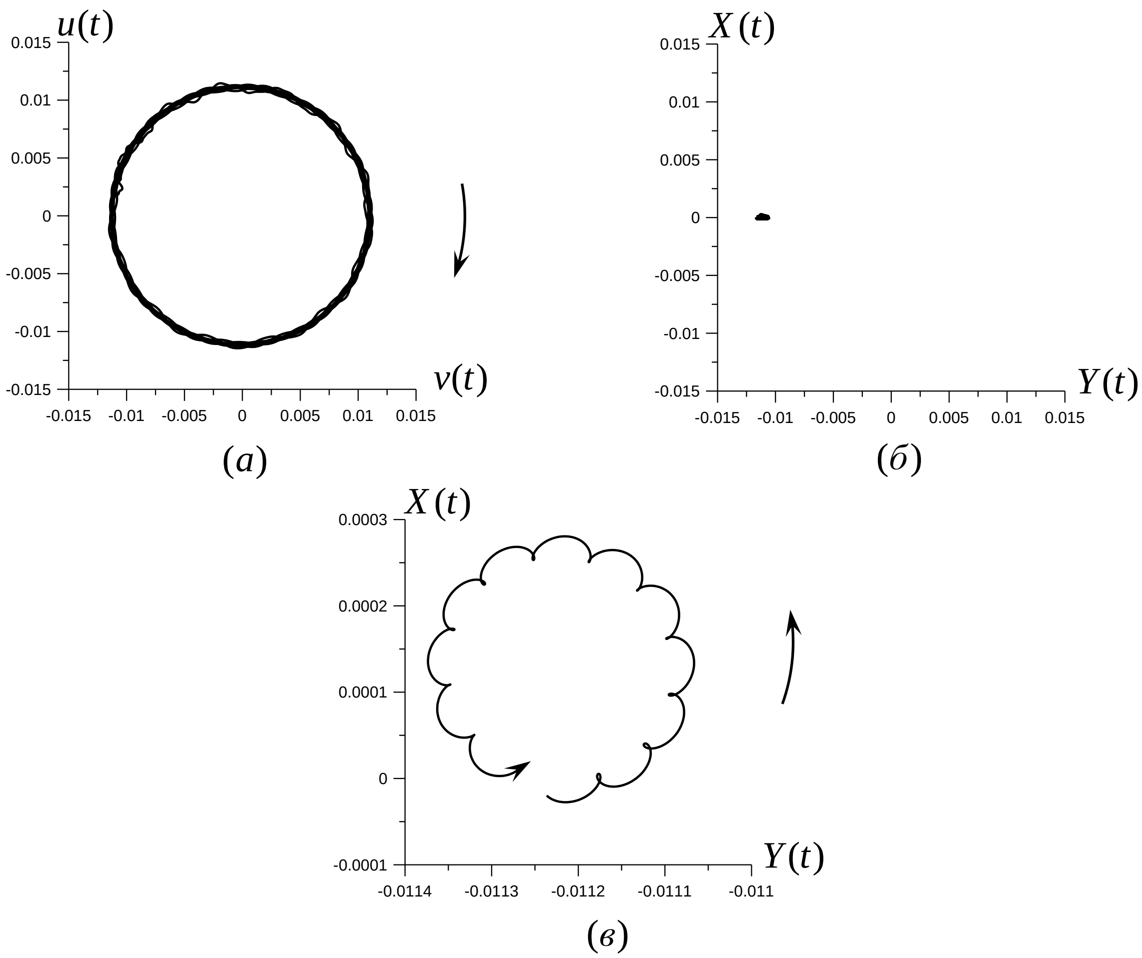


Рисунок 2.38 − Траєкторії руху центра долота в системі координат, що обертається $Oxyz$ (а), і в нерухомій системі координат (б) (R = 0,592 м, a = 0,12 м, ω = 10 рад/с)

При R = 0,15 м, ω = 20 рад/с точка C рухається по спіральній кривій, що розкручується (рис. 2.37). Такий режим буріння є нестійким.

Можна побачити, що при значенні радіуса поверхні дна свердловини R = 0,592 м і кутовій швидкості ω = 10 рад/с точка C рухається в системі координат, що обертається, по колу за годинниковою стрілкою, а в нерухомій − в точці (рис. 2.38, а, б).

У збільшеному масштабі (позиція (в) на рис. 2.38) точка *C* рухається замкненою звивистою траєкторією. Можна вважати, що для цього випадку долото майже нерухоме в фіксованій системі координат, тобто відбувається обертання долота і буріння, однак у зміненому (недопустимому) напрямку. Тому такий режим також можна вважати недопустимим.

2.5 Порівняння результатів розрахунків, отриманих за допомогою фрикційної та неголономної моделей

Залежно від механізму контактного руху двох тіл, як правило, розглядаються дві моделі − фрикційна і неголономна. В теоретичній механіці вважається, що фрикційна модель є більш загальною й універсальною, а неголономна модель являє собою граничний випадок контакту тіл, при якому сили тертя настільки великі, що тілам легше перекочуватися, ніж ковзати поверхнями одне одного. Проте задача про перекочування долота по поверхні свердловини має суттєву відмінність, викликану тим, що наявність на поверхні долота алмазних різців (індензорів) створює додаткову перешкоду для ковзання і сприяє режиму чистого перекочування долота. У зв'язку з цим у розглянутих випадках є важливо розглянути рух долота за двома різними моделями і проаналізувати в кожному окремому випадку, при яких значеннях коефіцієнта тертя фрикційна модель може переходити в неголономну і навпаки.

Розглянуті два випадки. В першому випадку сферичне долото перекочується по сферичній поверхні дна свердловини. Така геометрична модель описується за допомогою рівнянь динаміки, викладених у підрозділі 2.1.2 (фрикційна схема контактної взаємодії) і підрозділі 2.4 (неголономна схема контактної взаємодії). У другому випадку сферичне долото перекочується по еліпсоїдальній поверхні дна свердловини. Рівняння динаміки для такої моделі наведені в підрозділі 2.5.2.

2.5.1 Фрикційне і неголономне кочення сферичного долота по сферичній поверхні дна свердловини

Для порівняння результатів аналізу руху сферичного долота по сферичній поверхні дна свердловини вибрані результати розрахунків, наведені на рисунках 2.20, 2.26, 2.37, б та 2.38, в. На рисунку 2.39 представлений випадок коливань кружляння, який відповідає наступним значенням вихідних параметрів: $T = -1\cdot10^5$ Н, $M_z = -1\cdot10^4$ Н·м, $R = 0{,}15$ м, $a = 0{,}12$ м, $\omega = 20$ рад/с. Позиції а − д на цьому рисунку відповідають моделі фрикційного руху, з різними значеннями коефіцієнта тертя μ, траєкторія руху показана на рис. 2.39, е, побудована за допомогою неголономної моделі. Кожний із цих випадків окремо представлений на рис. 2.20 для фрикційної моделі та рис. 2.37,б для неголономної моделі. Аналіз цих траєкторій свідчить про те, що для всіх розглянутих випадків, незалежно від вибору коефіцієнта тертя μ для фрикційної моделі із подальшим переходом до неголономної моделі, траєкторії руху залишаються практично незмінними. Вони являють собою спіралі, що розкручуються, які супроводжуються необмеженим збільшенням відстані долота до осі обертання (в рамках вибраного діапазону зміни часу). У зв’язку з цим даний режим руху можна вважати нестійким.

Подамо сумісно в нерухомій системі координат $OXYZ$ траєкторії руху, представлені на рисунках 2.26 і 2.38, в та на одному рисунку 2.40. Як видно, в нерухомій системі координат OXY у вибраному масштабі переміщення вздовж осей OX і OY точки контакту долота з дном свердловини залишається фактично на одному місці, яке відповідає початковому стану, що збурений вздовж осі OY. У збільшеному масштабі переміщення долота (на рисунках, показаних справа) здійснюють петлеподібний рух, який залишається однаковим для всіх коефіцієнтів тертя μ. Проте можна зробити висновок, що незважаючи на складний характер коливань кружляння, вони не становлять велику небезпеку, оскільки відбуваються з малими амплітудами. При цьому фрикційна і неголономна моделі дають однакові результати. Це означає, що

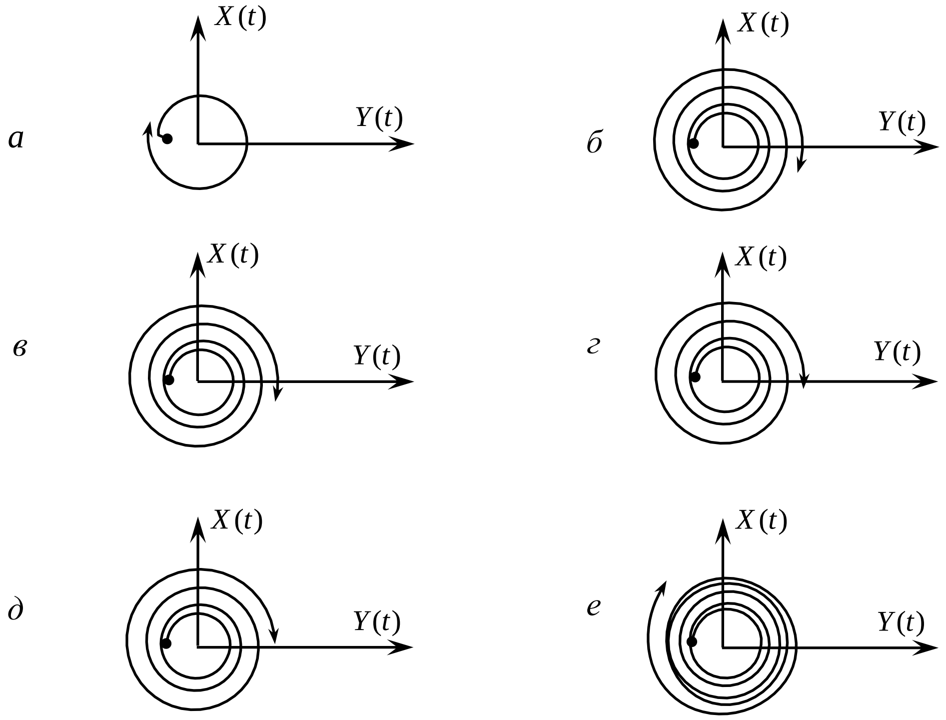


Рисунок 2.39 − Траєкторії руху сферичного долота по сферичній поверхні дна свердловини (T = − 1·10^5 Н, M_z = − 1·10^4 Н·м, ω = 20 рад/с): $а$ − μ = 1; $б$ − μ = 5; $в$ − μ = 10; $г$ − μ = 20; $д$ − μ = 30; $е$ − неголономна модель

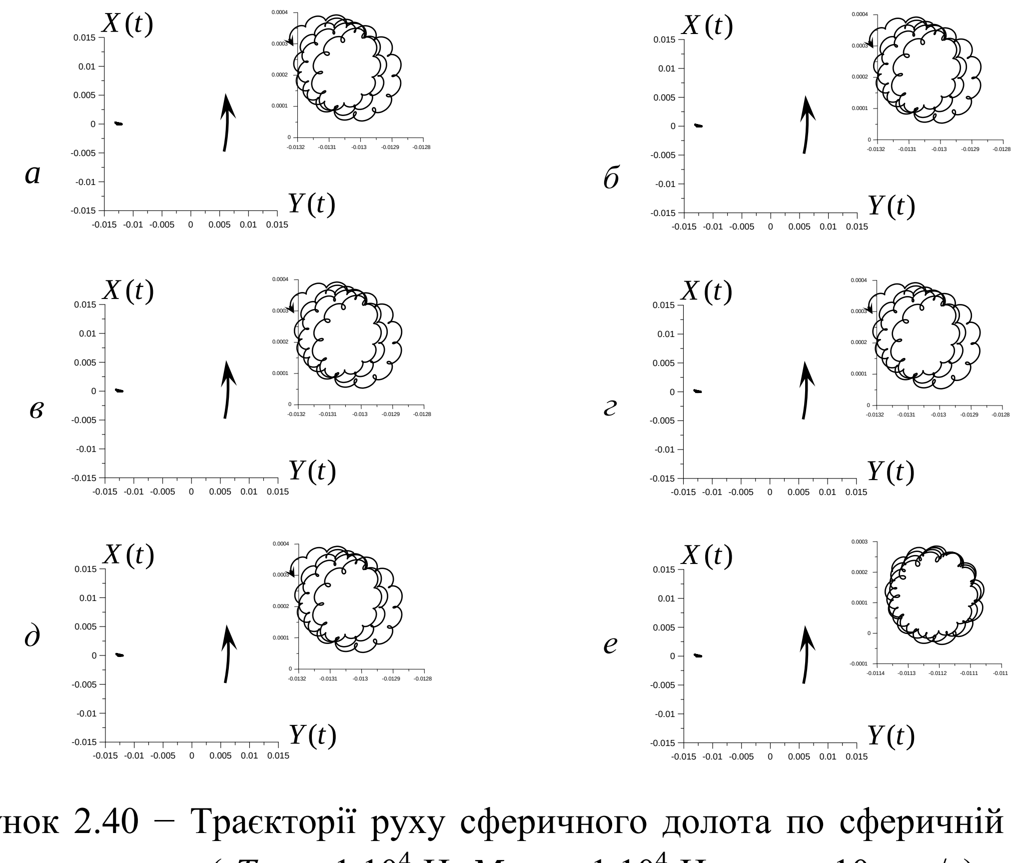


Рисунок 2.40 − Траєкторії руху сферичного долота по сферичній поверхні дна свердловини (T = − 1·10^4 Н, M_z = − 1·10^4 Н·м, ω = 10 рад/с): $а$ − μ = 1; $б$ − μ = 5; $в$ − μ = 10; $г$ − μ = 20; $д$ − μ = 30; $е$ − неголономна модель

даний режим буріння відповідає випадку, коли долото і бурильна колона після деякого початкового збурення не повертаються в вихідний прямолінійний стан, а продовжують обертатися в нерухомій системі координат відносно деякого зігнутого стану. Очевидно, що в цьому випадку процес обертання можна вважати стійким.

Оскільки фрикційні та неголономні моделі в розглянутому випадку дають однакові результати, можна вважати, що кожна з них є адекватною і може бути використана для подальшого практичного аналізу. Враховуючи, що збіг результатів аналізу досягнутий із достатньою точністю за допомогою двох різних математичних моделей, можна також зробити висновок, що вони є одним із факторів, які підтверджують достовірність отриманих результатів.

2.5.2 Фрикційне і неголономне кочення сферичного долота по еліпсоїдальній поверхні дна свердловини

Вище були розглянуті випадки динамічної поведінки сферичного долота при його перекочуванні по сферичній поверхні дна свердловини. Однак на практиці можуть бути випадки, коли поверхня дна свердловини має форму еліпсоїда обертання. Для кількісного аналізу кінематично збуджуваних коливань кружляння в цьому випадку необхідно скласти рівняння динаміки всієї виділеної для розгляду двопрогонної балки ABC, що обертається, попередньо напруженої крутним моментом $M_z = -M_f$ і поздовжньою стискувальною силою $T = -R$ (рис.2.41).

Як і для інших розглянутих випадків, рівняння динамічного пружного згинання бурильної колони при наявності факторів, поданих у пункті 2.1.1, мають вигляд:

$$EI\frac{\partial^4 u}{\partial z^4} - \frac{\partial}{\partial z}\left(T\frac{\partial u}{\partial z}\right) - \frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(M_z\frac{\partial v}{\partial z}\right) - \left(\rho_c F_c + \rho_p F_p\right)\omega^2 u -$$

$$-2\left(\rho_c F_c + \rho_p F_p\right)\omega\frac{\partial v}{\partial t} + V^2\rho_p F_p\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + 2V\rho_p F_p\frac{\partial^2 u}{\partial z\partial t} + \left(\rho_c F_c + \rho_p F_p\right)\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0,$$

$$EI\frac{\partial^4 v}{\partial z^4}-\frac{\partial}{\partial z}\left(T\frac{\partial v}{\partial z}\right)+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(M_z\frac{\partial u}{\partial z}\right)-\left(\rho_c F_c+\rho_p F_p\right)\omega^2 v+$$
$$+2\left(\rho_c F_c+\rho_p F_p\right)\omega\frac{\partial u}{\partial t}+V^2\rho_p F_p\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}+2V\rho_p F_p\frac{\partial^2 v}{\partial z\partial t}+\left(\rho_c F_c+\rho_p F_p\right)\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}=0. \quad (2.59)$$

де, як і вище, $u(z,t)$, $v(z,t)$ – пружні переміщення елемента труби БК в напрямах осей Ox, Oy, відповідно;

EI – жорсткість труби БК при згині;

ρ_c, ρ_p – густина матеріалу труби і промивної рідини, відповідно;

F_c, F_p – площі поперечних перерізів стінки труби і її внутрішнього каналу, відповідно;

t – час.

При формуванні граничних умов на опорі A $(z=0)$, візьмемо до уваги, що коливання бурильної колони у прольотах, прилеглих до цієї опори, відбуваються в протифазі, тому згинальні моменти M_x і M_y в точці A дорівнюють нулю. Тоді на краю $z = 0$ маємо:

$$u_A=v_A=0\,,\qquad \partial^2 u/\partial z^2\Big|_A=\partial^2 v/\partial z^2\Big|_A=0\,. \quad (2.60)$$

На опорі B $(z=l)$ прогини балки дорівнюють нулю, а кути поворотів є неперервними функціями. Ці умови можуть бути записані у вигляді:

$$u_B=v_B=0\,,\qquad \left.\frac{\partial u}{\partial z}\right|_{l-0}=\left.\frac{\partial u}{\partial z}\right|_{l+0},\quad \left.\frac{\partial v}{\partial z}\right|_{l-0}=\left.\frac{\partial v}{\partial z}\right|_{l+0}. \quad (2.61)$$

Для виведення граничних умов на краю $z=l+e$, будемо вважати, що процес збудження коливань кружляння тільки починається і долото може рухатися в зазорі між ним і стінкою свердловини, не доходячи до неї (рис.2.41). При цьому характер кочення долота і крайові умови в точці C визначаються геометрією як самого долота, так і дна свердловини.

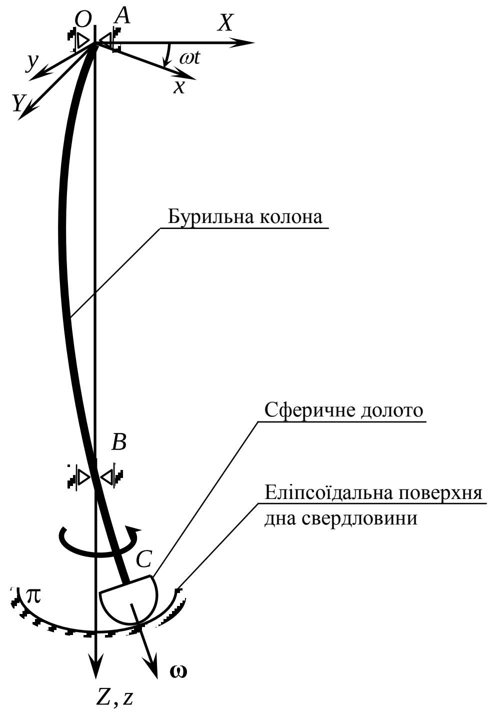


Рисунок 2.41 − Схема низу бурильної колони при перекочуванні сферичного долота по еліпсоїдальній поверхні дна свердловини

Розглянемо випадок, коли поверхня долота є сферичною, а поверхня π свердловини має форму еліпсоїда обертання (видовжений при $b < c$, або сплюснений при $b > c$) (рис.2.42).

Оскільки форма свердловини еліпсоїдна, то в перерізі ми отримаємо еліпс, рівняння якого запишемо у вигляді:

$$\frac{X^2}{b^2} + \frac{Z^2}{c^2} = 1. \tag{2.62}$$

Рівняння еліпса, який на рис.2.43 зображений пунктирною лінією і проходить через точку C, має вигляд:

$$\frac{x^2}{(b-a)^2} + \frac{z^2}{(c-a)^2} = 1. \tag{2.63}$$

Запишемо рівняння еліпсів у параметричній формі:

$$\begin{cases} X = b\cos\theta, \\ Z = c\sin\theta, \end{cases} \quad \text{і} \quad \begin{cases} x = (b-a)\cos\theta, \\ z = (c-a)\sin\theta. \end{cases} \tag{2.64}$$

Знайдемо відстань між цими еліпсами:

$$(X-x)^2 + (Z-z)^2 = (b-b+a)^2\cos^2\theta + (c-c+a)^2\sin^2\theta = a^2 \tag{2.65}$$

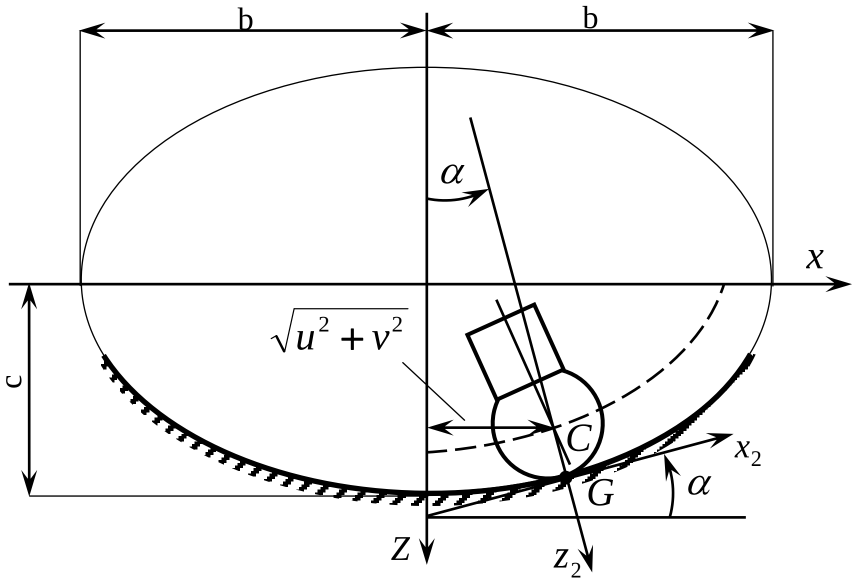


Рисунок 2.42 − Геометрична схема сферичного долота на еліпсоїдальній поверхні дна свердловини

З рівності (2.65) ми бачимо, що відстань між відповідними точками обох еліпсів при однакових аргументах θ дорівнює a.

Використовуючи параметричні формули, знайдемо похідні:

$$\frac{dZ}{dX} = -\frac{c}{b}ctg\theta, \quad \frac{dz}{dz} = -\frac{(c-a)}{(b-a)}ctg\theta. \tag{2.66}$$

Враховуючи, що $tg\alpha = \frac{dZ}{dX} = -\frac{c}{b}ctg\theta$, а $tg\alpha_a = -\frac{(c-a)}{(b-a)}ctg\theta$, виразимо $tg\alpha$ через $tg\alpha_a$:

$$tg\alpha = \frac{(b-a)}{(c-a)}\cdot\frac{c}{b}tg\alpha_a. \tag{2.67}$$

Але

$$tg\alpha_a=\frac{dz}{dx}=-\frac{(c-a)}{(b-a)}\cdot\frac{x}{\sqrt{(b-a)^2-x^2}}=-\frac{(c-a)}{(b-a)}\cdot\frac{\sqrt{u^2+v^2}}{\sqrt{(b-a)^2-(u^2+v^2)}}=$$

$$=-\frac{(c-a)\sqrt{u^2+v^2}}{(b-a)\sqrt{(b-a)^2-u^2-v^2}}.$$

Тоді:

$$tg\alpha=\frac{c\sqrt{u^2+v^2}}{b\sqrt{(b-a)^2-u^2-v^2}}. \tag{2.68}$$

Знаючи рівняння поверхні *π*, можемо знайти радіус її кривизни $R_{кр}=[b^4+x^2(c^2-b^2)]^{3/2}/b^4c$. Враховуючи, що $x\to 0$, маємо $R_{кр}=b^2/c$.

Кочення долота по поверхні свердловини будемо задавати у правій рухомій системі координат $Gx_2y_2z_2$, початок якої співпадає з точкою дотику G, вісь Gz_2 є продовженням відрізка CG (рис.2.42).

Умова кочення долота без ковзання дозволяє сформулювати в точці C дві групи крайових рівнянь. Це два кінематичні рівняння, які задають швидкість точки C, і два динамічні рівняння, які визначають динамічну рівновагу всіх моментів відносно точки G.

Орієнтація системи $Cx_2y_2z_2$ відносно системи $Oxyz$ задається кутом α між осями Oz і Gz_2:

$$\sin\alpha=\frac{c\sqrt{u^2+v^2}}{\sqrt{b^2(b-a)^2+(u^2+v^2)(c^2-b^2)}},$$

$$\cos\alpha=\frac{b\sqrt{(b-a)^2-u^2-v^2}}{\sqrt{b^2(b-a)^2+(u^2+v^2)(c^2-b^2)}}, \tag{2.69}$$

де a – радіус долота;

b, c – велика, мала піввісі свердловини.

Для побудови рівнянь рівноваги для фрикційної моделі скористаємося рівністю (2.32), поданою в пункті 2.1.2. Випишемо її ще раз:

$$\mathbf{Q} + \mathbf{F}^{тер} = 0. \tag{2.70}$$

де

$$\mathbf{Q} = EI\frac{\partial^3 u}{\partial z^3}\mathbf{i} + EI\frac{\partial^3 v}{\partial z^3}\mathbf{j}, \tag{2.71}$$

Вектор сили тертя $\mathbf{F}^{тер}$ між долотом і поверхнею свердловини обчислюється за формулою:

$$\mathbf{F}^{тер} = -\mu\,\mathbf{v}_G^{абс} = -\mu|\mathbf{T}|\cdot\mathbf{v}_G^{абс}/\left|\mathbf{v}_G^{абс}\right|. \tag{2.72}$$

Для знаходження $\mathbf{v}_G^{абс}$ скористаємося рівністю (2.30). З неї маємо

$$\mathbf{v}_G^{абс} = \mathbf{v}_C^{(0)} - \mathbf{\Omega}_{(1)}^{(0)} \times \overrightarrow{GC}, \tag{2.73}$$

де вектори $\mathbf{v}_C^{(0)}$, $\mathbf{\Omega}_{(1)}^{(0)}$, $\overrightarrow{GC}$, які тут використовуються, обчислюються за допомогою співвідношень:

$$\mathbf{v}_C^{(0)} = (\dot{u} - \omega v)\mathbf{i} + (\dot{v} + \omega u)\mathbf{j}, \tag{2.74}$$

$$\mathbf{\Omega}_{(1)}^{(0)} = \left(-\dot{v}' + \omega u'\right)\mathbf{i} + \left(\dot{u}' + \omega v'\right)\mathbf{j} + \boldsymbol{\omega}\mathbf{k}, \tag{2.75}$$

$$\overrightarrow{GC} = -\frac{acu}{\sqrt{b^2(b-a)^2+(u^2+v^2)(c^2-b^2)}}\mathbf{i} - \frac{acv}{\sqrt{b^2(b-a)^2+(u^2+v^2)(c^2-b^2)}}\mathbf{j} - a\cos\alpha\mathbf{k}. \qquad (2.76)$$

Тоді, підставляючи векторний добуток $\mathbf{\Omega}_{(1)}^{(0)} \times \overrightarrow{GC}$ і рівність (2.74) у рівняння (2.73), отримуємо:

$$\begin{aligned} v_{G,x}^{абс} &= \dot{u} - \omega v - a\cos\alpha\left(-\dot{u}' - \omega v' + \frac{c\omega v}{\sqrt{b^2(b-a)^2+(u^2+v^2)(c^2-b^2)}}\right), \\ v_{G,y}^{абс} &= \dot{v} + \omega u - a\cos\alpha\left(-\dot{v}' + \omega u' - \frac{c\omega u}{\sqrt{b^2(b-a)^2+(u^2+v^2)(c^2-b^2)}}\right). \end{aligned} \qquad (2.77)$$

Підставляючи співвідношення (2.71), (2.72) та (2.77) в рівняння (2.70), маємо:

$$\begin{aligned} &EI\frac{\partial^3 u}{\partial z^3}\mathbf{i} + EI\frac{\partial^3 v}{\partial z^3}\mathbf{j} - \\ &-\frac{\mu|\mathbf{T}|}{\sqrt{\left(v_{G,x}^{абс}\right)^2+\left(v_{G,y}^{абс}\right)^2}}\left(-\dot{u}' - \omega v' + \frac{c\omega v}{\sqrt{b^2(b-a)^2+(u^2+v^2)(c^2-b^2)}}\right)\mathbf{i} - \\ &-\frac{\mu|\mathbf{T}|}{\sqrt{\left(v_{G,x}^{абс}\right)^2+\left(v_{G,y}^{абс}\right)^2}}\left(-\dot{v}' + \omega u' - \frac{c\omega u}{\sqrt{b^2(b-a)^2+(u^2+v^2)(c^2-b^2)}}\right)\mathbf{j} = 0. \end{aligned} \qquad (2.78)$$

Проектуючи векторну рівність (2.78) на осі *OX*, *OY* отримуємо умови рівноваги для фрикційного кочення сферичного долота по еліпсоїдальній поверхні дна свердловини:

$$EI\frac{\partial^3 u}{\partial z^3} - \frac{\mu|\mathbf{T}|}{\sqrt{\left(v_{G,x}^{абс}\right)^2+\left(v_{G,y}^{абс}\right)^2}}\left(-\dot{u}' - \omega v' + \frac{c\omega v}{\sqrt{b^2(b-a)^2+(u^2+v^2)(c^2-b^2)}}\right) = 0,$$

(2.79)

$$EI\frac{\partial^3 v}{\partial z^3}-\frac{\mu|\mathbf{T}|}{\sqrt{\left(v_{G,x}^{абс}\right)^2+\left(v_{G,y}^{абс}\right)^2}}\left(-\dot{v}'+\omega u'-\frac{c\omega u}{\sqrt{b^2(b-a)^2+(u^2+v^2)(c^2-b^2)}}\right)=0\,.$$

При переході до режиму неголономного кочення сферичного долота по еліпсоїдальній поверхні рівняння рівноваги (2.79) перетворюються в кінематичні крайові умови:

$$\begin{aligned}
&\dot{u}-\omega v-a\cos\alpha\left(-\dot{u}'-\omega v'+\frac{c\omega v}{\sqrt{b^2(b-a)^2+(u^2+v^2)(c^2-b^2)}}\right)=0,\\
&\dot{v}+\omega u-a\cos\alpha\left(-\dot{v}'+\omega u'-\frac{c\omega u}{\sqrt{b^2(b-a)^2+(u^2+v^2)(c^2-b^2)}}\right)=0.
\end{aligned} \tag{2.80}$$

Динамічні крайові рівняння в точці C є аналогічними до динамічних крайових умов (2.46), поданих вище в пункті 2.1.2. Випишемо їх ще раз

$$\begin{aligned}
&\left[u''+au'''(\cos\alpha+u'\sin\alpha)\right]\sin\beta+\left[\ v''+av'''(\cos\alpha+v'\sin\alpha)\ \right]\cos\beta=0,\\
&\left[-u''-au'''(\cos\alpha+u'\sin\alpha)\right]\cos\beta+\left[\ v''+av'''(\cos\alpha+v'\sin\alpha)\ \right]\sin\beta=0\,.
\end{aligned} \tag{2.81}$$

Тут $\cos\beta$, $\sin\beta$, $\cos\alpha$, $\sin\alpha$, обчислюються за формулами (2.28) та (2.69)

Співвідношення (2.59), (2.79) − (2.81) визначають триточкову крайову задачу динаміки нижнього прольоту бурильної колони з долотом. Вони доповнюються також початковими умовами, які задають початкове збурення системи. Числове розв’язання поставленої задачі здійснюється методом скінченних різниць із використанням неявної схеми за часом t.

З використанням виведених співвідношень динаміки кочення сферичного долота по еліптичній поверхні дна свердловини були побудовані траєкторії руху долота в фіксованій системі координат $OXYZ$ для випадку $T = -1\cdot10^5$ Н, $M_z = -1\cdot10^4$ Н·м, $\omega = 5$ рад/с, $a = 0{,}12$ м, $b = 0{,}22$ м, $c = 0{,}18$ м, $t = 20$ с. Результати розв’язання подані на рис. 2.43. Для фрикційної моделі

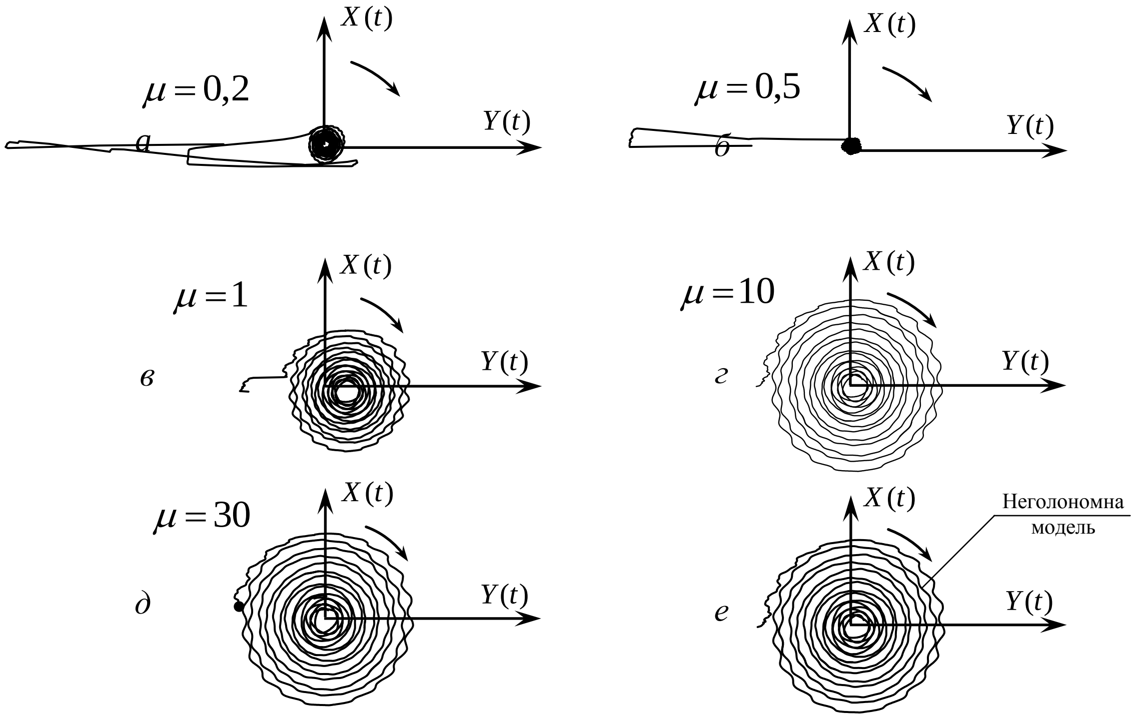


Рисунок 2.43 − Траєкторії руху сферичного долота по еліпсоїдальній поверхні дна свердловини ($T = -1{\cdot}10^5$ Н, $M_z = -1{\cdot}10^4$ Н·м, $\omega = 5$ рад/с): *а* − μ = 0,2; *б* − μ = 0,5; *в* − μ = 1; *г* − μ = 10; *д* − μ = 30; *е* − неголономна модель

параметри μ набували значення: 0,2 (а), 0,5 (б), 1 (в), 10 (г), 30 (д). Як видно, для всіх значень коефіцієнтів тертя, починаючи з деякого початкового збудження, долото в кінцевому результаті рухається по спіральній кривій, прагнучи до стану, в якому бурильна колона стає прямолінійною, а долото займає положення в центральній точці на осі обертання. Тому такий режим є стійким і найбільш сприятливим для здійснення процесу буріння. Деякі винятки становлять режими руху при малих значеннях коефіцієнта тертя (μ = 0,2 і μ = 0,5, позиції а і б на рис.2.43). У цьому випадку фрикційний контакт між долотом і дном свердловини є слабким і сил тертя виявляється недостатньо для швидкого зменшення сил пружності в бурильній колоні. Проте через деякий час перехідний режим коливань долота заспокоюється, і воно також по спіралі починає наближатися до осі обертання. Вважалося, що при граничних значеннях коефіцієнта тертя μ проковзування між контактуючими тілами відсутнє, і між ними реалізується неголономна модель контакту. Траєкторія руху при такому припущенні наведена на рис.

2.43, е. Вона майже співпадає з траєкторіями руху, побудованими для фрикційних моделей при $\mu = 10$ і $\mu = 30$ (рис.2.43, г, д).

Цікаво відзначити, що у всіх розглянутих випадках при вибраних геометричних параметрах контактуючих тіл здійснюється пряме кружляння долота. Підкреслимо ще раз, що такий режим його руху може мати місце в реальних системах, однак використана в зарубіжній науковій літературі модель кочення долота по бічній поверхні свердловини не придатна для опису цього ефекту тому, як бачимо, наша модель є більш універсальною.

2.6 Висновки до розділу 2

1. У розділі 2 розроблена вдосконалена математична модель пружних коливань бурильної колони, що обертається, при коченні сферичного долота по сферичній і еліпсоїдальній поверхні дна свердловини. Враховані два механізми контактної взаємодії долота і породи, при яких долото може здійснювати кочення по поверхні дна з проковзуванням (фрикційна модель) або виконувати рух у формі кочення з вертінням без проковзування (неголономна модель). Виведенні розв'язувальні рівняння пружних згинальних коливань низу бурильної колони при граничних умовах кочення долота за запропонованими схемами.

2. Викладена методика числового інтегрування побудованих диференціальних рівнянь з частинними похідними при сформульованих граничних умовах і заданих параметрах початкового стану системи. Вона основана на застосуванні методу скінченних різниць на ділянці, яка вибрана для розрахунку сегмента бурильної колони, і неявної схеми числового інтегрування за часом. Розроблена та налагоджена обчислювальна система для комп'ютерного моделювання процесів коливань кружляння сферичного долота по сферичній поверхні дна свердловини в умовах його фрикційного і неголономного перекочування.

3. За допомогою розробленої системи виконаний аналіз пружних коливань кружляння бурильної колони і долота при різних значеннях

параметрів згинальної жорсткості бурильної колони, кутової швидкості її обертання та різних відношеннях між геометричними параметрами долота і сферичної або еліпсоїдальної поверхні дна свердловини. Методами комп’ютерного моделювання встановлено, що залежно від значень вибраних параметрів можуть здійснюватися прямі й обернені режими обертання системи, а також випадки, коли долото здійснює вертіння, залишаючись у контакті відносно деякої нерухомої точки дна.

Побудовані форми коливань кружляння долота в нерухомій і рухомій системах координат. Показано, що траєкторії руху долота можуть мати вигляд спіралей, що розширюються (нестійкий рух) або звужуються (стійкий рух), а також мати вигляд граничних циклів, при яких точка контакту рухається по колу певного скінченного радіуса. В деяких випадках траєкторії руху долота набувають вигляду багатопелюсткових квіток, які характеризуються великими значеннями прискорень руху, тому становлять небезпеку для системи.

4. Аналіз результатів комп’ютерного моделювання дозволяє зробити висновок, що для розглянутої системи пружної бурильної колони з долотом, яке перекочується по дну свердловини, сили тертя відіграють принципово іншу роль порівняно з випадками простих дисипативних систем. У звичайних системах з рухомими елементами конструкцій, що труться, здійснюється дисипація кінетичної енергій в результаті її перетворення в теплову енергію і подальшого відводу її із системи. Проте в системі бурильна колона-долото, що обертаються, сили тертя між долотом і поверхнею дна свердловини відіграють зовсім іншу роль, оскільки ці сили примушують долото, навпаки, здійснювати вимушений рух по дну свердловини, віддалятися від осі обертання і переходити в режим усталених або неусталених коливань, які блукають відносно осі обертання. У таких випадках ці сили можуть сприяти підводу додаткової енергії від джерела обертання БК до долота і збудження руху. Такі режими можна розцінювати як режими кінематичного самозбудження коливань системи за рахунок дії, викликаної силами тертя.

РОЗДІЛ 3
АНАЛІЗ ПРУЖНИХ КОЛИВАНЬ БУРИЛЬНОЇ КОЛОНИ ПРИ ФРИКЦІЙНОМУ КОЧЕННІ ЕЛІСОЇДНОГО ДОЛОТА ПО ПОВЕРХНІ ДНА СВЕРДЛОВИНИ

Як відзначено вище, явище кружляння долота по поверхні дна свердловини може бути розглянете як ефект відносного руху двох абсолютно твердих тіл, які контактують в одній точці. Тому воно повинно бути вивчене на основі методів теоретичної механіки. Вивчення цього явища пов’язане з можливістю застосування двох основних математичних моделей, які відрізняються вихідними припущеннями про гладкість і шорсткість поверхонь контактуючих тіл. Тому при розгляді задачі про коливання кружляння сферичного долота по сферичній поверхні дна свердловини були розглянуті дві моделі, зв’язані з припущенням про фрикційне і неголономне кочення однієї поверхні по іншій.

У теоретичній механіці існує думка про те, що фрикційна модель є загальною і реалістичною моделлю руху твердого тіла по шорсткій поверхні, а неголономна модель придатна лише для якісного описання кочення тіла в граничних випадках, коли їхні поверхні є абсолютно шорсткими і не допускають проковзування [9, 43].

Однак у задачах динаміки кружляння бурильних доліт – це не так, оскільки можливість проковзування долота поверхнею дна свердловини істотно знижується наявністю на ньому алмазних шипів. Цей ефект посилюється зі збільшенням сили притискання долота до дна свердловини і зменшенням згинальної жорсткості БК. Тоді вважають, що поверхні тіл абсолютно шорсткі, та здійснюється чисте кочення з вертінням долота і в’язі, які накладаються на систему, є неголономними.

Зі зношуванням долота і забиванням його частинками породи зчеплення між його поверхнею і породою порушується, і долото починає котитися з проковзуванням. Для аналізу такого руху варто використовувати фрикційну динамічну модель.

Відзначимо, що задачі про рух твердих тіл шорсткими поверхнями мають давню історію. Так, Є. Раус [43] в останній чверті XIX століття досліджував рух однорідної кулі нерухомими поверхнями, які мали форму похилої площини, циліндра, конуса, параболи і довільної поверхні обертання. В подальшому за минуле століття ці задачі були істотно ускладнені. Однією із них є задача про стійкість обертання несиметричного тяжкого твердого тіла, обмеженого випуклою поверхнею подвійної кривизни.

Якщо це тіло встановити на негладкій горизонтальній площині та закрутити його навколо вертикальної осі, то після закінчення часу воно перестане обертатися і після коротких нерегулярних вібрацій відносно горизонтальної осі («танців»), починає знову обертатися навколо вертикальної осі, однак цього разу – в протилежному напрямку. Цей курйозний ефект був відкритий наприкінці XIX століття археологами, які вивчали поселення древніх кельтів. Загальні властивості динаміки кельтських каменів були проаналізовані в статтях J. Walker [175], R.E. Lindberg і R.W. Longman [145], M. Pascal [155].

Оскільки геометрія кельтських каменів наближено подібна на викривлену геометрію еліпсоїдних тіл, то можна вважати, що між явищами обертання кельтських каменів і доліт еліпсоїдної форми існує деяка аналогія, яка дозволяє спростити аналіз динаміки кочення доліт і глибше зрозуміти їх властивості.

У даній дисертації фрикційна і неголономна моделі використовуються для моделювання коливань кружляння доліт у формі еліпсоїдів обертання (витягнутих і сплюснених). Аналізується вплив згинальної піддатливості БК в її нижній частині на форми траєкторії руху центральної точки долота і на їхню стійкість.

У цьому розділі аналіз коливань кружляння еліпсоїдних доліт проводиться на основі фрикційної моделі.

3.1 Математична модель пружних коливань бурильної колони при фрикційному коченні еліпсоїдного долота

Основна відмінність задач про рух кружляння долота по поверхні свердловини і про кочення твердого тіла по недеформованій поверхні полягає в тому, що долото зв’язане з пружною згинальною бурильною колоною і не є вільним. Тому рух долота суттєво залежить від пружної піддатливості колони, яка визначається не тільки величиною згинальної жорсткості EI (тут E − модуль пружності матеріалу труби колони, I − момент інерції площі її поперечного перерізу), але й близькістю її напруженого стану до критичного. У загальному випадку настання цього стану залежить від зміни величини осьової сили T, крутного моменту M_z, кутової швидкості ω обертання бурильної колони і швидкості V внутрішнього потоку промивної рідини [125]. Сила T визначається розподіленими силами тяжкості, які діють на елементи бурильної колони, і вертикальної сили R контактної взаємодії долота з дном свердловини. Тому в своїй верхній частині бурильна колона розтягнута, в нижній − стиснена. Завдяки цьому БК може втратити стійкість у зоні нижнього краю. Для підвищення її згинальної жорсткості в зоні стискання до неї приєднують зі певним кроком центрувальні пристрої (рис. 3.1), які відіграють роль додаткових опор і ділять її нижню частину на ряд секцій. Зазвичай найбільш деформованими виявляються нижні секції, тому для динамічного аналізу коливань кружляння долота умовно виділимо систему, яка складається із долота і двох нижніх секцій БК (рис. 3.1).

Пружні коливання бурильної колони вивчаються з використанням систем координат фіксованої ($OXYZ$) і що обертається ($Oxyz$), (рис. 3.1). Осі OZ і Oz цих систем співпадають.

Як показано в розділі 2, для типових значень параметрів, які визначають динаміку внутрішнього потоку промивної рідини, її вплив на згинання БК виявляється досить малим [126, 177]. Тому цим гідродинамічним ефектом можна знехтувати і рівняння поперечних коливань труби БК використовувати в формі (2.20), записаній для випадку сферичного долота. Представимо ці рівняння ще раз у системі координат *Oxyz* у формі співвідношень теорії балок, що обертаються:

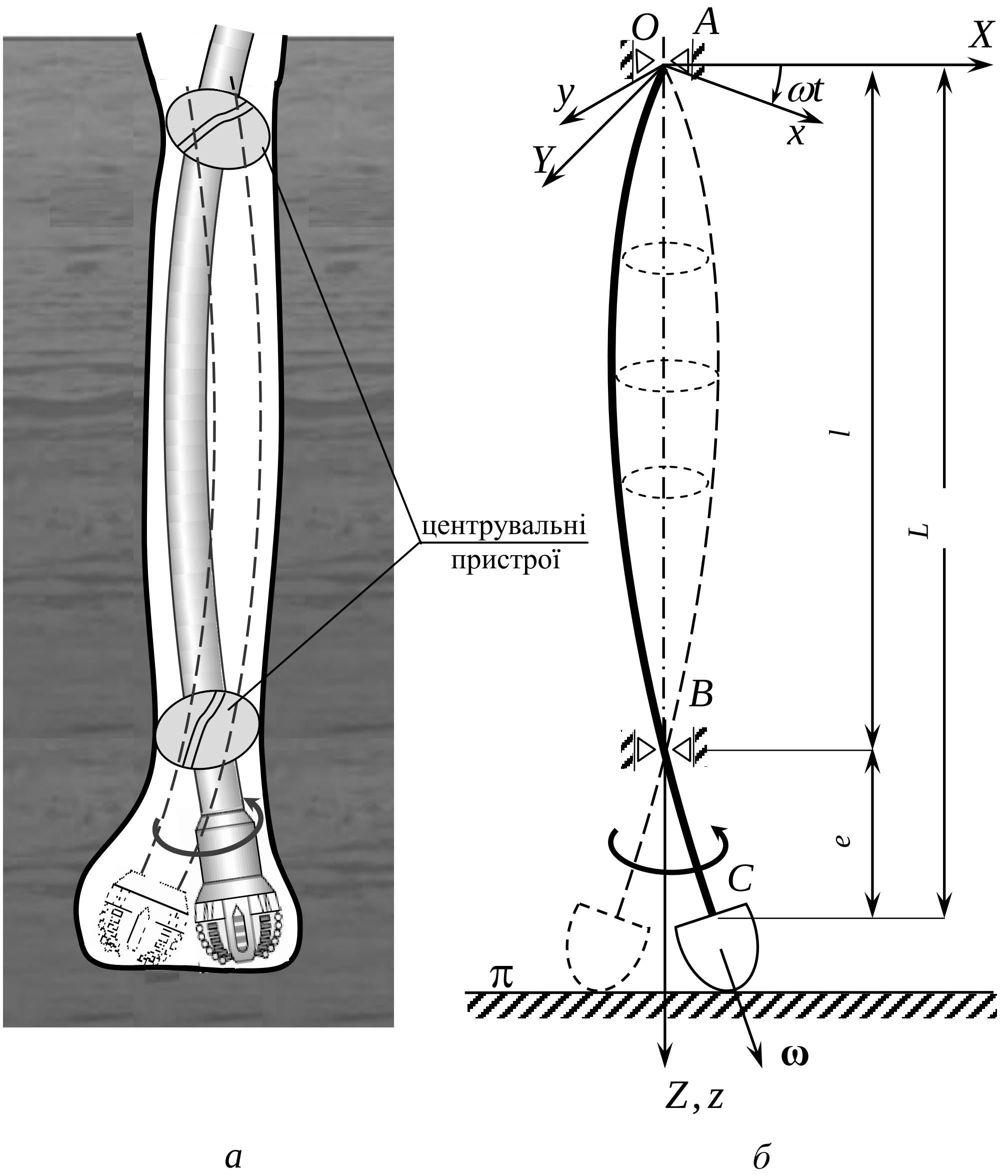


Рисунок 3.1 − Структурна (а) і розрахункова (б) схеми коливань кружляння бурильних доліт

$$EI\frac{\partial^4 u}{\partial z^4}-\frac{\partial}{\partial z}\left(T\frac{\partial u}{\partial z}\right)-\frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(M_z\frac{\partial v}{\partial z}\right)-\left(\rho_c F_c+\rho_p F_p\right)\omega^2 u-$$

$$-2\left(\rho_c F_c+\rho_p F_p\right)\omega\frac{\partial v}{\partial t}+V^2\rho_p F_p\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}+2V\rho_p F_p\frac{\partial^2 u}{\partial z\partial t}+\left(\rho_c F_c+\rho_p F_p\right)\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=0,$$

(3.1)

$$EI\frac{\partial^4 v}{\partial z^4}-\frac{\partial}{\partial z}\left(T\frac{\partial v}{\partial z}\right)+\frac{\partial^2}{\partial z^2}\left(M_z\frac{\partial u}{\partial z}\right)-\left(\rho_c F_c+\rho_p F_p\right)\omega^2 v+$$
$$+2\left(\rho_c F_c+\rho_p F_p\right)\omega\frac{\partial u}{\partial t}+V^2\rho_p F_p\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}+2V\rho_p F_p\frac{\partial^2 v}{\partial z\partial t}+\left(\rho_c F_c+\rho_p F_p\right)\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}=0,$$

де, як і вище, $u(z,t)$, $v(z,t)$ – пружні переміщення елемента труби БК в напрямах осей Ox, Oy, відповідно;

EI – жорсткість труби БК при згині;

ρ_c, ρ_p – густини матеріалу труби і промивної рідини, відповідно;

F_c, F_p – площі поперечних перерізів стінки труби і її внутрішнього каналу, відповідно;

t – час.

Для цієї системи формулюється задача з початковими умовами (задача Коші) відносно незалежної змінної t і трихточкова крайова задача відносно незалежної змінної z в області $0 \le z \le L$ (рис. 3.1, б).

Як і при постановці задачі Коші в розділі 2, тут прийнято, що деяке початкове відхилення $u(z,0)$, $v(z,0)$ введене в осьову лінію бурильної колони і надані деякі початкові швидкості $\dot{u}(z,0)$, $\dot{v}(z,0)$ її елементам. Тоді початкові умови для розглянутого випадку формулюються наступним чином:

$$u(z,0) = u_0(z), \qquad v(z,0) = v_0(z),$$
$$\dot{u}(z,0) = \dot{u}_0(z), \qquad \dot{v}(z,0) = \dot{v}_0(z) \qquad (0 \le z \le L), \tag{3.2}$$

де функції $u_0(z)$, $v_0(z)$, $\dot{u}_0(z)$, $\dot{v}_0(z)$ задані.

Щоб поставити крайову задачу для розглянутої системи необхідно сформулювати граничні умови в точках A, B, C осьової лінії бурильної колони (рис. 3.1, б). Як і вище приймемо, що в точці A колони встановлений центрувальний пристрій і коливання двох сусідніх секцій (секція AB і розташована вище виділена секція) відбуваються у протифазі.

Це припущення еквівалентне умові оберненої симетрії для функцій

$u(z,t)$ і $v(z,t)$, відносно точки A. Воно може бути представлене в формі:

$$u\Big|_{z=0} = v\Big|_{z=0} = 0, \qquad \left.\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right|_{z=0} = \left.\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right|_{z=0} = 0. \tag{3.3}$$

На опорі B прогини балки дорівнюють нулю, а кути поворотів є неперервними функціями. Ця умова може бути сформульована у вигляді:

$$u(l) = v(l) = 0, \qquad \left.\frac{\partial u}{\partial z}\right|_{l-0} = \left.\frac{\partial u}{\partial z}\right|_{l+0}, \qquad \left.\frac{\partial v}{\partial z}\right|_{l-0} = \left.\frac{\partial v}{\partial z}\right|_{l+0}. \tag{3.4}$$

Питання формулювання граничних умов на нижньому кінці БК мають необхідність врахування умов контактної взаємодії долота з породою на дні свердловини. Вважатимемо, що абсолютне тверде долото має форму еліпсоїда обертання з півосями a і b (рис. 3.2). У точці G воно перебуває в контакті з плоским горизонтальним дном свердловини і ковзає по площині π зі швидкістю $\mathbf{v}_G$. БК обертається з постійною кутовою швидкістю $\boldsymbol{\omega}$, приводячи при цьому долото в рух. Додаткові пружні та крутильні коливання БК не враховуємо, осьова сила $\mathbf{T}$ та момент $\mathbf{M}$, які діють на долото, при коливаннях залишаються незмінними.

Для аналізу коливань кружляння долота жорстко зв’яжемо з ним систему координат $Cx_1y_1z_1$ (рис. 3.3). Осі Cx_1 і Cy_1 цієї системи в недеформованому стані паралельні осям Ox, Oy, осі Cz і Oz коленіарні. Введемо також систему $Cx_2y_2z_2$, вісь Cx_2, якої лежить у площині нахилу долота, вісь Cz_2 співпадає з віссю симетрії його обертання. Всі введені системи є правими і мають орти $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$; $\mathbf{i}_1$, $\mathbf{j}_1$, $\mathbf{k}_1$; $\mathbf{i}_2$, $\mathbf{j}_2$, $\mathbf{k}_2$ відповідно.

Умовно відділимо долото від БК і розглянемо динамічну рівновагу діючих на нього сил і моментів (рис. 3.2). Умова рівності нулю головного вектора всіх сил, прикладених до долота, в загальному випадку має форму:

$$\mathbf{F}^{пр} + \mathbf{T} + \mathbf{F}^{кон} + \mathbf{F}^{ін} = 0, \tag{3.5}$$

де $\mathbf{F}^{пр}$ – головний вектор пружних перерізуючих сил в точці C приєднання БК до долота;

$\mathbf{F}^{ін}$ – головний вектор сил інерції;

$\mathbf{F}^{кон}$ – вектор контактних сил, прикладених до долота в точці G.

Цей вектор можна представити у вигляді:

$$\mathbf{F}^{кон} = \mathbf{F}^{тер} + \mathbf{F}^{норм}, \tag{3.6}$$

де $\mathbf{F}^{тер}$ – сила тертя;

$\mathbf{F}^{норм}$ – нормальна компонента контактної сили.

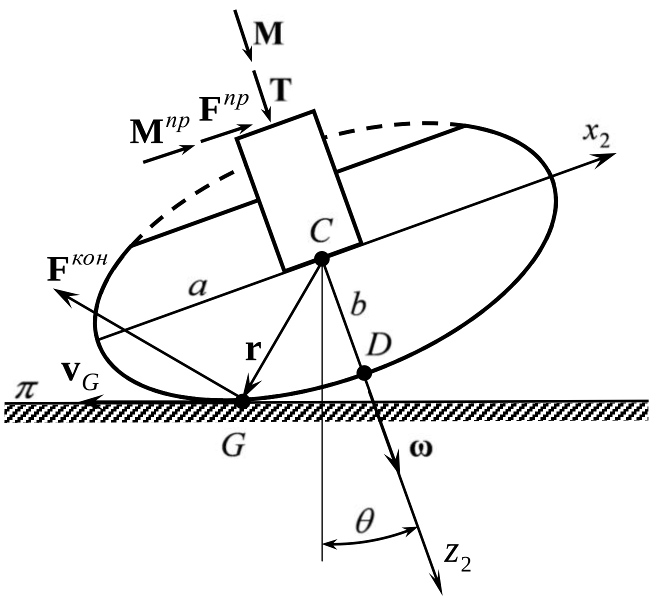


Рисунок 3.2 − Схема сил і моментів, які діють на відокремлене долото в нахиленій площині

Щоб сформулювати граничні умови для рівнянь (3.1) на краю $z = L$ (в точці C), спроектуємо рівність (3.5) на осі Ox, Oy системи координат $Oxyz$, яка обертається.

Вектор $\mathbf{F}^{пр}$ може бути представлений наступним чином:

$$F^{пр} = \mathbf{Q}_x^{пр}\mathbf{i} + \mathbf{Q}_y^{пр}\mathbf{j} = EI\frac{\partial^3 u}{\partial z^3}\mathbf{i} + EI\frac{\partial^3 v}{\partial z^3}\mathbf{j}. \tag{3.7}$$

На нижньому кінці БК повертається на кути *∂u/∂z* і *∂v/∂z*, тому в системі *Oxyz* сила *T*, яка діє на долото, обчислюється так:

$$\mathbf{T} = |\mathbf{T}|u' \cdot \mathbf{i} + |\mathbf{T}|v' \cdot \mathbf{j} + |\mathbf{T}|\sqrt{1-(u')^2-(v')^2} \cdot \mathbf{k}\,. \tag{3.8}$$

Тут величинами $(u')^2, (v')^2$ можна знехтувати в порівнянні з одиницею.

Вектор сил тертя $\mathbf{F}^{тер}$ обчислюється на основі закона Амонтона-Кулона, який для рухомого тіла формулюється в нерухомій системі координат *OXYZ* у вигляді залежності:

$$\mathbf{F}^{тер} = -\mu|\mathbf{T}| \cdot \mathbf{v}_G^{абс} \Big/ \left|\mathbf{v}_G^{абс}\right|, \tag{3.9}$$

де μ – коефіцієнт сухого тертя;

$\mathbf{v}_G^{абс}$ – абсолютна швидкість точки *G* долота, яке контактує із дном свердловини. Вона обчислюється за формулою:

$$\mathbf{v}_G^{абс} = v_C^{абс} + \mathbf{\Omega} \times \mathbf{r}\,, \tag{3.10}$$

де $v_C^{абс}$ являє собою абсолютну швидкість точки *C* долота;

$\mathbf{\Omega}$ − вектор кутової швидкості системи відліку $Cx_1y_1z_1$ відносно нерухомої системи координат;

$\mathbf{r}$ – вектор, який з’єднує точки *C* і *G* (рис. 3.3).

Щоб підрахувати швидкість $\mathbf{v}_G^{абс}$, приймемо, що кути u', v' повороту системи $Cx_1y_1z_1$ відносно системи *Oxyz* малі, тому може бути введений вектор кута повороту:

$$\boldsymbol{\theta} = -v'\mathbf{i} + u'\mathbf{j} + 0\mathbf{k} = \theta_x\mathbf{i} + \theta_y\mathbf{j}\,. \tag{3.11}$$

Тоді вісь Cz_1 повертається в вертикальній площині нахилу σ на кут $\theta = \sqrt{(u')^2 + (v')^2}$ (рис. 3.3). Кут α між площинами *xOz* і σ визначається формулою (рис. 3.3):

$$\alpha = -arctg(\theta_x / \theta_y) \tag{3.12}$$

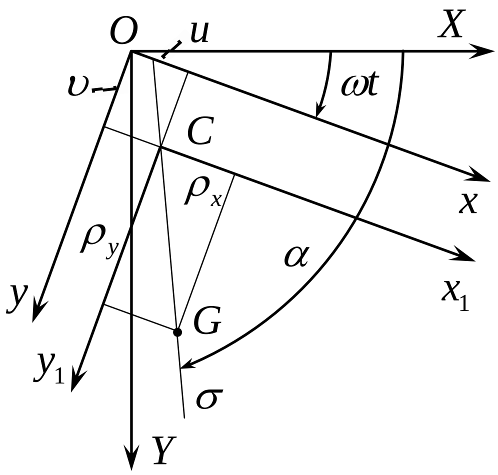


Рисунок 3.3 − Вид зверху на розташування точок C і G і слід площини нахилу σ

За допомогою рівностей (3.11), (3.12) підраховуються вектори $\mathbf{v}_C^{абс}$, $\mathbf{\Omega}$, $\mathbf{r}$, які визначають абсолютну швидкість точки G долота, яке ковзає по дну свердловини. У проекціях на осі координат $Oxyz$, яка обертається, вони мають вигляд:

$$\begin{gathered}\mathbf{v}_C^{абс} = (\dot{u}\mathbf{i} + \dot{v}\mathbf{j}) + \boldsymbol{\omega} \times (u\mathbf{i} + v\mathbf{j}) = (\dot{u} - \omega v)\mathbf{i} + (\dot{v} + \omega u)\mathbf{j}, \\ \mathbf{\Omega} = -\dot{v}'\mathbf{i} + \dot{u}'\mathbf{j} + \omega\mathbf{k}, \\ \mathbf{\Omega} \times \mathbf{r} = (\dot{u}' r_z - \omega r_y)\mathbf{i} + (\dot{v}' r_z + \omega r_x)\mathbf{j} + (-\dot{v}' r_y - \dot{u}' r_x)\mathbf{k}.\end{gathered} \tag{3.13}$$

Використовувані в формулах (3.13) компоненти r_x, r_y, r_z вектора $\mathbf{r}$ визначаються рівністю:

$$\begin{gathered}\mathbf{r} = \frac{(b^2 - a^2)\sin\theta_y \cos\theta_y}{\sqrt{a^2 \sin^2\theta_y + b^2\cos^2\theta_y}}\mathbf{i} - \frac{(b^2 - a^2)\sin\theta_x \cos\theta_x}{\sqrt{a^2 \sin^2\theta_x + b^2\cos^2\theta_x}}\mathbf{j} + \\ + \sqrt{a^2\sin^2\theta + b^2\cos^2\theta}\,\mathbf{k}.\end{gathered} \tag{3.14}$$

Співвідношення (3.9), (3.13), (3.14) дають можливість обчислити компоненти $v_{G,x}^{абс}$, $v_{G,y}^{абс}$ вектора $\mathbf{v}_G^{абс}$ в системі координат *Oxyz*, яка обертається:

$$
\begin{aligned}
v_{G,x}^{абс} &= \dot{u} - \omega\, v + \dot{u}' r_z - \omega r_y\,, \\
v_{G,y}^{абс} &= \dot{v} + \omega\, u + \dot{v}' r_z + \omega r_x\,.
\end{aligned}
\tag{3.15}
$$

й обчислити проекції вектора $\mathbf{F}^{тер}$ на осі *Ox, Oy*:

$$
\begin{aligned}
F_x^{тер} &= -\mu |T| \frac{\dot{u} - \omega\, v + \dot{u}' r_z - \omega r_y}{\sqrt{\left(v_x^{абс}\right)^2 + \left(v_y^{абс}\right)^2}}\,, \\
F_y^{тер} &= -\mu |T| \frac{\dot{v} + \omega\, u + \dot{v}' r_z + \omega r_x}{\sqrt{\left(v_x^{абс}\right)^2 + \left(v_y^{абс}\right)^2}}\,.
\end{aligned}
\tag{3.16}
$$

У результаті проектування рівняння (3.5) на вертикальну вісь *Oz* отримаємо:

$$
\mathbf{F}^{норм} = -\mathbf{T}\,.
$$

Розглядаючи рівновагу всіх сил, прикладених до долота в горизонтальній площині, за допомогою рівностей (3.7), (3.9), (3.16) отримаємо перші дві граничні умови для системи (3.1) в точці *C*:

$$
EI \frac{\partial^3 u}{\partial z^3} - \mu |T| \frac{\dot{u} - \omega\, v + \dot{u}' r_z - \omega r_y}{\sqrt{\left(v_x^{абс}\right)^2 + \left(v_y^{абс}\right)^2}} = 0,
\tag{3.17}
$$

$$EI\frac{\partial^3 v}{\partial z^3} - \mu|T|\frac{\dot{v} + \omega u + \dot{v}' r_z + \omega r_x}{\sqrt{\left(v_x^{абс}\right)^2 + \left(v_y^{абс}\right)^2}} = 0.$$

Друга група граничних рівнянь на цьому краю формулюється з умови рівності нулю головного моменту всіх сил, прикладених до долота. Форма цих рівнянь залежить від вибору центра розглянутих сил. Найбільш зручно розглядати рівновагу всіх моментів відносно точки *G* контакту долота з породою, так як у цьому випадку виключаються з розгляду моменти нормальної та фрикційної складових контактної сили. Врахуємо також, що момент інерції тіла долота порівняно малий. Тоді момент сил інерції долота також буде малим, і в рівнянні рівноваги моментів відносно точки *G* збережеться тільки момент $\mathbf{M}_G(\mathbf{Q}^{пр})$ вектора $\mathbf{Q}^{пр}$ пружних перерізувальних сил.

У векторному вигляді це рівняння формулюється так:

$$\mathbf{M}_G(\mathbf{F}^{пр}) + \mathbf{M}_G^{пр} = 0. \qquad (3.18)$$

Тут:

$$\mathbf{M}_G(\mathbf{F}^{пр}) = (-\mathbf{r}) \times \mathbf{F}^{пр} = (Tr_y + Q_y r_z)\mathbf{i} - \\ -(Tr_x + Q_x r_z)\mathbf{j} + (Q_y r_x + Q_x r_y)\mathbf{k},$$

$$\mathbf{M}_G^{пр} = EI\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\mathbf{i} - EI\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\mathbf{j} - M_z\mathbf{k}. \qquad (3.19)$$

Підставляючи (3.19) в (3.18) і проектуючи отриманий вираз на осі *Ox*, *Oy* системи координат, яка обертається, отримаємо:

$$EI\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + EI\frac{\partial^3 v}{\partial z^3} r_z + Tr_y = 0,$$

(3.20)

$$-EI\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}-EI\frac{\partial^3 u}{\partial z^3}r_z-Tr_x=0\,.$$

Таким чином співвідношення (3.1) − (3.4), (3.17), (3.20) представляють повну систему розв’язувальних і крайових рівнянь для поставленої задачі. Її розв’язання здійснюється шляхом заміни похідних по z їхніми скінченно-різницевими аналогами. Для дискретизації по незалежній змінній t використовується неявна скінченно-різницева схема інтегрування. Вибір кроків інтегрування Δz, Δt здійснюється за умови збіжності обчислювального процесу.

3.2 Аналогія динаміки кочення еліпсоїдного долота й обертання кельтських каменів

Як встановлено експериментальними і теоретичними дослідженнями, вільне обертання продовгуватих еліпсоїдних тіл з малими геометричними чи масовими дефектами (кельтських каменів) має тенденцію зміни напряму їх обертання. Аналогічні ефекти є типовими і для бурильних доліт. Вони також можуть виконувати прямі або зворотні коливання кружляння та змінювати їх напрями, описуючи траєкторію в формі багатопелюсткових квіток, що вирізають багаточасткові поперечні перерізи бурильної колони [161]. Однак, на відміну від кельтських каменів, долота можуть мати різну геометрію (включаючи витягнуті та сплюснені еліпсоїди), вони не є вільними і приєднані до пружної колони, вони обертаються з наперед заданою швидкістю ω і змінюють напрям своїх осей відповідно з пружними згинаннями осі бурильної колони і її нахилами при вібрації.

Оскільки мета даної роботи – зрозуміти взаємодію між цими геометричними, кінематичними і структурними факторами, вважається, що тривимірна модель, яка враховує зв'язок між згинанням бурильної колони і коливаннями еліптичного долота, яке котиться по дну свердловини, є повністю адекватною.

Щоб виявити основні причини, які впливають на форми руху долота дном свердловини, розглянемо найпростіші схеми неголономного кочення по площині еліпсоїдного тіла обертання, приєднаного до пружного стержня, який обертається з кутовою швидкістю $\boldsymbol{\omega}_0$. Для наочності виділимо стани, в яких площина CDG нахилу долота збігається з площиною XOZ (рис. 3.4) . Тоді, якщо еліпсоїд витягнутий і кути $u'(C)$, $v'(C)$ нахилу його осі до вертикалі OZ додатні, то в даний момент часу швидкості переміщення точки $G(\mathbf{v}_G)$ дотику долота з площиною π і вершини $D(\mathbf{v}_D)$ еліпсоїда паралельні осі OY і долото рухається навколо колони у напрямі її обертання (рис. 3.4, а). Тому цей режим відповідає ефекту прямого кружляння. Проте ситуація змінюється, якщо переміщення $u(C)$, $v(C)$ додатні, але кути $u'(C)$, $v'(C)$ від'ємні (рис. 3.4, б). У цьому випадку швидкості $\mathbf{v}_D$, $\mathbf{v}_G$ змінили свої напрями на протилежні і долото перекочується навколо колони в напрямі, протилежному до її обертання, здійснюючи режим оберненого кружляння.

Ще складнішою є кінематика руху сплюснутого долота, якщо його вершина D і точка дотику G розташовані по різні боки від осі колони. В цьому випадку, залежно від знаку кутів $u'(C)$, $v'(C)$, вершина D може рухатися у напрямі обертання, тоді як точка дотику G в зворотному (рис. 3.4, в) або, навпаки, точка D може переміщатися у напрямі обертання, а точка G в протилежному напрямі (рис. 3.4, г для оберненого кружляння).

Оскільки в реальних умовах на долото, яке має форму еліпсоїда, діють сили і моменти з боку пружної колони, що коливається, воно може постійно переходити від однієї кінематичної схеми, представленої на рис. 3.4, до іншої, змінюючи напрямок кругового руху, як це відбувається з кельтськими каменями. У складніших випадках, коли ці зміни напрямку відбуваються багаторазово, траєкторії руху точок долота можуть описувати складні фігури, в тому числі фігури, які нагадують багатопелюсткові квіти.

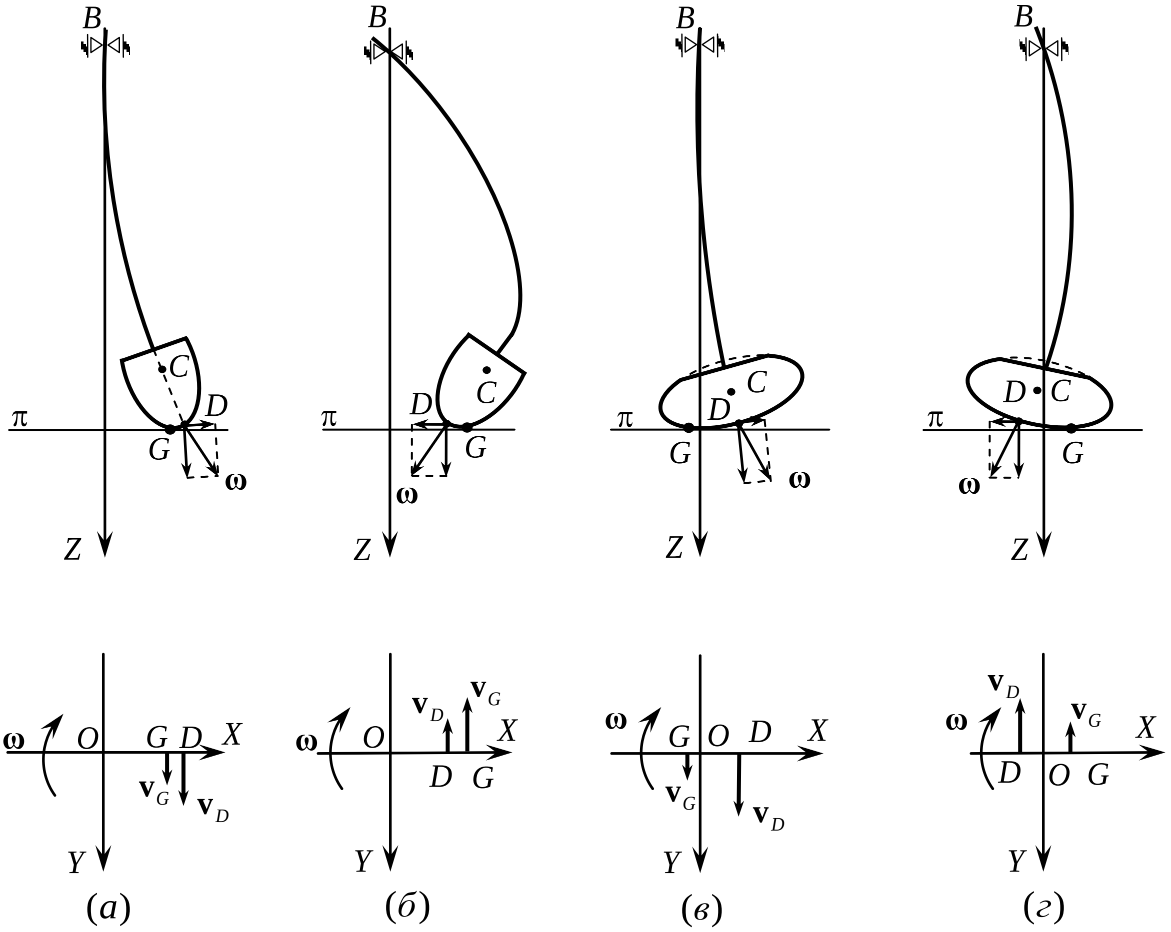


Рисунок 3.4 − Кінематичні схеми прямого і зворотного неголономного кочення доліт еліпсоїдальної форми

Запропонована модель дозволяє пояснити одну характерну особливість процесу кружляння, яка полягає в тому, що воно може приймати найбільш деструктивні режими, при яких кутова швидкість оберненого кружляння суттєво перевищує швидкість ω обертання бурильної колони і може досягати до 5-30-кратної величини [163]. Для підтвердження цієї можливості звернемося до рисунка 3.4, в. У розглянутий момент долото перекочується з кутовою швидкістю $\boldsymbol{\omega}_\tau$ відносно горизонтальної осі, яка проходить через миттєвий центр швидкостей G. Нехай C є центром кривизни перетину поверхні долота площиною, яка містить точку G і є нормальною до вектора $\boldsymbol{\omega}_\tau$, а r − радіус-вектор нормалі, побудований у точці G. Тоді її швидкість $\mathbf{v}_c$ перпендикулярна площині XOY і дорівнює величині:

$$\mathbf{v}_C = \boldsymbol{\omega}_\tau \times \mathbf{r} = \omega_\tau \cdot r \cdot \mathbf{j}.$$

Як випливає із роботи [124], швидкість $\mathbf{v}_G$ миттєвого центра швидкостей долота дорівнює нулю, однак її слід на площині π рухається зі швидкістю:

$$\mathbf{v}_G^\pi = \mathbf{v}_c \,.$$

Тоді:

$$v_G^\pi = \omega_\tau \cdot r$$

і кутова швидкість кружляння ω^{wh} долота обчислюється за формулою:

$$\omega^{wh} = \frac{v_c^\pi}{d} = \frac{\omega_\tau \cdot r}{d}, \tag{3.21}$$

де d − відстань між точкою G і віссю OZ. Очевидно, що ω^{wh} збільшується зі зменшенням d, однак не до нескінченності, оскільки $\boldsymbol{\omega}_\tau$ також зменшується. Важливо відмітити також, що швидкість кружляння в рівнянні (3.21) залежить від радіуса r, який малий для витягнутих доліт і великий для сплюснутих. У зв'язку з цим можна очікувати, що сплюснуті долота більш схильні до швидкого кружляння в порівняно з поздовжніми долотами.

Кінематика складного руху центра долота C стає більш наглядною, якщо його вивчати в системі координат $Oxyz$, що обертається (рис. 3.5). У цьому випадку вектор відносної швидкості $\mathbf{v}^r$ має декартові компоненти $\dot{x}\mathbf{i} = \dot{u}\mathbf{i}$, $\dot{y}\mathbf{j} = \dot{v}\mathbf{j}$, тому вона може бути виражена через окружну ($\mathbf{v}_{cir}^r$) і радіальну ($\mathbf{v}_{rad}^r$) компоненти у відповідній полярній системі координат. Тоді абсолютна швидкість ($\mathbf{v}_C^{abs}$) точки C може бути представлена виразом:

$$\mathbf{v}_C^{abs} = \mathbf{v}^e + \mathbf{v}^r, \tag{3.22}$$

де $\mathbf{v}^e$ − вектор переносної швидкості, який обчислюється за формулою

$$\mathbf{v}^e = \boldsymbol{\omega} \times (x\mathbf{i} + y\mathbf{j}).$$

Таким чином, якщо вектори $\mathbf{v}^e$ і $\mathbf{v}^r_{cir}$ орієнтовані в одному напрямі, то долото перекочується, обганяючи обертання бурильної колони. Якщо вектори $\mathbf{v}^e$ і $\mathbf{v}^r_{cir}$ мають різні напрями, то швидкість перекочування долота відстає від швидкості обертання бурильної колони при $|\mathbf{v}^e| > |\mathbf{v}^r_{cir}|$. Воно здійснює чисте обертання без перекочування, коли $|\mathbf{v}^e| = |\mathbf{v}^r_{cir}|$ і перекочується в напрямку, протилежному обертанню БК, коли $|\mathbf{v}^e| < |\mathbf{v}^r_{cir}|$.

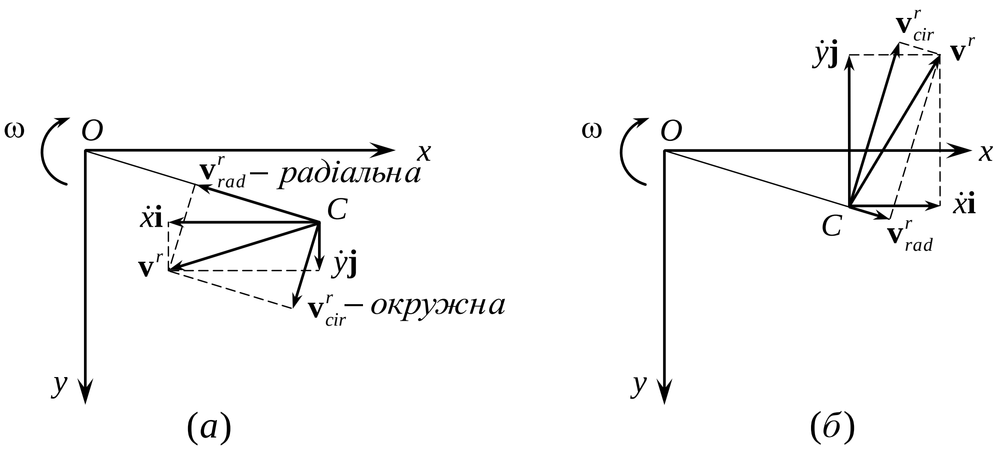


Рисунок 3.5 − Вид зверху на кінематичні схеми орієнтації вектора відносної швидкості $\mathbf{v}^r$

У зв'язку з тим, що на практиці долото еліпсоїдальної форми піддається дії пружних сил і моментів від бурильної колони, що коливається, воно може постійно переходити від однієї кінематичної схеми, представленої на рисунках 3.4 і 3.5, до іншої, змінюючи при цьому напрям її обертального руху, як це буває з кельтськими каменями. У складніших випадках, коли ці зміни напрямів повторюються багаторазово завдяки пружним коливанням БК, траєкторії руху центра долота можуть нагадувати більш складні фігури, які зблизька схожі, як відмічено вище, на багатопелюсткові квіти.

3.3 Динаміка пружного згинання бурильної колони з долотом у формі витягнутого еліпсоїда

Загальновідомо, що головною причиною виникнення ефекту коливання кружляння є дисбаланс долота, який призводить до його відходу від осі бурильної колони. У збалансованому долоті сили, які діють на нього, можуть бути розкладені на осьову складову, момент різання і малу радіальну силу, яка називається силою дисбалансу долота. Зазвичай вона виражається у відсотках від вертикальної сили, яка діє на долото. У штатних умовах долото є збалансованим з високою точністю, з дисбалансом 2 %, хоча типовими є дисбаланси 10 %.

Щоб встановити співвісно долото і бурильну колону, в нижній частині БК встановлюються центрувальні пристрої (або центратори). Згинальна жорсткість бурильної колони, яка досягається за рахунок центраторів, зазвичай є достатньою, щоб повернути бурильну колону з відхиленого стану в центрований робочий стан. Однак якщо стабілізатори мають хоча б малі зазори зі стінкою свердловини, вони можуть відхилятися на їхню величину від фіксованого положення і переставати підтримувати долото в потрібній позиції. У результаті долото починає здійснювати коливання кружляння, збільшуючи тим самим виниклу щілину і додаючи додаткову енергію в динамічний процес. Ця тенденція дозволяє моделювати процес самозбудження коливання кружляння, який може відбуватися і при суттєвих розмірах діаметра свердловини в нижній її частині.

При моделюванні було прийнято, що в геометрії бурильної колони є деякі початкові згинальні відхилення і подальше моделювання системи проводиться чисельно.

Дослідження проводилося в діапазоні значень кутової швидкості $0 \le \omega \le 20$ рад/с. Були обрані наступні механічні параметри системи $EI = 4{,}07 \cdot 10^6$ Па·м^4, $F = \pi\,(\,r_1^2 - r_1^2\,) = 5{,}34 \cdot 10^{-3}$ м^2, $F_l = \pi\, r_2^2 = 2{,}01 \cdot 10^{-2}$ м^2, $\rho = 7{,}8 \cdot 10^3$ кг/м^3, $\rho_l = 1{,}5 \cdot 10^3$ кг/м^3, $r_1 = 0{,}09$ м, $r_2 = 0{,}08$ м, $L = 9$ м, $e = 1$ м.

Як зазначено в роботі [139], істотний вплив на коливання кружляння має геометрія долота. Тому в цьому пункті розглядаються випадки, коли долото має форму витягнутих еліпсоїдів обертання, півосі яких складають $a = 0{,}1$ м, $b = 0{,}3$ м та $a = 0{,}1$ м, $b = 0{,}5$ м.

При дослідженні коливань кружляння долота за допомогою фрикційної моделі важливу роль відіграє вибір значення коефіцієнта тертя μ. Відомо, що його величина залежить від трибологічних властивостей матеріалів тіл, які труться, і якості обробки матеріалу.

Необхідно підкреслити, що коефіцієнт тертя між поверхнями долота і породи може бути великим, оскільки алмазні різці, які є на поверхні долота, суттєво збільшують зчеплення між контактуючими тілами. Тому моделювання коливань кружляння за допомогою фрикційної моделі проводилося при значеннях μ у діапазоні $0{,}2$, $0{,}5$, $1{,}0$, 10, 20 і 30. При цьому використовувалися рівняння (3.1), (3.17) та (3.20). Їхнє інтегрування здійснювалося за методом, викладеним у п. 2.1.3.

На рисунку 3.6 показані траєкторії руху точки C долота по дну свердловини в системі координат, що обертається (зліва), та в нерухомій системі координат (справа). Розглянутий випадок $T = -1 \cdot 10^4$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м, $\omega = 5$ рад/с, $a = 0{,}1$ м, $b = 0{,}3$ м, $t = 20$ с. Важливо відмітити, що в обох системах координат рух здійснюється в однаковому напрямку, протилежному напрямку ω. При значеннях коефіцієнта тертя $\mu = 0{,}2$, $0{,}5$, 1, відповідно, коливання набувають безладного характеру, але їхні амплітуди зменшуються. Такі режими буріння можна розглядати як стабільні. Проте зі збільшенням величини μ ($\mu \geq 10$) траєкторія руху долота в рухомій системі, після певних коливань набуває вигляду витягнутого еліпса, а в нерухомій − за формою схожа на багатопелюсткову квітку. Рух долота в нерухомій системі координат здійснюється проти годинникової стрілки, тому має місце обернене кружляння. При цьому середня кутова швидкість ω_{∂} долота в системі $OXYZ$ є меншою за швидкість обертання бурильної колони.

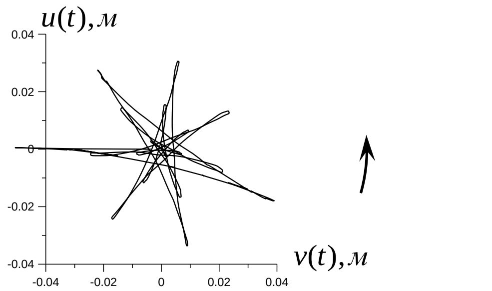
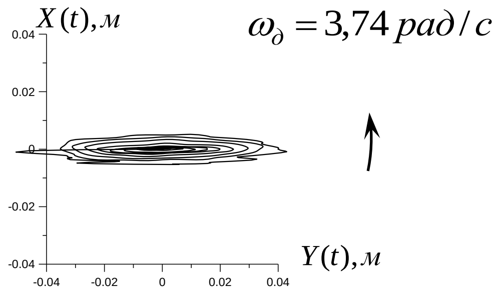
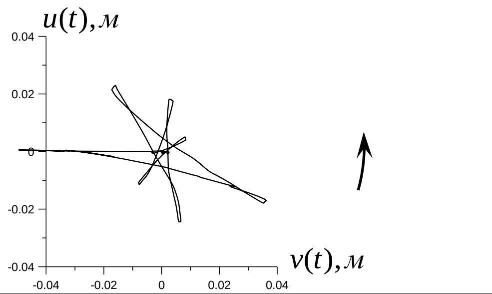
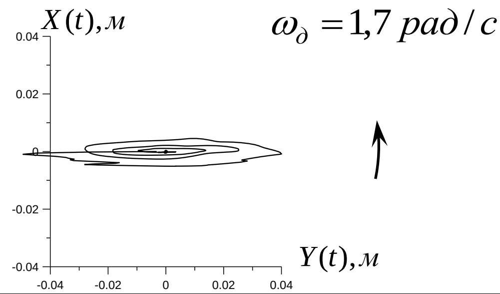
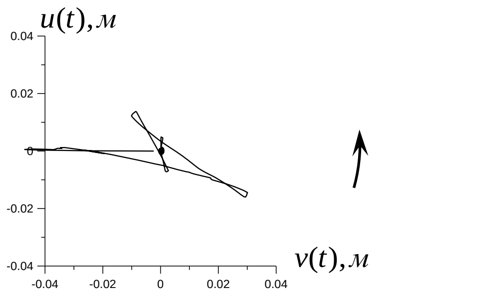
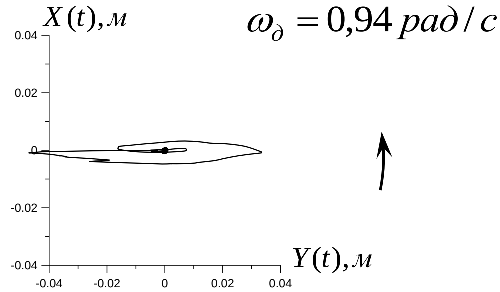
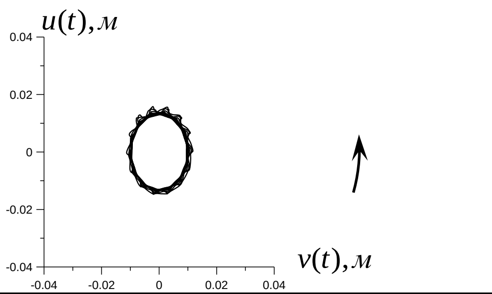
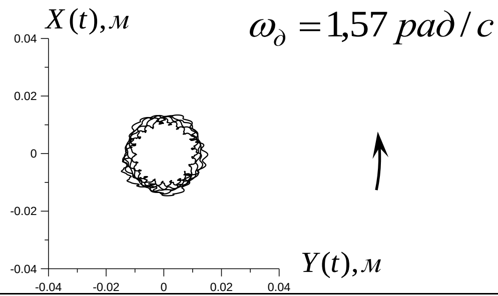
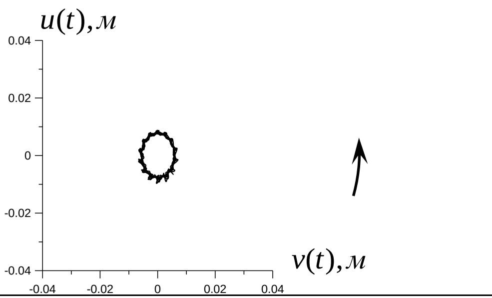
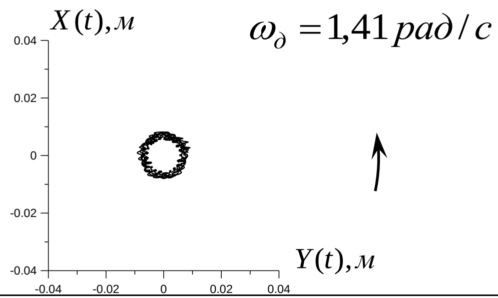
Коефіцієнт тертя	Траєкторії руху точки C долота в системі координат, що обертається	Траєкторії руху точки C долота в нерухомій системі координат
$\mu = 0{,}2$		
$\mu = 0{,}5$		
$\mu = 1$		
$\mu = 10$		
$\mu = 30$		

Рисунок 3.6 – Траєкторії руху кружляння центра долота C в рухомій (зліва) і нерухомій (справа) системах координат (випадок $T = -1 \cdot 10^4$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м, $\omega = 5$ рад/с, $a = 0{,}1$ м, $b = 0{,}3$ м, $t = 20$ с)

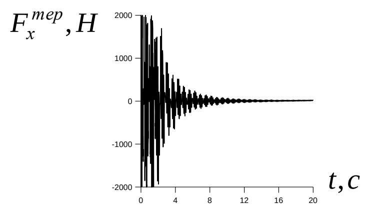
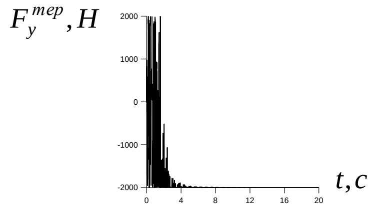
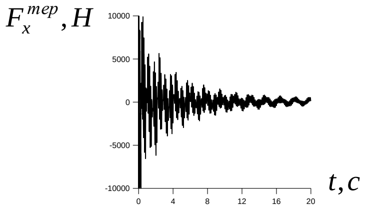
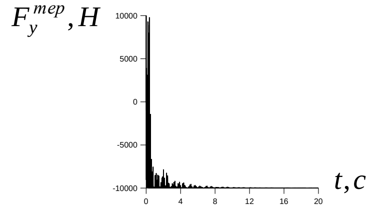
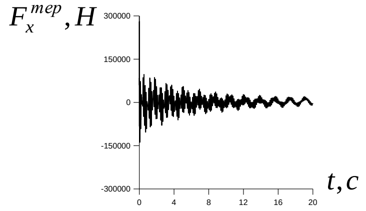
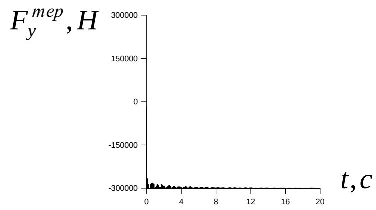
Коефі-цієнт тертя	Графік зміни сили тертя $F_x^{тер}(t)$	Графік зміни сили тертя $F_y^{тер}(t)$
$\mu = 0,2$		
$\mu = 1$		
$\mu = 30$		

Рисунок 3.7 – Графіки функцій сил тертя $F_x^{тер}(t)$ та $F_y^{тер}(t)$ в системі координат, що обертається (випадок $T = -1 \cdot 10^4$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м, $\omega = 5$ рад/с, $a = 0,1$ м, $b = 0,3$ м, $t = 20$ с)

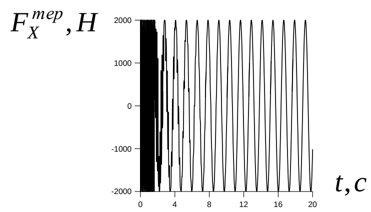
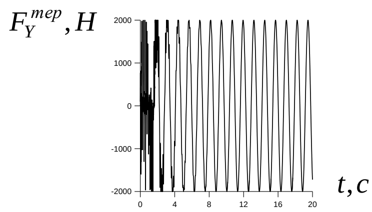
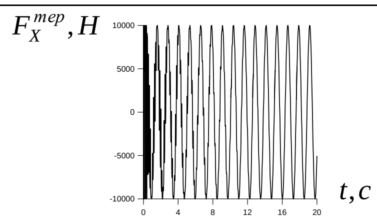
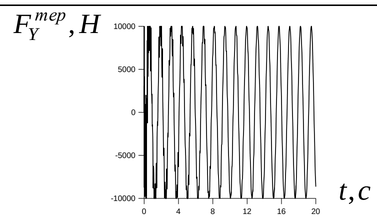
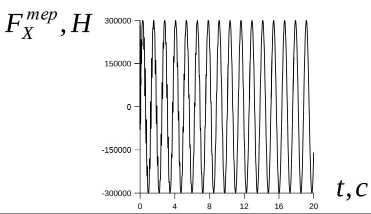
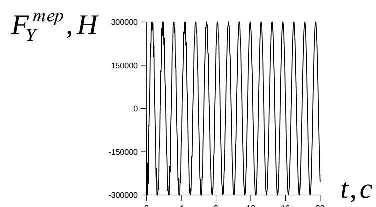
Коефі-цієнт тертя	Графік зміни сили тертя $F_X^{тер}(t)$	Графік зміни сили тертя $F_Y^{тер}(t)$
$\mu = 0,2$		
$\mu = 1$		
$\mu = 30$		

Рисунок 3.8 – Графіки функцій сил тертя $F_X^{тер}(t)$ та $F_Y^{тер}(t)$ в системі координат, що обертається (випадок $T = -1 \cdot 10^4$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м, $\omega = 5$ рад/с, $a = 0,1$ м, $b = 0,3$ м, $t = 20$ с)

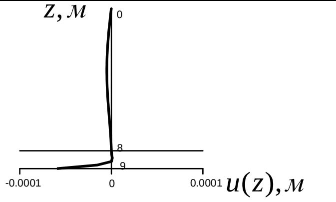
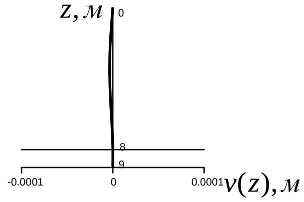
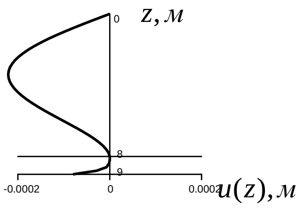
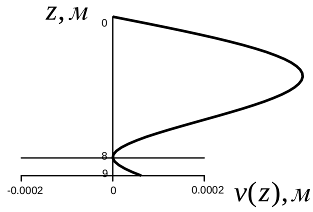
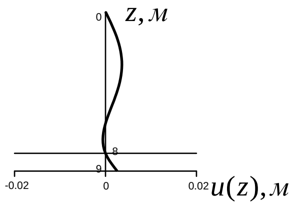
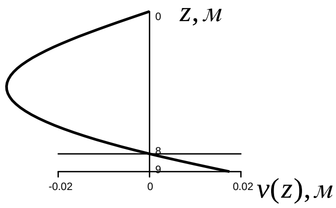
Коефі-цієнт тертя	Графіки функцій прогину $u(z)$	Графіки функцій прогину $v(z)$
$\mu = 0{,}2$		
$\mu = 1$		
$\mu = 30$		

Рисунок 3.9 − Графіки функцій прогину $u(z)$, $v(z)$ в системі координат, що обертається (випадок $T = -1 \cdot 10^4$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м, $\omega = 5$ рад/с, $a = 0{,}1$ м, $b = 0{,}3$ м, $t = 20$ с)

Графіки зміни сил тертя $F_x^{тер}(t)$ та $F_y^{тер}(t)$ (формули (3.16)) для режимів руху, що представлені на рис.3.6, подані на рисунку 3.7. Вони мають вигляд загасаючих негармонічних коливань. У нерухомій системі координат характер зміни сил тертя $F_X^{тер}(t)$ та $F_Y^{тер}(t)$ (рис. 3.8) має синусоїдальну форму. При цьому труба бурильної колони вигинається за простими формами (рис. 3.9).

Якщо поздовжню силу збільшити до $T = -1 \cdot 10^5$ Н (рис. 3.10), то характер руху точки C істотно зміниться. У нерухомій системі координат траєкторія руху після деякого розкручування переходить у коло постійного радіуса, у той час як у рухомій системі координат долото, покружлявши по колу, відходить убік. Кутова швидкість долота змінювалася від $\omega_д = 1{,}26$ рад/с до $\omega_д = 3{,}4$ рад/с (рис. 3.10). При цьому графіки зміни функцій сил тертя $F_x^{тер}(t)$ та $F_y^{тер}(t)$, представлені на рис. 3.11, мають форму

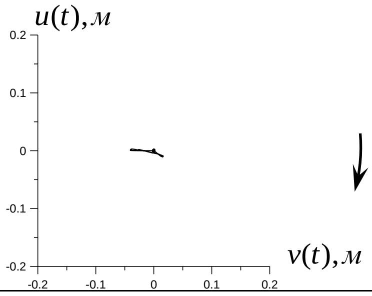
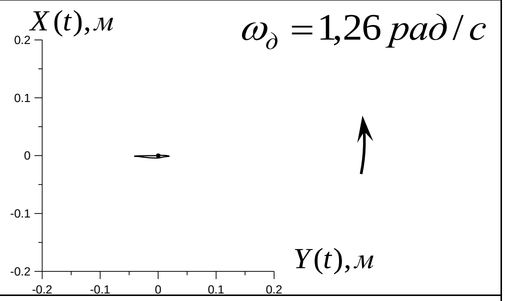
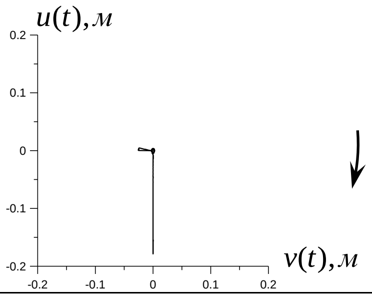
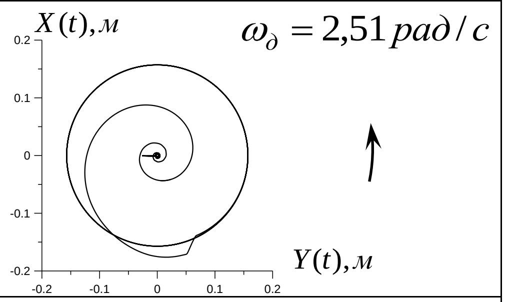
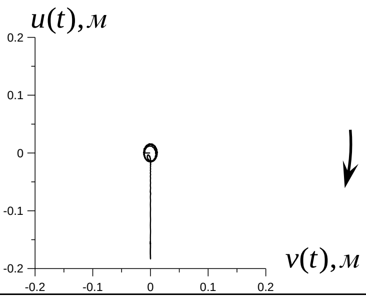
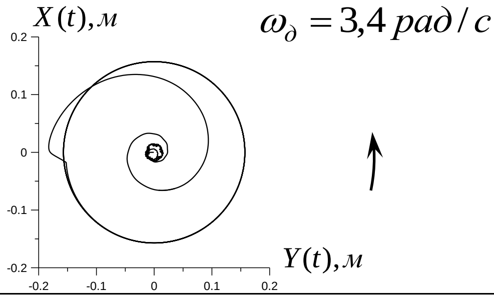
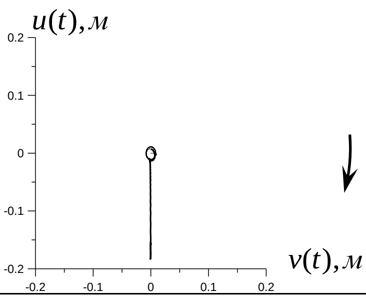
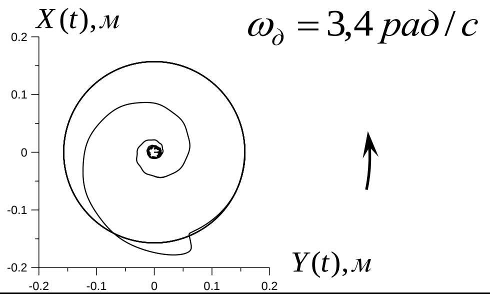
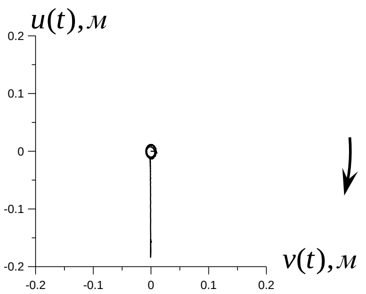
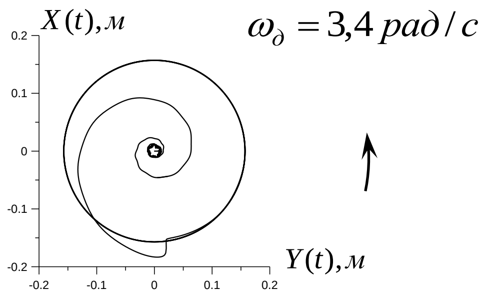
Коефіцієнт тертя	Траєкторії руху точки C долота в системі координат, що обертається	Траєкторії руху точки C долота в нерухомій системі координат
$\mu = 0{,}2$		
$\mu = 0{,}5$		
$\mu = 1$		
$\mu = 10$		
$\mu = 30$		

Рисунок 3.10 − Траєкторії руху кружляння центра долота C в рухомій (зліва) і нерухомій (справа) системах координат (випадок $T = -1 \cdot 10^5$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м, $\omega = 5$ рад/с, $a = 0{,}1$ м, $b = 0{,}3$ м, $t = 20$ с)

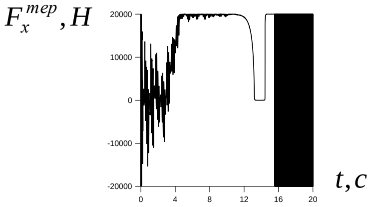
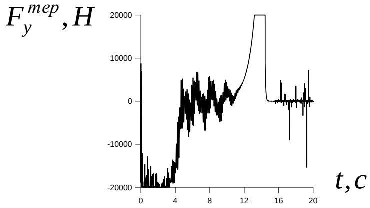
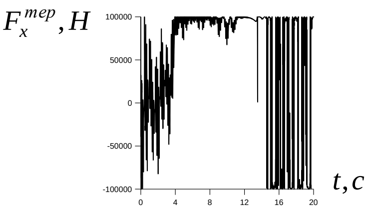
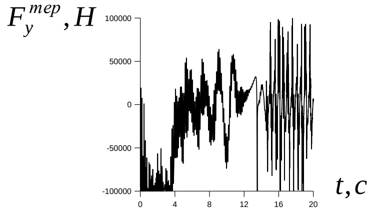
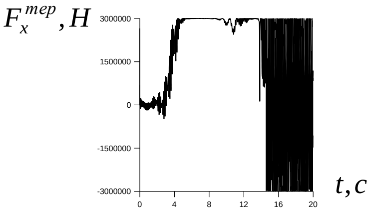
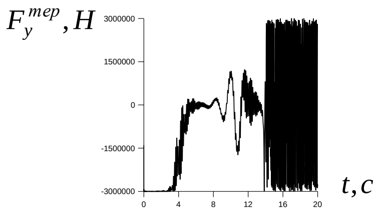
Коефі-цієнт тертя	Графік зміни сили тертя $F_x^{тер}(t)$	Графік зміни сили тертя $F_y^{тер}(t)$
$\mu = 0{,}2$		
$\mu = 1$		
$\mu = 30$		

Рисунок 3.11 − Графіки функцій сил тертя $F_x^{тер}(t)$ та $F_y^{тер}(t)$ в системі координат, що обертається (випадок $T = -1 \cdot 10^5$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м, ω = 5 рад/с, a = 0,1 м, b = 0,3 м, t = 20 с)

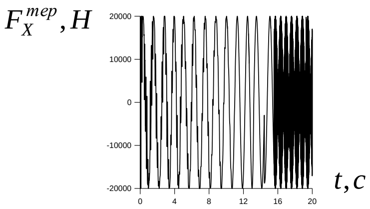
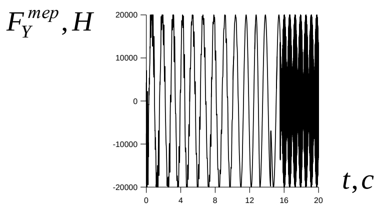
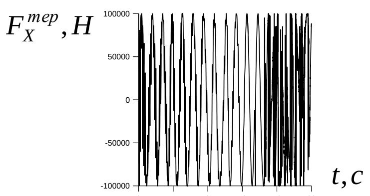
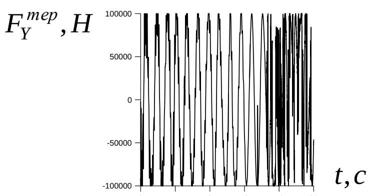
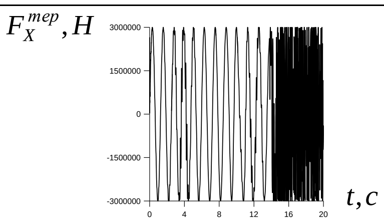
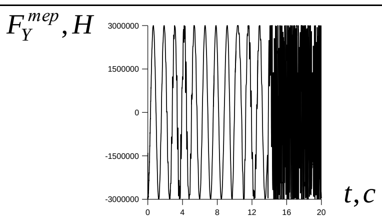
Коефі-цієнт тертя	Графік зміни сили тертя $F_X^{тер}(t)$	Графік зміни сили тертя $F_Y^{тер}(t)$
$\mu = 0{,}2$		
$\mu = 1$		
$\mu = 30$		

Рисунок 3.12 − Графіки функцій сил тертя $F_X^{тер}(t)$ та $F_Y^{тер}(t)$ в системі координат, що обертається (випадок $T = -1 \cdot 10^5$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м, ω = 5 рад/с, a = 0,1 м, b = 0,3 м, t = 20 с)

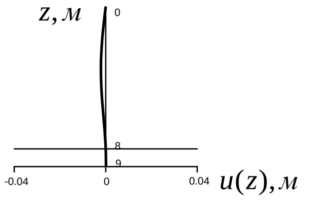
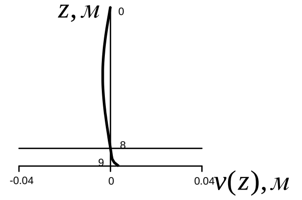
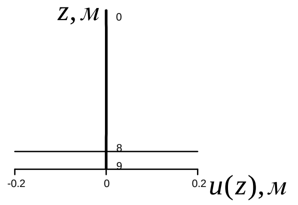
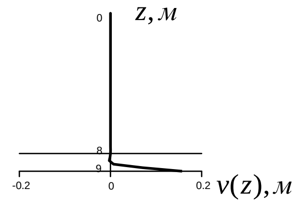
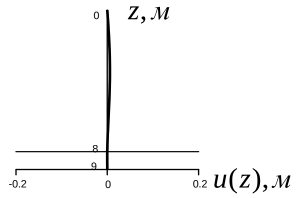
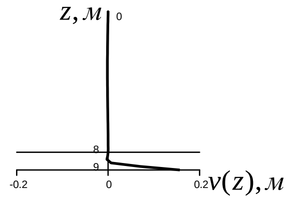
Коефі-цієнт тертя	Графіки функцій прогину $u(z)$	Графіки функцій прогину $v(z)$
$\mu = 0,2$		
$\mu = 1$		
$\mu = 30$		

Рисунок 3.13 − Графіки функцій прогину $u(z)$, $v(z)$ в системі координат, що обертається (випадок $T = -1 \cdot 10^5$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м, $\omega = 5$ рад/с, $a = 0,1$ м, $b = 0,3$ м, $t = 20$ с)

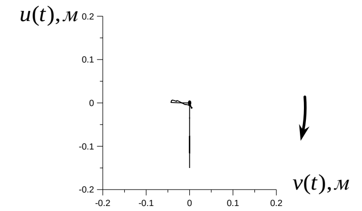
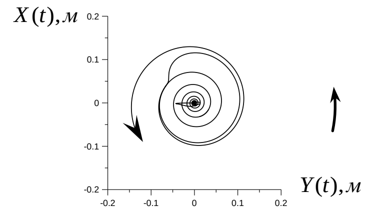
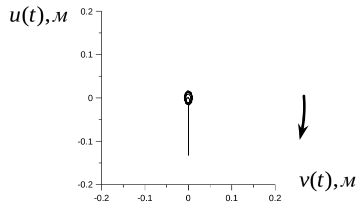
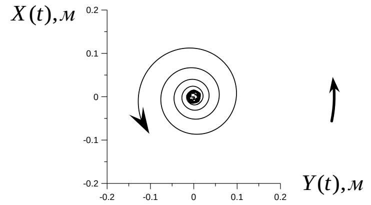
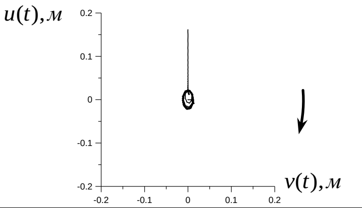
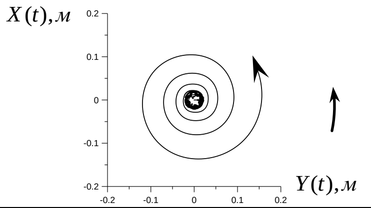
Коефіцієнт тертя	Траєкторії руху точки C долота в системі координат, що обертається	Траєкторії руху точки C долота в нерухомій системі координат
$\mu = 0,2$		
$\mu = 1$		
$\mu = 30$		

Рисунок 3.14 − Траєкторії руху кружляння центра долота C в рухомій (зліва) і нерухомій (справа) системах координат (випадок $T = -1 \cdot 10^5$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м, $\omega = 10$ рад/с, $a = 0,1$ м, $b = 0,5$ м, $t = 20$ с)

негармонічних коливань із високими частотами й амплітудами. При цьому графіки зміни сил тертя $F_X^{тер}(t)$ та $F_Y^{тер}(t)$ мають просту гармонічну форму, яка поступово збільшує частоту коливань. Графіки функцій прогину $u(z)$, $v(z)$ також мають просту форму (рис. 3.13). Цікаво відмітити, що коливання здійснюються в напрямку осі Oy.

Досліджувався також рух долота при кутовій швидкості $\omega = 10$ рад/с та $\omega = 20$ рад/с. Результати виявилися аналогічними до наведених на рис. 3.6-3.13.

Якщо долото зробити ще більш продовгуватим ($b = 0{,}5$ м), то його рух стає менш стійким. На рисунку 3.14 представлений випадок $T = -1\cdot10^5$ Н, $M_z = -1\cdot10^4$ Н·м, $\omega = 10$ рад/с, $a = 0{,}1$ м, $b = 0{,}5$ м, $t = 20$ с. У системі координат, що обертається, траєкторія руху точки C аналогічна до представленої на рис. 3.10. У рухомій системі траєкторією руху долота є спіраль, що розширюється, тому цей рух є нестійким. Такий рух являється оберненим кружлянням, оскільки обертання долота і бурильної колони здійснюється в протилежних напрямках. Результати досліджень при кутових швидкостях $\omega = 5$ рад/с та $\omega = 20$ рад/с схожі до представлених на рис. 3.14.

3.4 Динаміка пружного згинання бурильної колони з долотом у формі сплюсненого еліпсоїда

У процесі буріння нафтових і газових свердловин широко використовують долота, які за формою схожі на сплюснений еліпсоїд (кельтські камені).

Розрахунки системи проводилися на проміжку часу $0 \le \omega \le 20$ с та при наступних значеннях параметрів: $EI = 4{,}07\cdot10^6$ Па·м^4, $\rho = 7{,}8\cdot10^3$ кг/м^3, $\rho_l = 1{,}5\cdot10^3$ кг/м^3 , $F = \pi\ (\ r_1^2 - r_1^2\ ) = 5{,}34\cdot10^{-3}$ м^2, $F_l = \pi\ r_2^2 = 2{,}01\cdot10^{-2}$ м^2, $r_1 = 0{,}09$ м, $r_2 = 0{,}08$ м, $l = 8$ м, $e = 1$ м.

При моделюванні коливань кружляння за допомогою фрикційної моделі використовувалися рівняння (3.1), (3.17) і (3.20). Їхнє інтегрування здійснювалося методом скінченних різниць із застосуванням неявної схеми, представленої в п. 2.1.3. У ході дослідження були розглянуті долота з півосями $a = 0,3$ м, $b = 0,1$ м та $a = 0,5$ м, $b = 0,1$ м.

Траєкторії руху сплюснених доліт дуже чутливі до зміни коефіцієнтів тертя. Тому, якщо поздовжня сила невелика $T = -1 \cdot 10^4$ Н (рис. 3.15) і коефіцієнт $\mu \leq 1$, то в рухомій системі траєкторія руху точки C після деяких безладних коливань переходить у пряму. В нерухомій системі долото описує рух по розбіжній спіралі. При подальшому збільшені коефіцієнта тертя до $\mu = 10$ траєкторія руху в нерухомій системі переходить у коло постійного радіуса, а при $\mu = 30$ в форму, схожу на багатопелюсткову квітку. Проте в рухомій системі траєкторією руху є сплюснений еліпсоїд. Але це не означає, що цей режим є сприятливим, тому що коли долото рухається з малими петлями, то воно зазнає великих прискорень, які генеруються інтенсивними динамічними навантаженнями.

Графіки зміни сил тертя $F_x^{тер}(t)$ та $F_y^{тер}(t)$, які обчислюються за формулами 3.16, для даного режиму представлені на рисунку 3.16. Після певних коливань вони переходять до певного стаціонарного положення при $\mu \leq 10$. Коли збільшити μ, отримуємо негармонічні коливання. Проте в нерухомій системі координат характер зміни сил $F_X^{тер}(t)$ та $F_Y^{тер}(t)$ (рис. 3.17) має просту синусоїдальну форму для всіх значень коефіцієнтів тертя, крім $\mu = 30$, де вони являють собою накладання низько- і високочастотних коливань. Графіки функцій прогину $u(z)$, $v(z)$ мають досить просту форму (рис. 3.18), зокрема, переміщення здійснюється в основному у напрямку осі Ox.

На рисунку 3.19 представлений випадок $T = -1 \cdot 10^5$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м, $\omega = 5$ рад/с, $a = 0,3$ м, $b = 0,1$ м, $t = 20$ с. Якщо коефіцієнт тертя $\mu \leq 1$, траєкторією руху долота на кінцевому етапі в обох системах є коло постійного радіуса, причому в рухомій системі це коло має зміщений центр набагато меншого радіусу ніж у нерухомій системі. При збільшені

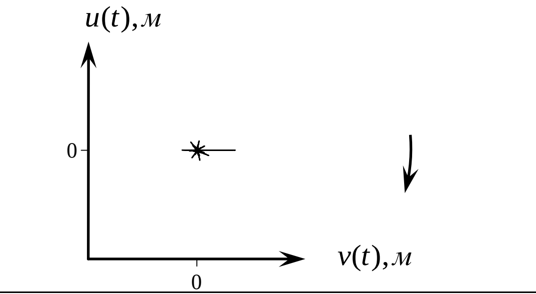
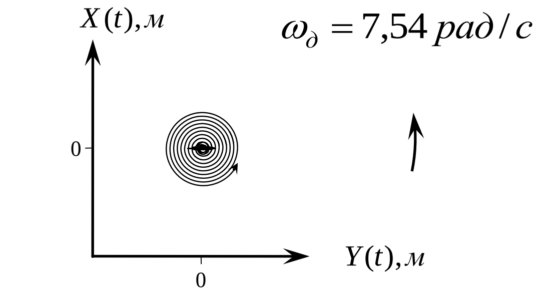
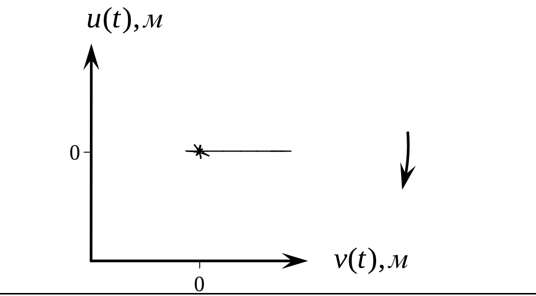
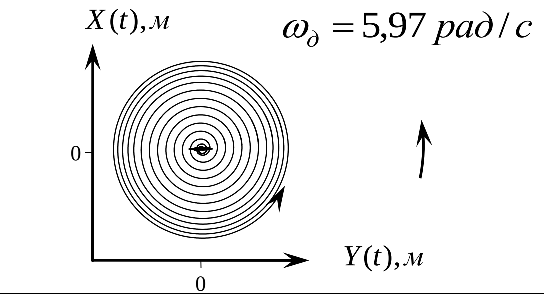
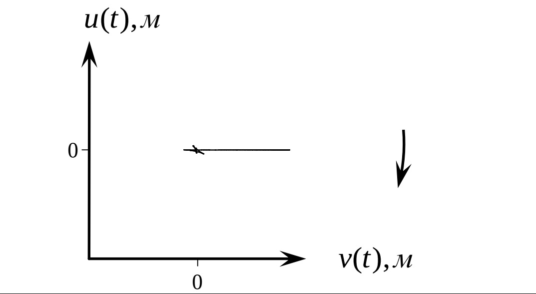
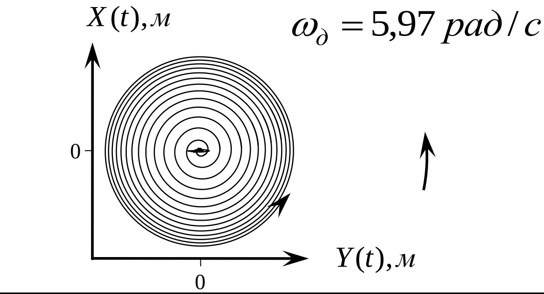
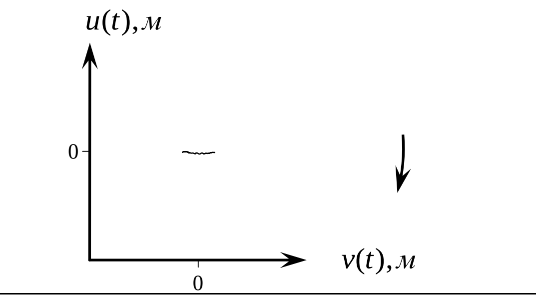
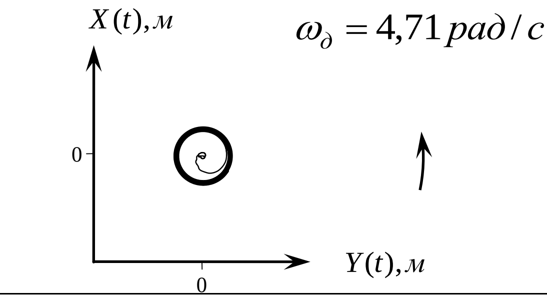
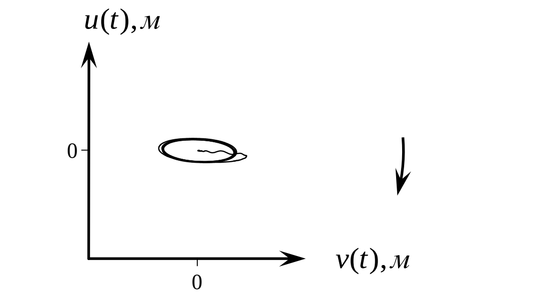
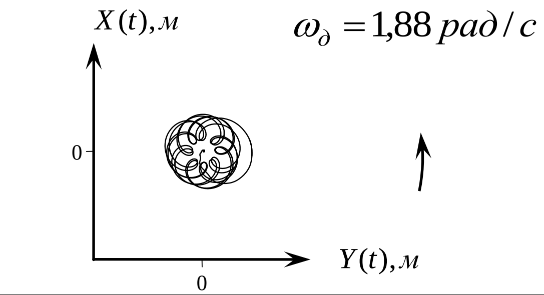
Коефіцієнт тертя	Траєкторії руху точки C долота в системі координат, що обертається	Траєкторії руху точки C долота в нерухомій системі координат
μ = 0,2		
μ = 0,5		
μ = 1		
μ = 10		
μ = 30		

Рисунок 3.15 − Траєкторії руху кружляння центра долота C в рухомій (зліва) і нерухомій (справа) системах координат (випадок $T = -1 \cdot 10^4$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м, ω = 5 рад/с, a = 0,3 м, b = 0,1 м, t = 20 с)

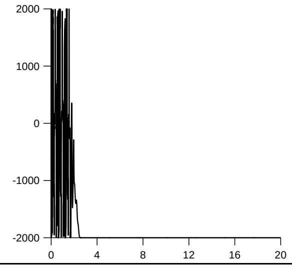
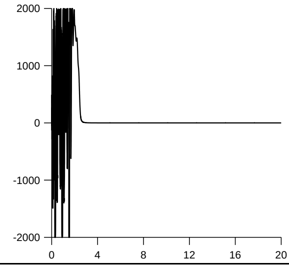
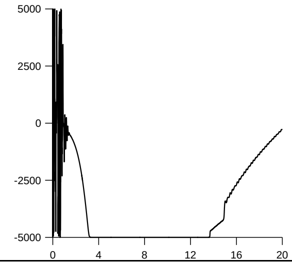
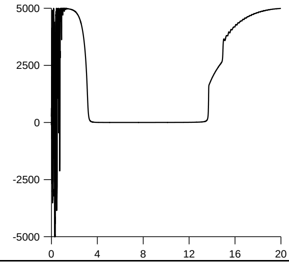
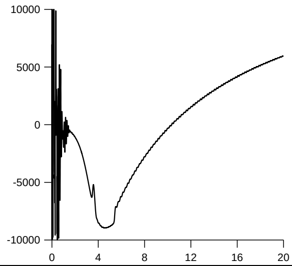
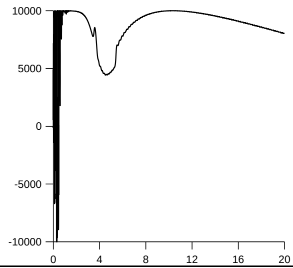
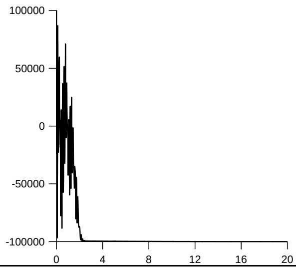
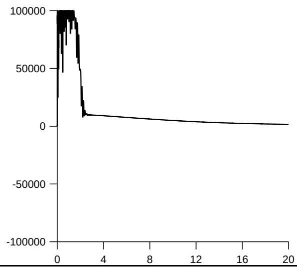
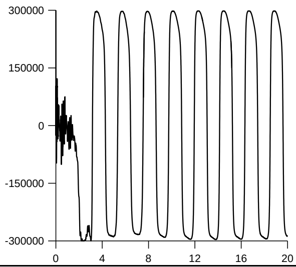
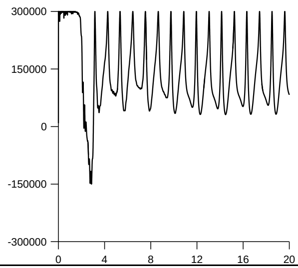
Коефіцієнт тертя	Графік зміни сили тертя $F_x^{тер}(t)$	Графік зміни сили тертя $F_y^{тер}(t)$
$\mu = 0{,}2$	$F_x^{тер}, H$  t, c	$F_y^{тер}, H$  t, c
$\mu = 0{,}5$	$F_x^{тер}, H$  t, c	$F_y^{тер}, H$  t, c
$\mu = 1$	$F_x^{тер}, H$  t, c	$F_y^{тер}, H$  t, c
$\mu = 10$	$F_x^{тер}, H$  t, c	$F_y^{тер}, H$  t, c
$\mu = 30$	$F_x^{тер}, H$  t, c	$F_y^{тер}, H$  t, c

Рисунок 3.16 − Графіки функцій сил тертя $F_x^{тер}(t)$ та $F_y^{тер}(t)$ в системі координат, що обертається (випадок $T = -1 \cdot 10^4$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м, ω = 5 рад/с, a = 0,3 м, b = 0,1 м, t = 20 с)

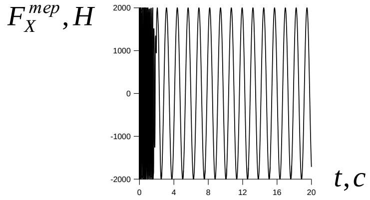
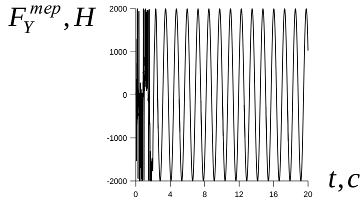
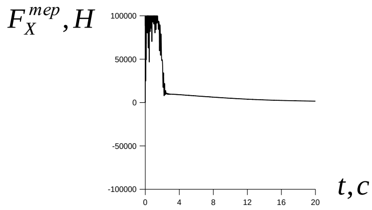
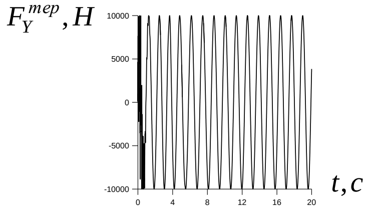
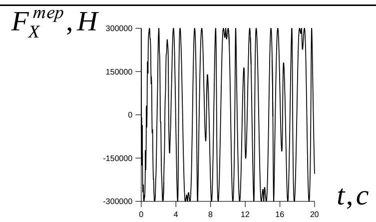
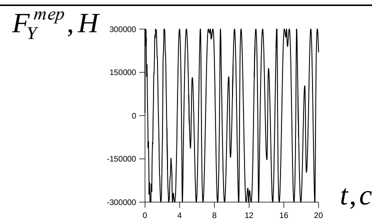
Коефі-цієнт тертя	Графік зміни сили тертя $F_X^{тер}(t)$	Графік зміни сили тертя $F_Y^{тер}(t)$
$\mu = 0{,}2$		
$\mu = 1$		
$\mu = 30$		

Рисунок 3.17 − Графіки функцій сил тертя $F_X^{тер}(t)$ та $F_Y^{тер}(t)$ в системі координат, що обертається (випадок $T = -1 \cdot 10^4$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м, $\omega = 5$ рад/с, $a = 0{,}3$ м, $b = 0{,}1$ м, $t = 20$ с)

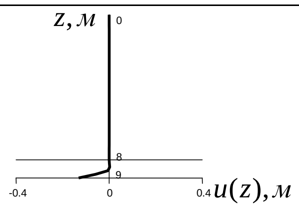
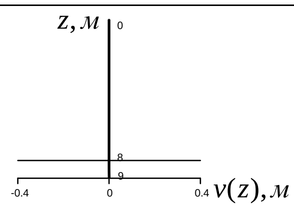
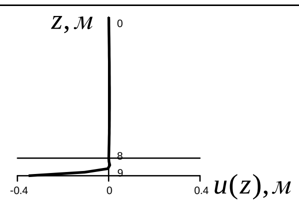
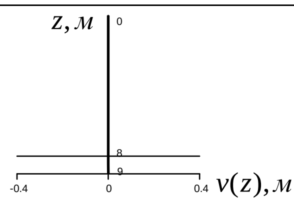
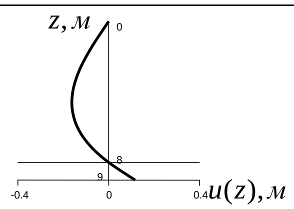
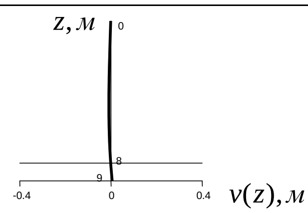
Коефі-цієнт тертя	Графіки функцій прогину $u(z)$	Графіки функцій прогину $v(z)$
$\mu = 0{,}2$		
$\mu = 1$		
$\mu = 30$		

Рисунок 3.18 − Графіки функцій прогину $u(z)$, $v(z)$ в системі координат, що обертається (випадок $T = -1 \cdot 10^4$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м, $\omega = 5$ рад/с, $a = 0{,}3$ м, $b = 0{,}1$ м, $t = 20$ с)

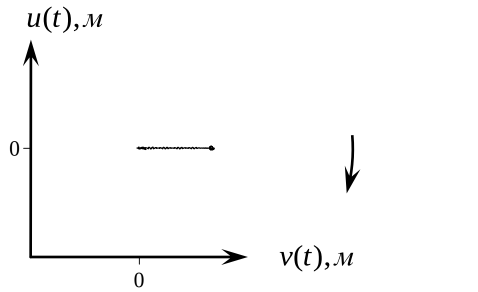
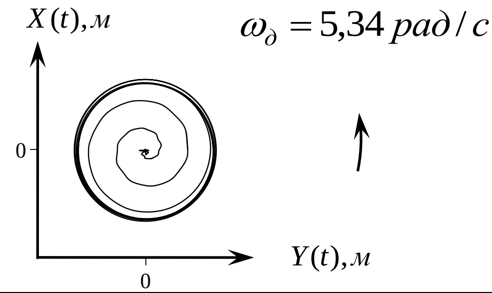
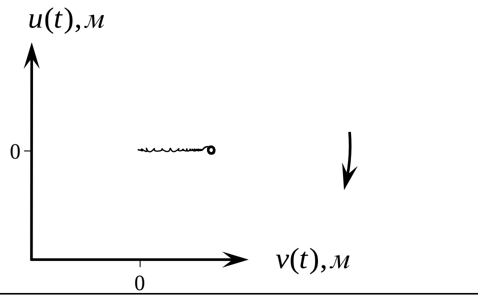
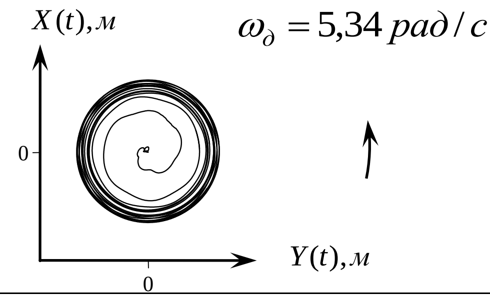
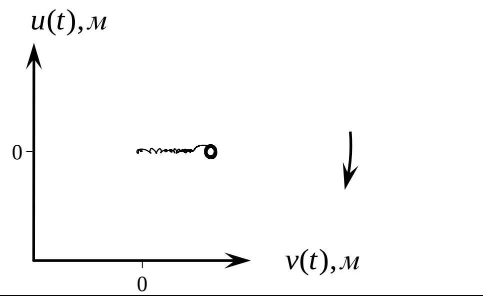
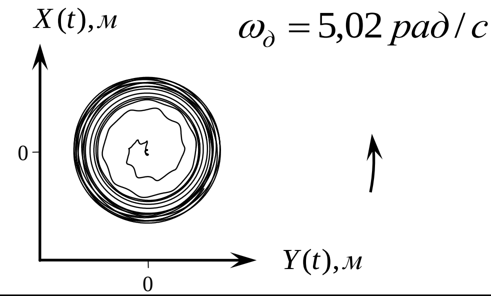
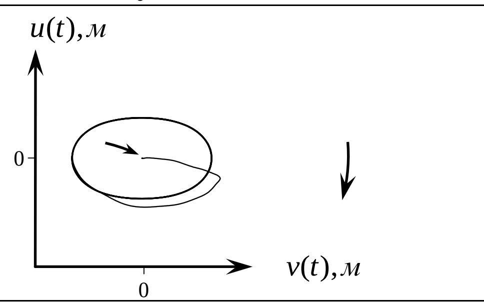
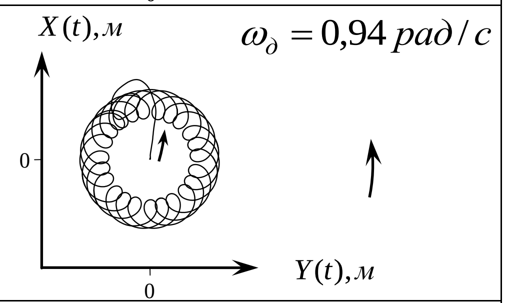
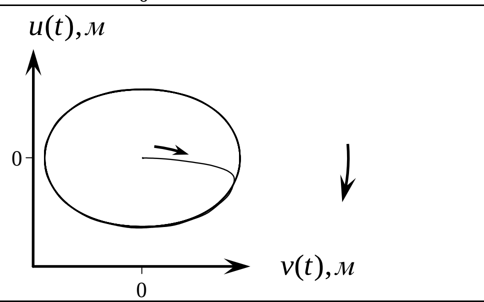
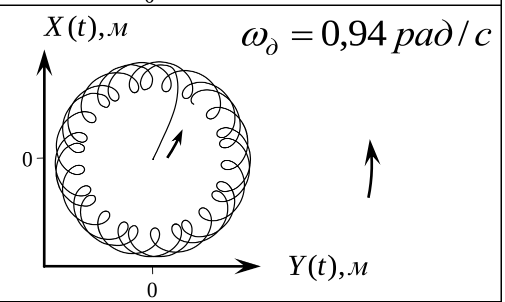
Коефіцієнт тертя	Траєкторії руху точки C долота в системі координат, що обертається	Траєкторії руху точки C долота в нерухомій системі координат
μ = 0,2		
μ = 0,5		
μ = 1		
μ = 10		
μ = 30		

Рисунок 3.19 − Траєкторії руху кружляння центра долота C в рухомій (зліва) і нерухомій (справа) системах координат (випадок $T = -1 \cdot 10^5$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м, $\omega = 5$ рад/с, $a = 0{,}3$ м, $b = 0{,}1$ м, $t = 20$ с)

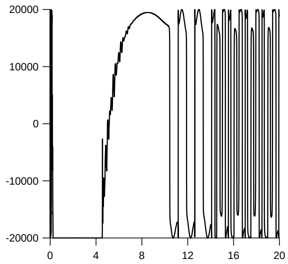
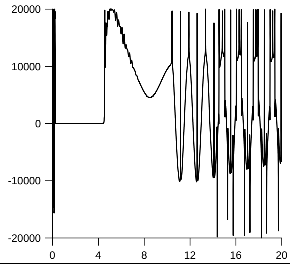
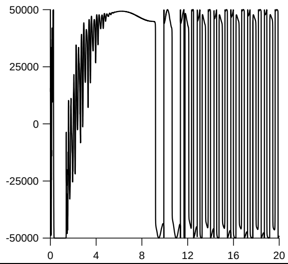
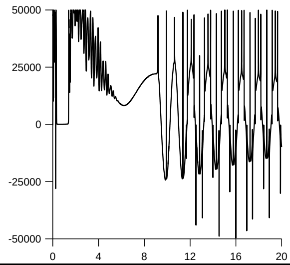
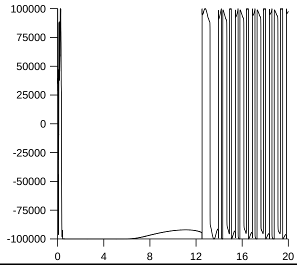
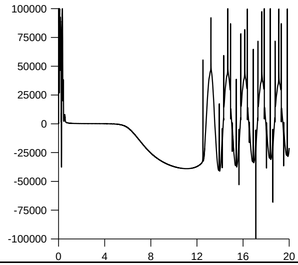
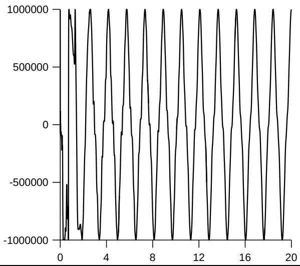
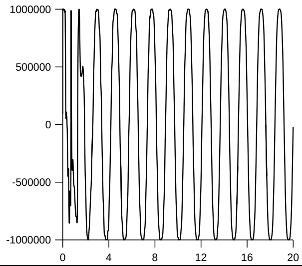
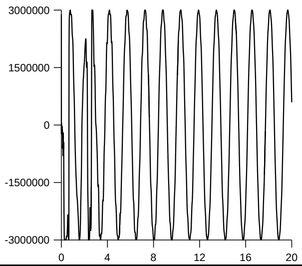
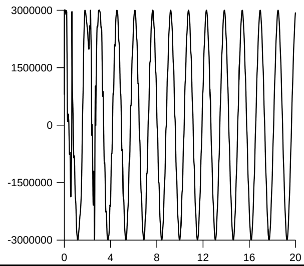
Коефіцієнт тертя	Графік зміни сили тертя $F_x^{тер}(t)$	Графік зміни сили тертя $F_y^{тер}(t)$
$\mu = 0{,}2$	$F_x^{тер}, H$  t, c	$F_y^{тер}, H$  t, c
$\mu = 0{,}5$	$F_x^{тер}, H$  t, c	$F_y^{тер}, H$  t, c
$\mu = 1$	$F_x^{тер}, H$  t, c	$F_y^{тер}, H$  t, c
$\mu = 10$	$F_x^{тер}, H$  t, c	$F_y^{тер}, H$  t, c
$\mu = 30$	$F_x^{тер}, H$  t, c	$F_y^{тер}, H$  t, c

Рисунок 3.20 − Графіки функцій сил тертя $F_x^{тер}(t)$ та $F_y^{тер}(t)$ в системі координат, що обертається (випадок $T = -1 \cdot 10^5$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м, ω = 5 рад/с, a = 0,3 м, b = 0,1 м, t = 20 с)

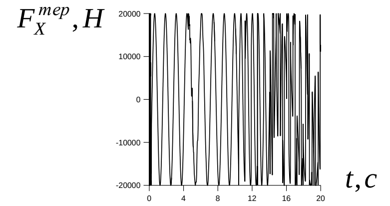
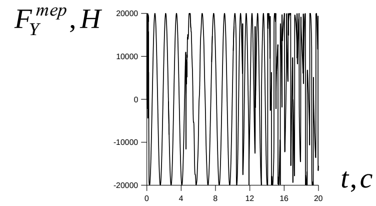
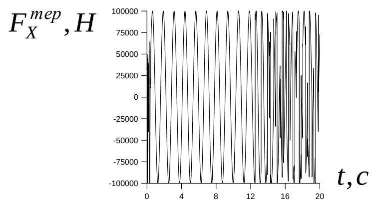
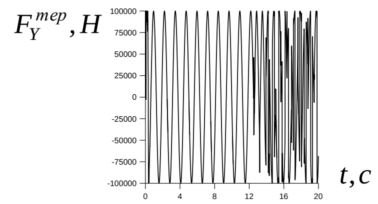
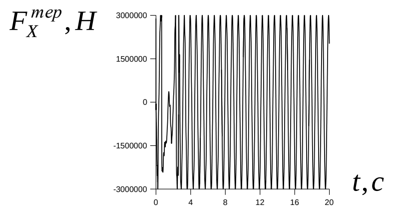
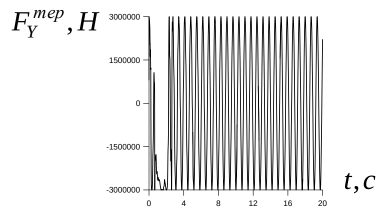
Коефі-ціент тертя	Графік зміни сили тертя $F_X^{тер}(t)$	Графік зміни сили тертя $F_Y^{тер}(t)$
$\mu = 0{,}2$		
$\mu = 1$		
$\mu = 30$		

Рисунок 3.21 − Графіки функцій сил тертя $F_X^{тер}(t)$ та $F_Y^{тер}(t)$ в системі координат, що обертається (випадок $T = -1 \cdot 10^5$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м, $\omega = 5$ рад/с, $a = 0{,}3$ м, $b = 0{,}1$ м, $t = 20$ с)

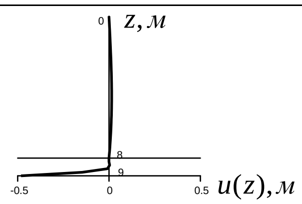
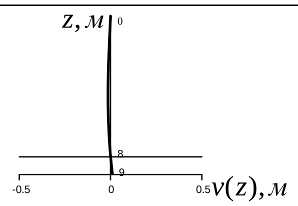
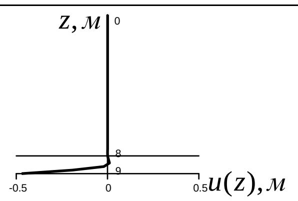
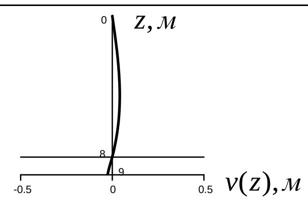
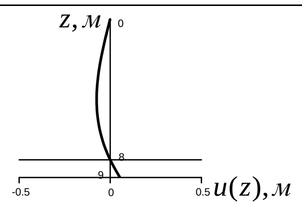
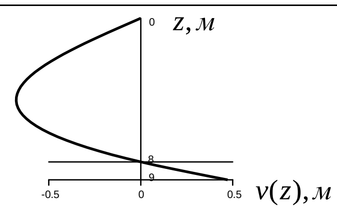
Коефі-ціент тертя	Графіки функцій прогину $u(z)$	Графіки функцій прогину $v(z)$
$\mu = 0{,}2$		
$\mu = 1$		
$\mu = 30$		

Рисунок 3.22 − Графіки функцій прогину $u(z)$, $v(z)$ в системі координат, що обертається (випадок $T = -1 \cdot 10^5$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м, $\omega = 5$ рад/с, $a = 0{,}3$ м, $b = 0{,}1$ м, $t = 20$ с)

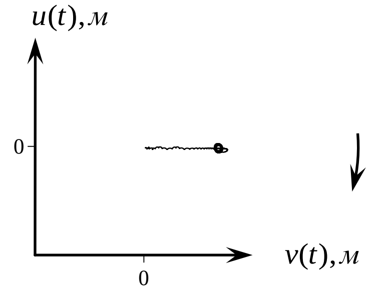
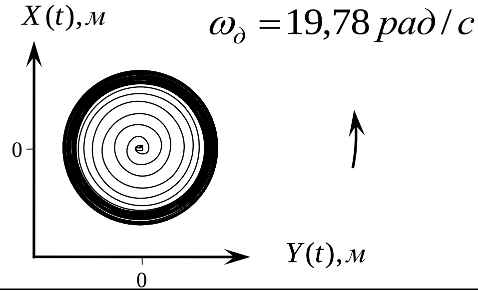
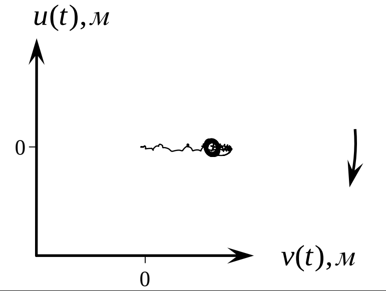
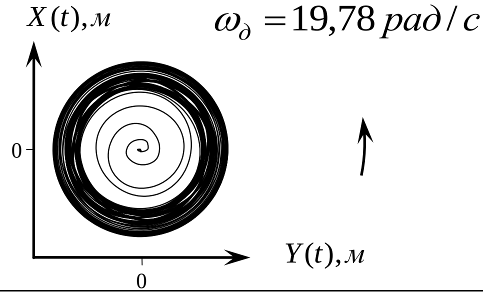
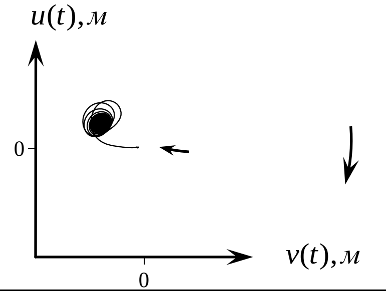
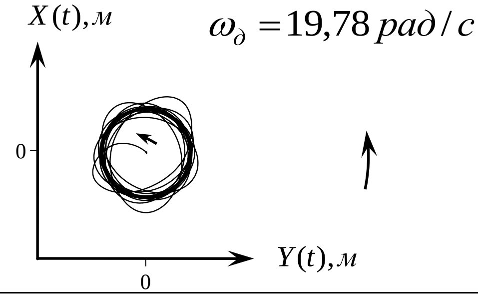
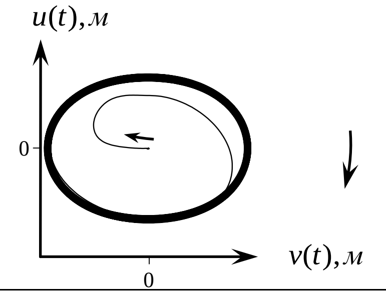
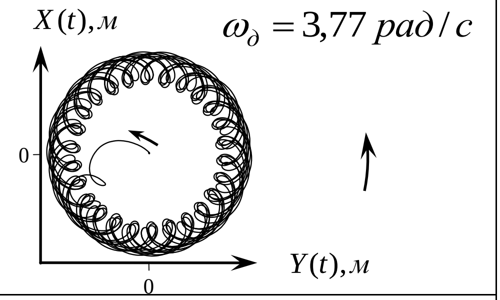
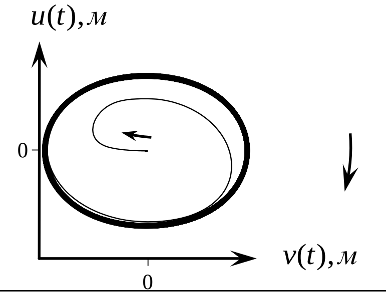
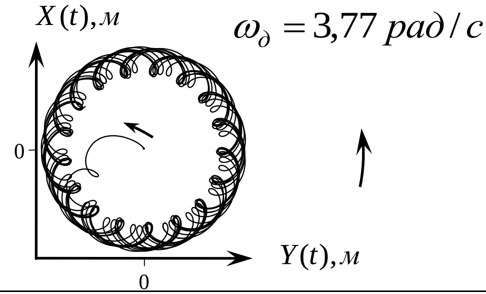
Коефіцієнт тертя	Траєкторії руху точки C долота в системі координат, що обертається	Траєкторії руху точки C долота в нерухомій системі координат
μ = 0,5		
μ = 1		
μ = 10		
μ = 20		
μ = 30		

Рисунок 3.23 − Траєкторії руху кружляння центра долота C в рухомій (зліва) і нерухомій (справа) системах координат (випадок $T = -1 \cdot 10^5$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м, ω = 20 рад/с, a = 0,3 м, b = 0,1 м, t = 20 с)

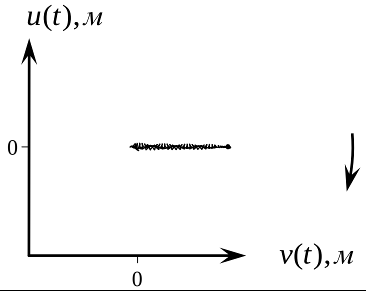
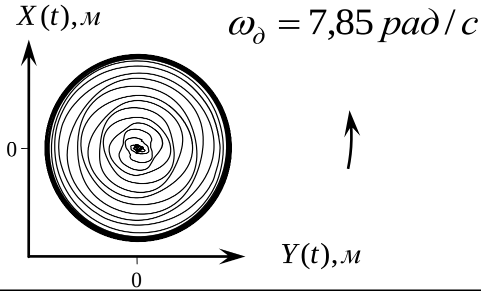
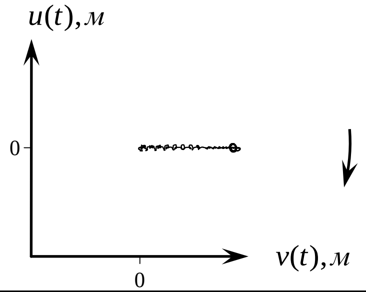
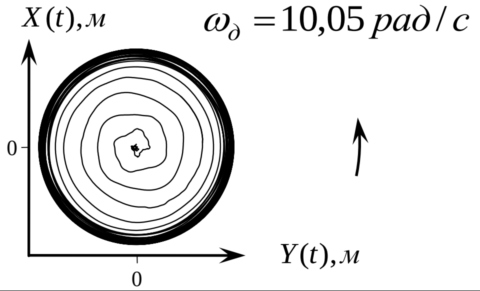
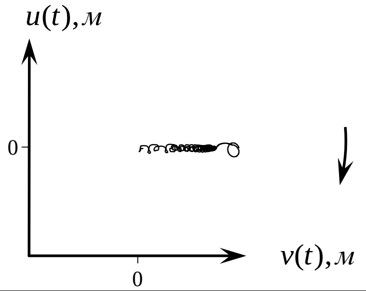
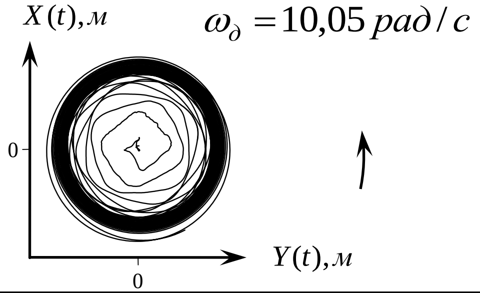
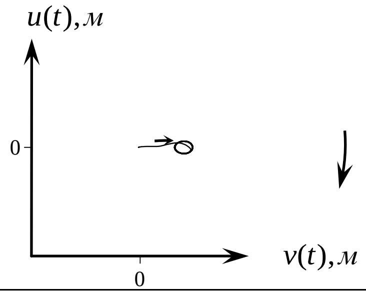
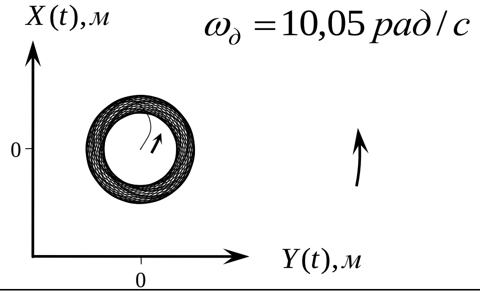
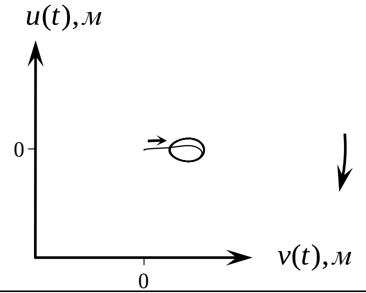
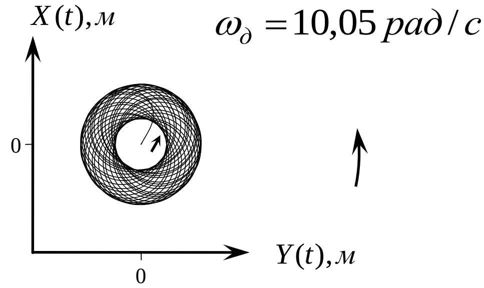
Коефіцієнт тертя	Траєкторії руху точки C долота в системі координат, що обертається	Траєкторії руху точки C долота в нерухомій системі координат
$\mu = 0{,}2$		
$\mu = 0{,}5$		
$\mu = 1$		
$\mu = 10$		
$\mu = 30$		

Рисунок 3.24 − Траєкторії руху кружляння центра долота C в рухомій (зліва) і нерухомій (справа) системах координат (випадок $T = -1\cdot10^5$ Н, $M_z = -1\cdot10^4$ Н·м, ω = 10 рад/с, a = 0,5 м, b = 0,1 м, t = 20 с)

коефіцієнта тертя до $\mu = 10$ і $\mu = 30$ форма руху в системі координат, що обертається, переходить у сплюснений еліпс, а в нерухомій системі – в багатопелюсткову квітку. В нерухомій системі координат долото рухається проти годинникової стрілки, а бурильна колони – за годинниковою стрілкою, тому має місце зворотне кружляння. Тут доцільно проаналізувати середню кутову швидкість ω_∂ долота, яка при збільшенні коефіцієнта тертя μ спадає від значення ω_∂ = 5,34 рад/с до ω_∂ = 0,94 рад/с. Характери зміни графіків функцій сил тертя $F_x^{тер}(t)$ та $F_y^{тер}(t)$ при малих значеннях коефіцієнта μ, три верхніх позиції на рисунка 3.20, після певних коливань, переходять до нерегулярних негармонічних коливань. Однак при $\mu = 10$ і $\mu = 30$ вони мають форму простих гармонічних коливань (дві нижні позиції). Графіки сил тертя в рухомій системі (рис. 3.21) та графіки прогинів (рис. 3.22) мають просту форму. Подальше збільшення кутової швидкісті від $\omega = 5$ рад/с до $\omega = 20$ рад/с (рис. 3.23) не викликає суттєвих змін у траєкторії руху долота.

Якщо піввісь b збільшити до 0,5, то долото стане більш сплюсненим. Цей випадок представлений на рисунку 3.24. Траєкторії руху точки C долота в трьох верхніх позиціях схожі на випадок, розглянутий на рис. 3.19. При $\mu = 10$ і $\mu = 30$ в двох нижніх позиціях траєкторією руху долота в рухомій системі є сплюснений еліпс, а в нерухомій системі долото здійснює рух по великих петлях. Тут має місце зворотне кружляння, оскільки долото і бурильна колона обертаються у протилежних напрямках. При збільшенні коефіцієнта μ середня кутова швидкість ω_∂ долота зростає від ω_∂ = 7,85 рад/с до ω_∂ = 10,05 рад/с (рис. 3.24).

3.5 Висновки до розділу 3

У даному розділі поставлена задача про кочення з проковзуванням продовгуватих і сплюснутих доліт еліпсоїдальної форми по плоскій горизонтальній поверхні дна свердловини. Виведені розв’язувальні рівняння динаміки розглянутої системи. Розроблена обчислювальна система для їхнього комп’ютерного інтегрування при різних значеннях коефіцієнтів тертя, а також геометричних і жорсткісних параметрах системи. Проведені дослідження дозволяють зробити висновки:

1. Збільшення сил фрикційної взаємодії й осьових стискуючих сил, які діють на долото, приводить до більш упорядкованих і складних форм траєкторій руху долота.

2. Показано, що збільшення жорсткісних характеристик системи дозволяє подавляти фрикційні збурення і стабілізувати рух системи.

3. Досліджено залежність коливань кружляння долота від його форми. Показано, що коливання кружляння еліпсоїдальних доліт сплюснутої форми реалізуються за більш складними і непередбачуваними траєкторіями.

РОЗДІЛ 4
АНАЛІЗ ПРУЖНИХ КОЛИВАНЬ БУРИЛЬНОЇ КОЛОНИ ПРИ НЕГОЛОНОМНОМУ КОЧЕННІ ЕЛІСОЇДНОГО ДОЛОТА ПО ПОВЕРХНІ ДНА СВЕРДЛОВИНИ

Як відзначено вище, можливі два режими взаємодії долота з дном свердловини, які описуються різними математичними моделями. Якщо сила притискання долота до дна свердловини не велика і зчеплення між ними порушене, тоді природно вважати, що взаємодія між ними є фрикційною. Аналіз динаміки еліпсоїдних доліт для цього випадку описаний у розділі 3.

Однак динамічна ситуація суттєво змінюється зі збільшенням осьової сили в колоні, яка притискає долото до дна і, крім того, сприяє біфукаційному випинанню колони. Тоді згинальна жорсткість колони зменшується, і вона випинається, а алмазні вкраплення на поверхні долота проникають у породу. При цьому осьова лінія долота нахиляється, і вона починає процесувати. У даному випадку необхідно зробити акцент на те, що долото знаходиться під дією вертикальної сили та її горизонтальної складової, причому вертикальна компонента набагато перевищує горизонтальну. Вона притискає долото до дна свердловини (а не до її стінки), і долото втрачає свою здатність ковзати по дну свердловини та починає котитися по її поверхні, відстаючи від обертання колони або випереджаючи його. В результаті точка контакту долота з дном свердловини (миттєвий центр швидкостей) може описувати надзвичайно складну траєкторію з петлями і точками повернення.

4.1Математична модель пружних коливань бурильної колони при неголомному коченні еліпсоїдного долота

У розділі 2 була розглянута неголономна задача про коливання кружляння сферичного долота, що контактує зі сферичною поверхнею дна свердловини. Показано, що ці коливання можуть бути пов'язані з трьома типами рухів долота, які супроводжуються прямим і зворотнім коченням, а також чистим вертінням. Зроблено висновок про доцільність аналізу динаміки доліт складнішої форми, зокрема, найбільш поширених на практиці доліт із поверхнями еліпсоїдів обертання (витягнутих і сплюснених).

У нашій роботі [124] задача про кочення сферичного тіла по сферичній поверхні використана для аналізу коливань кружляння сферичних доліт. Як показали наші подальші дослідження, спроби узагальнити цю задачу на випадок кочення еліпсоїдального долота по криволінійній поверхні приводять до великих труднощів. Тому нижче ставиться задача про коливання кружляння долота, яке має форму еліпсоїда обертання, по плоскій шорсткій поверхні.

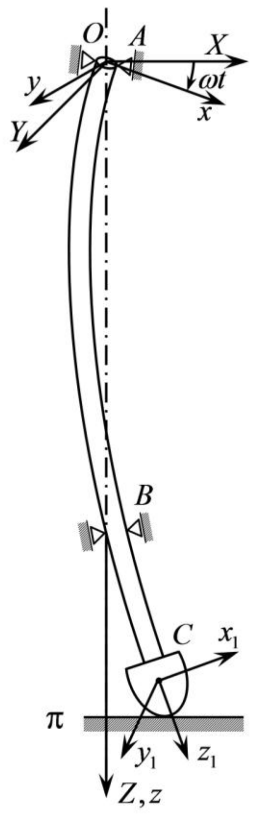


Рисунок 4.1. Схема бурових секцій, виділених для аналізу

Щоб вивчити явище кочення без ковзання долота по поверхні дна свердловини, необхідно поставити задачу про пружні згинальні вібрації бурильної колони, беручи до уваги обмеження, які накладаються граничними умовами рівнянь динаміки БК.

Як і вище, приймемо, що вона обертається з постійною швидкістю ω. У своїй верхній частині бурильна колона розтягнута силами ваги, на нижній ділянці вона стиснута силою контактної взаємодії між колоною і свердловиною. Для збільшення жорсткості БК зазвичай встановлюють центрувальні пристрої, які розташовані в нижній частині колони та служать як додаткові опори. Оскільки

найбільш інтенсивні згинальні вібрації бурильної колони переважають у секціях, прилеглих до долота, вплив на динаміку верхніх секцій бурильної колони не враховується та розглядаються дві її
нижні секції (сегменти *AB* і *BC* на рис. 4.1), виділені для моделювання.

Для аналізу згинальної динаміки бурильної колони введемо інерціальну систему координат *OXYZ* з її початком на кінці *A* і віссю *OZ*, яка співпадає з віссю колони. Будемо використовувати також систему *Oxyz*, яка обертається разом із трубою БК. Нехай **i**, **j**, **k** складають орти цієї системи.

Прийнято, що згинально-напружений стан бурильної колони визначається переміщеннями $u(z)$, $v(z)$ в площинах *xOz*, *yOz* системи *Oxyz*. При виведені диференціальних рівнянь БК візьмемо до уваги, що вона попередньопружена внутрішньою осьовою силою T і крутним моментом M_z. Нехай колона обертається з кутовою швидкістю $\boldsymbol{\omega}$ і всередині неї рухається промивна рідина зі швидкістю V. Як показано в пункті 2.1.1 розділу 2 дисертації, розв'язувальні рівняння коливань бурильної колони мають форму:

$$EI\frac{\partial^4 u}{\partial z^4}-T\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}-M_z\frac{\partial^3 v}{\partial z^3}-\gamma_t\omega^2 u-2\gamma_t\omega\frac{\partial v}{\partial t}+V^2\gamma_l\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}+2V\gamma_l\frac{\partial^2 u}{\partial z\partial t}+\gamma_t\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=0,$$

$$EI\frac{\partial^4 v}{\partial z^4}-T\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}+M_z\frac{\partial^3 u}{\partial z^3}-\gamma_t\omega^2 v+2\gamma_t\omega\frac{\partial u}{\partial t}+V^2\gamma_l\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}+2V\gamma_l\frac{\partial^2 v}{\partial z\partial t}+\gamma_t\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}=0. \tag{4.1}$$

Як і вище, тут EI – згинальна жорсткість бурильної колони;

γ_l, γ_t – лінійні густини промивної рідини і труби БК;

V – швидкість руху промивної рідини;

t – час.

Використовуються також рівності:

$$\gamma_l = \rho_l f_l, \qquad \gamma_t = \rho_l f_l + \rho f, \tag{4.2}$$

де ρ_l, ρ – відповідні густини промивної рідини і матеріалу труби БК;

f_l, f – площі поперечних перерізів внутрішнього каналу труби бурильної колони і стінки, відповідно.

У рівняннях (4.1) важливу роль відіграють доданки з множниками T і M_z, оскільки вони впливають на Ейлерову стійкість секцій БК і таким чином визначають її жорсткість. Перші доданки призводять до випинання БК, в той час як другі є основною причиною генерування мод спіральної форми. Роль доданків, які містять множники ω^2 і ω, є незначною, позаяк вона проявляється тільки на великих прольотах. Ще менш важливими є доданки, які мають V^2 і V, тому вони виключені з розгляду.

Для аналізу коливань кружляння системи в неї вводиться деяке початкове збурення і вивчається реакція системи на ці збурення. Ця частина аналізу використовується на базі постановки задачі Коші.

Характерні особливості розглянутої задачі полягають у формуванні її граничних умов. У точках A і B вони легко формулюються. У точці A, яка розташована між умовно відкинутою верхньою частиною й одним із центраторів, рівняння мають вигляд:

$$u = v = 0, \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = 0. \tag{4.3}$$

У точці B, рівняння записуються у вигляді:

$$\begin{gathered} u = v = 0, \quad \left.\frac{\partial u}{\partial z}\right|_{z_B-0} = \left.\frac{\partial u}{\partial z}\right|_{z_B+0}, \quad \left.\frac{\partial v}{\partial z}\right|_{z_B-0} = \left.\frac{\partial v}{\partial z}\right|_{z_B+0}, \\ \left.\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right|_{z_B-0} = \left.\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right|_{z_B+0}, \quad \left.\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right|_{z_B-0} = \left.\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right|_{z_B+0}. \end{gathered} \tag{4.4}$$

Вони випливають з умови неперервності пружних переміщень u і v.

При цьому граничні рівняння в точці C виявляються значно набагатоскладнішими, тому вони повинні бути розглянуті особливо.

Задача створення моделі розглянутих явищ сполучена зі значними теоретичними й технічними труднощами, оскільки декілька різних вібраційних явищ протікають у системі одночасно, ускладнюють виділення оцінки і пояснення будь-яких із них. Значною мірою також виявляються зв'язаними і взаємодійними осьові, торсіонні та згинальні коливання. Тому одночасно долото може відскакувати від дна свердловини, обертатися з ефектами залипання та прихоплення, а також брати участь одночасно в прямих і зворотних коливаннях кружляння. Тому ці явища залежать від багатьох конструктивних, механічних і технічних параметрів. У зв'язку з цим у даному розділі ставиться ціль досягти розуміння в залежності між коливаннями кружляння, контактним зчепленням долота з дном свердловини, геометрією долота і пружною згинальною піддатливістю бурильної колони. У зв'язку з цим для реальних конфігурацій БК результати моделювання можуть бути інтерпретовані тільки в якісному сенсі.

У даному розділі, як і вище, розглядається початкова стадія коливань кружляння. Тому використовуються наступні передумови:

1. Розглядається коливання кружляння доліт у формі тіл обертання. Вони моделюються як жорсткі витягнуті або сплюснені еліпсоїди обертання.

2. Долото зв'язане з нижньою частиною пружної бурильної колони.

3. Розглядається початкова стадія процесу кружляння, коли точка контакту долота з породою відійшла від осі системи і рухається навколо неї, однак долото не досягає стінки свердловини. Вертикальна осьова сила в БК притискає долото до дна свердловини, тому долото перебуває в постійному контакті з її поверхнею.

4. Кутова швидкість ω обертання долота вважається постійною.

5. Контактна взаємодія долота з породою на дні свердловини описується законом тертя Кулона [48], [159]. У відповідності з ним сила тертя $F^{тер}$ визначається рівністю:

$$F^{\text{тер}} \le \mu N, \tag{4.5}$$

де μ − коефіцієнт тертя;

N − сила нормального тиску долота на свердловину.

Графічно цей закон представлений на рисунку 4.2, де $v^{ков}$ − швидкість ковзання, контактуючих тіл, $F^{гран} = \mu N$ − гранична сила тертя.

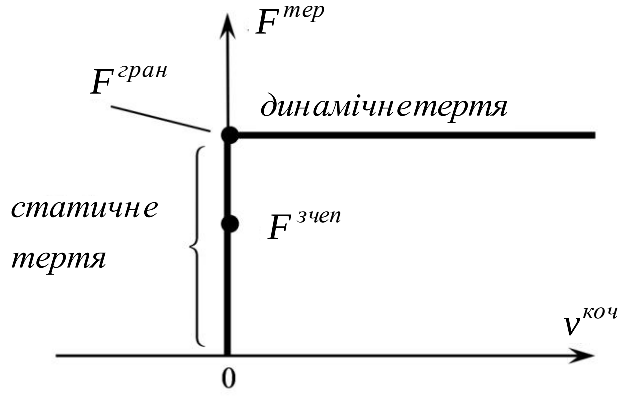


Рисунок 4.2 − Схема зміни сили тертя $F^{тер}$

Якщо сила зчеплення, яка діє на долото в тангенціальному напрямі, менша від граничної сили тертя $F^{гран}$, то ковзання долота неможливе, і воно перекочується по поверхні дна свердловини. В цьому випадку фрикційна сила менша, ніж μN, вона невідома і може бути визначена тільки з рівнянь динаміки. Значення цієї сили відмічено на вертикальному сегменті рис. 4.2. Вона називається силою статичного тертя або силою зчеплення. У нашій задачі цей режим руху відповідає неголономній моделі кочення долота.

Коли сили зчеплення перевищують граничну силу тертя $F^{гран}$, мають місце рух із прискоренням контактуючих тіл і сила тертя $F^{тер} = \mu N$. Цей режим представлений горизонтальною ділянкою на рис. 4.2 і називається динамічним тертям. Для його опису необхідно використовувати фрикційну модель кочення. Можна зробити висновок, що перший режим руху є типовим для доліт із гострими різцями, в той час як другий режим властивий зношеним долотам.

У запропонованій моделі враховується механізм чистого кочення долота і вивчається рух миттєвого центра швидкостей навколо осі бурильної колони. Згадана модель дає можливість моделювати переходи від прямих кружлянь до обернених і пояснювати суттєві збільшення швидкості кружляння порівняно зі швидкістю обертання бурильної колони.

Після прийняття цих вихідних припущень стає можливим формулювати рівняння руху тіла під дією сили пружності та моментів, викликаних на кінці БК контактною взаємодією між тілом долота і дном свердловини.

Нехай до нижнього кінця БК приєднане долото у формі еліпсоїда обертання (рис. 4.1). Вважаємо, що центр C долота збігається з нижнім кінцем БК. Для опису кочення долота по площині π, жорстко зв'яжемо з ним систему координат $Cx_1y_1z_1$, осі якої в недеформованому стані системи паралельні до відповідних осей системи $Oxyz$ (рис. 4.3). Вважаємо, що при пружному згинанні БК кут θ повороту системи $Cx_1y_1z_1$ відносно системи $Oxyz$ малий (рис. 4.4), тому можна ввести вектор кута повороту:

$$\boldsymbol{\theta} = -v'\mathbf{i} + u'\mathbf{j} = \theta_x\mathbf{i} + \theta_y\mathbf{j}. \qquad (4.6)$$

У деформованому стані вісь Cz_1 повернеться на кут θ в площині σ, що проходить через вершину долота D, його центр C і точку G дотику долота з площиною π.

Для визначення координат точки G в системі $Oxyz$ введемо праву систему координат $Cx_2y_2z_2$, вісь Cz_2 якої збігається з віссю Cz_1, а вісь Cx_2 лежить у площині σ (рис. 4.4).

Тоді за формулою:

$$\theta = \pm\sqrt{(u')^2 + (v')^2}$$

можна знайти кут θ і потім підрахувати кут α між площинами σ і xOz:

$$\alpha = -\,arctg(\theta_x / \theta_y).$$

За допомогою введених кутів визначимо вектор $\boldsymbol{\rho}$, що з'єднує точки C і G (рис. 4.4):

$$\boldsymbol{\rho} = \frac{(b^2 - a^2)\sin\theta_y \cos\theta_y}{\sqrt{a^2\sin^2\theta_y + b^2\cos^2\theta_y}}\mathbf{i} - \frac{(b^2 - a^2)\sin\theta_x \cos\theta_x}{\sqrt{a^2\sin^2\theta_x + b^2\cos^2\theta_x}}\mathbf{j} +$$

$$+\sqrt{a^2\sin^2\theta + b^2\cos^2\theta}\,\mathbf{k}. \qquad (4.7)$$

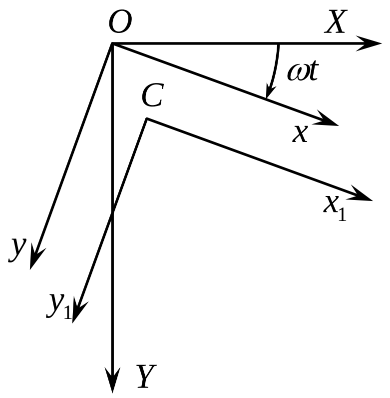


Рисунок 4.3 − Вид згори на систему координат

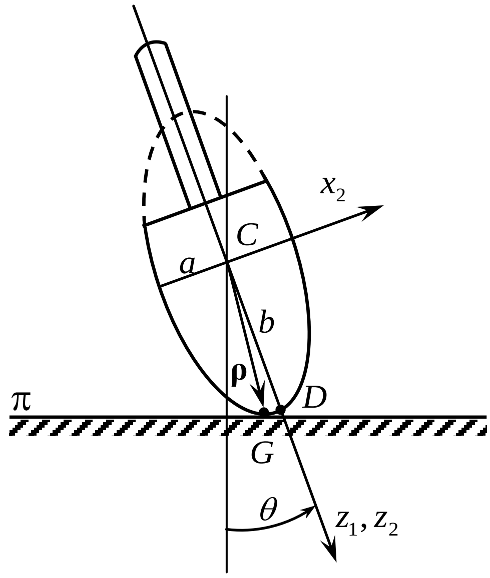


Рисунок 4.4 − Положення точки дотику G в площині π еліпсоїда

Абсолютна швидкість точки G долота в момент дотикання з площиною π дорівнює нулю, тому:

$$\mathbf{v}_G^{abs} = \mathbf{v}_C^{abs} + \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\rho} = 0, \qquad (4.8)$$

де $\mathbf{v}_C^{abs}$ − абсолютна швидкість точки C долота;

$\boldsymbol{\Omega}$ − вектор кутової швидкості системи осей $Cx_1y_1z_1$, жорстко зв'язаної з тілом долота .

Вважаючи, що долото переміщується в результаті обертання БК, пружних переміщень і поворотів її нижнього кінця, маємо:

$$\mathbf{v}_C^{abs} = (\dot{u}\mathbf{i} + \dot{v}\mathbf{j}) + \boldsymbol{\omega} \times (u\mathbf{i} + v\mathbf{j}) = (\dot{u} - \omega v)\mathbf{i} + (\dot{v} + \omega u)\mathbf{j},$$

$$\boldsymbol{\Omega} = -\dot{v}'\mathbf{i} + \dot{u}'\mathbf{j} + \omega\mathbf{k}, \tag{4.9}$$

$$\boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{\rho} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ -\dot{v}' & \dot{u}' & \omega \\ \rho_x & \rho_y & \rho_z \end{vmatrix} = (\dot{u}'\rho_z - \omega\rho_y)\mathbf{i} + (\dot{v}'\rho_z + \omega\rho_x)\mathbf{j} + (-\dot{v}'\rho_y - \dot{u}'\rho_x)\mathbf{k}.$$

Підставляючи ці співвідношення в рівність (4.8) і проектуючи на осі *Ox*, *Oy*, отримаємо кінематичні (неголономні) крайові умови в точці *C* для згинальної бурильної колони:

$$\begin{aligned} &\dot{u} - \omega\, v + \dot{u}'\rho_z - \omega\rho_y = 0, \\ &\dot{v} + \omega\, u + \dot{v}'\rho_z + \omega\rho_x = 0. \end{aligned} \tag{4.10}$$

Після підстановки виразів для ρ_x, ρ_y, ρ_x, отримаємо:

$$\begin{aligned} &\dot{u} - \omega\, v + \dot{u}'\sqrt{a^2\sin^2\theta + b^2\cos^2\theta} + \omega\frac{(b^2 - a^2)\sin\theta_x\cos\theta_x}{\sqrt{a^2\sin^2\theta_x + b^2\cos^2\theta_x}} = 0, \\ &\dot{v} + \omega\, u + \dot{v}'\sqrt{a^2\sin^2\theta + b^2\cos^2\theta} + \omega\frac{(b^2 - a^2)\sin\theta_y\cos\theta_y}{\sqrt{a^2\sin^2\theta_y + b^2\cos^2\theta_y}} = 0. \end{aligned} \tag{4.11}$$

Описані рівняння є неголономними, як оскільки вони виражаються через похідні невідомих змінних за часом t.

У загальному випадку граничні рівняння можуть бути отримані з теореми про зміну моменту кількості руху долота. Ці рівняння формулюються наступним чином:

$$\frac{\tilde{d}\mathbf{K}_G}{dt} + \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{K}_G = \mathbf{M}_G^{el}, \tag{4.12}$$

де $\mathbf{K}_G$ – вектор моменту кількостей руху відносно точки *G*;

$\mathbf{M}_G^{el}$ – момент пружних сил відносно до тієї ж точки.

Однак, як показано в [100], маса і момент інерції долота малі порівняно з інерційними характеристиками бурильної колони, і з цієї причини ними можна знехтувати. Тоді рівняння (4.12) спрощується:

$$\mathbf{M}_G^{el} = 0. \tag{4.13}$$

Момент $\mathbf{M}_G^{el}$, складається з моменту $\mathbf{M}_G^{M}$ пружних моментів і моменту $\mathbf{M}_G^{F}$ пружних сил.

Представимо їх у формах:

$$\mathbf{M}_G^{M} = M_x\mathbf{i} + M_y\mathbf{j} + M_z\mathbf{k}, \tag{4.14}$$

$$\mathbf{M}_G^{F} = (-\boldsymbol{\rho})\times\mathbf{F} = -\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \rho_x & \rho_y & \rho_z \\ Q_x & Q_y & -T \end{vmatrix} = -\left(-T\rho_y - Q_y\rho_z\right)\mathbf{i} +$$

$$+\left(-T\rho_x - Q_x\rho_z\right)\mathbf{j} - \left(Q_y\rho_x - Q_x\rho_y\right)\mathbf{k}.$$

Пружні згинальні моменти M_x, M_y і поперечні сили Q_x, Q_y, обчислюються за формулами:

$$\begin{aligned} M_x &= EI\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}, \qquad M_y = EI\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}, \\ Q_x &= EI\frac{\partial^3 u}{\partial z^3}, \qquad Q_y = EI\frac{\partial^3 v}{\partial z^3}. \end{aligned} \tag{4.15}$$

Після відповідних перетворень векторне рівняння (4.13) запишеться у формі двох скалярних рівнянь:

$$EI\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}+EI\frac{\partial^3 v}{\partial z^3}\rho_z+T\rho_y=0,$$
$$-EI\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}-EI\frac{\partial^3 u}{\partial z^3}\rho_z-T\rho_x=0. \quad (4.16)$$

Беручи до уваги рівняння (4.7), перетворимо рівняння (4.16) до вигляду:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}+\frac{\partial^3 u}{\partial z^3}\sqrt{a^2\sin^2\theta+b^2\cos^2\theta}+\frac{T}{EI}\frac{(b^2-a^2)\sin\theta_y\cos\theta_y}{\sqrt{a^2\sin^2\theta_y+b^2\cos^2\theta_y}}=0,$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}+\frac{\partial^3 v}{\partial z^3}\sqrt{a^2\sin^2\theta+b^2\cos^2\theta}+\frac{T}{EI}\frac{(b^2-a^2)\sin\theta_x\cos\theta_y}{\sqrt{a^2\sin^2\theta_x+b^2\cos^2\theta_x}}=0. \quad (4.17)$$

Підкреслимо, що невідома сила зчеплення між долотом і дном свердловини не входить в ці співвідношення. Цей ефект став можливим завдяки застосуванню у даній проблемі елементів неголономної механіки і вибору миттєвого центра швидкостей (точка *G*) в якості полярної точки.

Граничні умови (4.7), (4.17) являють собою кінематичні та квазістатичні обмеження, що накладаються на рух долота.

Доповнюючи диференціальні формули (4.1) граничними умовами (4.3), (4.4), (4.13) і (4.17), одержимо крайову триточкову задачу для коливання кружляння долота. Її розв’язання може бути отримане тільки чисельними методами.

4.2Динаміка бурильної колони при неголономному коченні долота в формі сплюсненого еліпсоїда

Інтегрування системи (4.1) з крайовими умовами (4.7) та (4.17) здійснюється методом скінченних різниць із застосуванням неявної схеми інтегрування за часом t, представленої в п. 2.13. Для забезпечення допустимої точності розрахунків крок інтегрування був вибраний рівним $\Delta t = 1\cdot10^{-4}$ с.

За розробленою методикою виконано числове дослідження коливань кружляння долота при наступних значеннях параметрів, використаних в (4.1), (4.7) та (4.17): $E = 2{,}1\cdot10^{11}$ Па, $\rho = 7{,}8\cdot10^{3}$ кг/м^3, $\rho_l = 1{,}5\cdot10^{3}$ кг/м^3, $l = 8$ м, $e = 1$ м, $F = \pi\left(r_1^{\,2} - r_2^{\,2}\right) = 5{,}34\cdot10^{-3}$ м^2, $F_l = \pi r_2^{\,2} = 2{,}01\cdot10^{-2}$ м^2, $r_1 = 0{,}09$ м, $r_2 = 0{,}08$ м. Тут r_1, r_2 – зовнішній і внутрішній радіуси труби БК. Значення параметрів T, M_z і ω варіювалися.

Як показано в роботі [124], режими коливання кружляння суттєво залежать від згинальної жорсткості бурильної колони. З її зменшенням БК стає гнучкою, а вісь долота набуває додаткову можливість відхилитися від вертикального положення і почати рух кружляння. Якщо врахувати, що жорсткість бурильної колони прямує до нуля при наближенні до критичного (за Ейлером) стану, то доцільність оцінки близькості напруженого деформованого стану до критичного стає очевидною. Однак задача аналізу стійкості бурильної колони являє собою складну взаємозв’язану багатопараметричну проблему, оскільки БК попередньо пружена крутним моментом і поздовжньою осьовою силою, крім того, вона обертається й одночасно здійснює поздовжні, поперечні та торсіонні вібрації, а всередині неї рухаються потоки промивної рідини. Оскільки ця проблема не має загального розв’язку, то виникає інтерес проаналізувати деякі прості варіанти цих навантажень, які дозволяють оцінити жорсткість бурильної колони. Є дві комбінації попереднього пруження стержня, при дії якого критичні стани бурильної колони можуть бути визначені аналітично. Наприклад, розглянемо випадок, коли шарнірно опертий трубчастий стержень, що обертається, стиснутий осьовою силою T, і всередині нього рухається промивна рідина зі швидкістю V. Тоді критичні значення параметрів T, V і ω виявляються зв’язаними аналітичною залежністю [126]:

$$\frac{\pi^4}{l^2} EI + \pi^2 T_{кр} - l^2 \gamma_t \omega_{cr}^2 - \pi^2 \gamma_l V_{cr}^2 = 0. \tag{4.18}$$

Аналітичний розв’язок проблеми стійкості за Ейлером може бути отриманий також для випадку, коли шарнірно опертий стержень преднапружений крутним моментом M_z і осьовою силою T:

$$T_{кр} = -\frac{\pi^2 EI}{l^2} + \frac{M_{z,кр}^2}{4EI}. \tag{4.19}$$

У зв’язку з цим рівняння (4.18) може бути використане для наближеної оцінки близькості нижніх сегментів бурильної колони до їхніх критичних станів, коли значення крутного моменту мале, а рівняння (4.19) застосовується, якщо обертання БК і потік рідини можуть бути проігноровані.

На рисунку 4.5 представлений випадок $T = -1 \cdot 10^4$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м, $a = 0{,}3$ м, $b = 0{,}1$ м, $\omega = 5$ рад/с. Можна бачити, що рух долота у рухомій і нерухомій системах координат у даному випадку здійснюється в протилежних напрямках. У системі координат, що обертається, траєкторією руху є еліпс із півосями $a = 2u_s$ та $b = 2v_s$ (рис. 4.5, *а*), в нерухомій вона стає схожою на чотирьохпелюсткову квітку (рис. 4.5, *б*). При цьому середня кутова швидкість $\omega_д$ долота в нерухомій системі координат $OXYZ$ становить 1,6 рад/с.

Однак якщо при тих же значеннях T, M_z кутову швидкість збільшити до $\omega = 20$ рад/с, то в системі координат, що обертається, ніяких змін у траєкторії руху не відбувається, а в нерухомій системі координат за один оберт траєкторія руху набуває форму багатопелюсткової квітки. При подальшому русі ці квітки з поворотом накладаються одна на одну, і загальна траєкторія ускладнюється. В цьому випадку рух відбувається в кільці з середньою швидкістю $\omega_д = 5{,}02$ рад/с (рис. 4.6).

Графіки функцій сил тертя $F_x^{тер}(t)$ та $F_y^{тер}(t)$ в системі координат, що обертається, для випадку $T = -1 \cdot 10^4$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м, $a = 0{,}3$ м, $b = 0{,}1$ м,

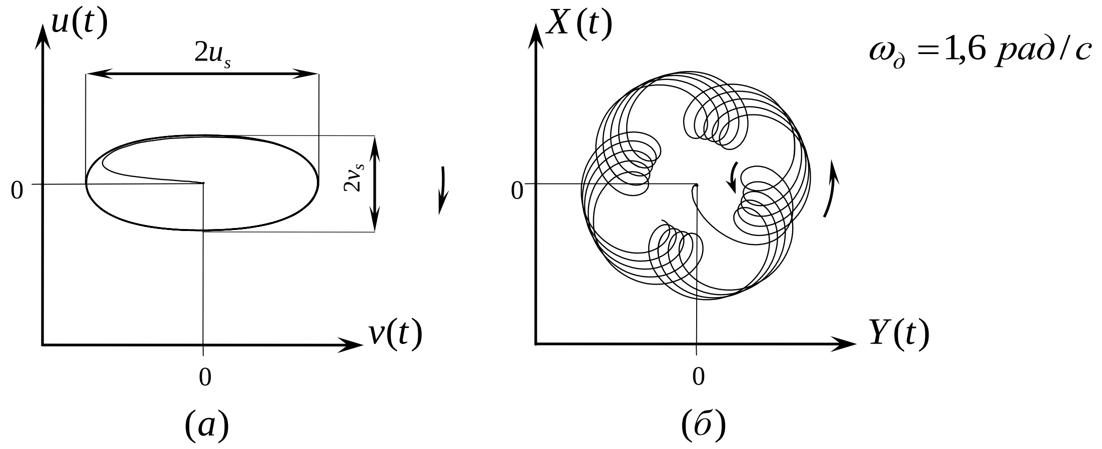


Рисунок 4.5 − Траєкторії руху центра долота в системі координат, що обертається *Oxyz* (а), і в нерухомій системі координат (б) (випадок $T = -1 \cdot 10^4$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м, $a = 0{,}3$ м, $b = 0{,}1$ м, $\omega = 5$ рад/с)

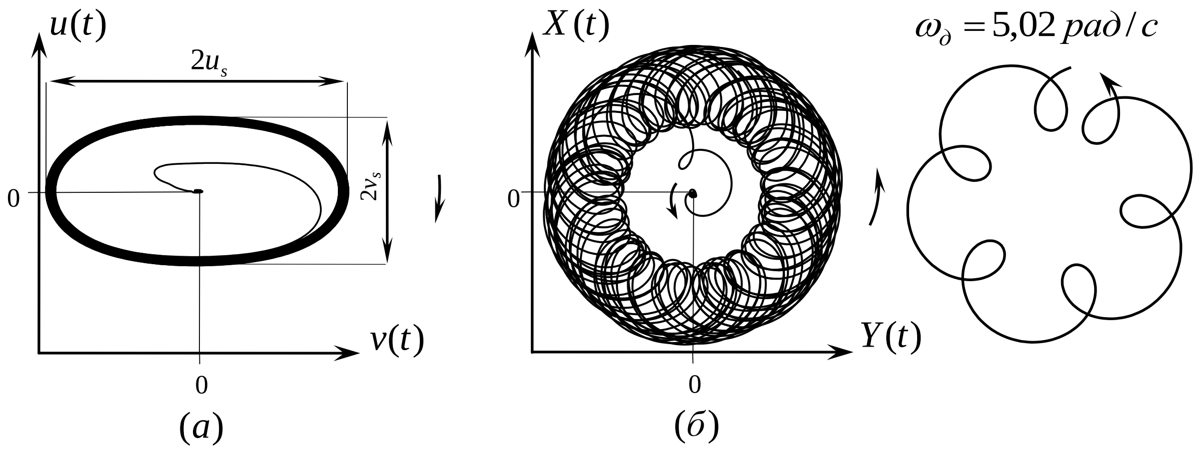


Рисунок 4.6 − Траєкторії руху центра долота в системі координат, що обертається *Oxyz* (а), і в нерухомій системі координат (б) (випадок $T = -1 \cdot 10^4$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м, $a = 0{,}3$ м, $b = 0{,}1$ м, $\omega = 20$ рад/с)

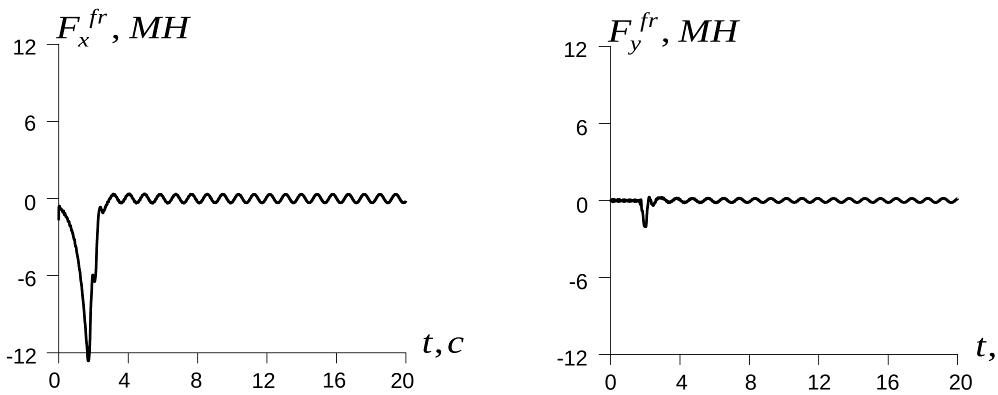


Рисунок 4.7 − Графіки функцій сил тертя $F_x^{тер}(t)$ та $F_y^{тер}(t)$ в системі координат, що обертається (випадок $T = -1 \cdot 10^4$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м, $a = 0{,}3$ м, $b = 0{,}1$ м, $\omega = 5$ рад/с)

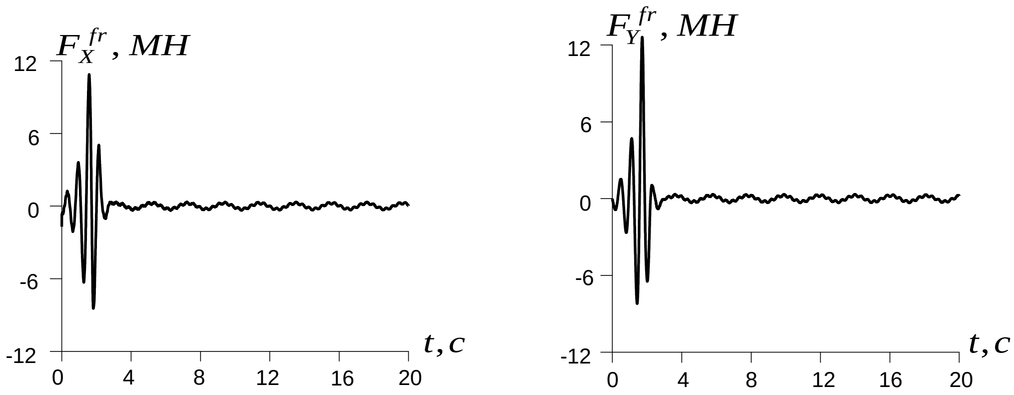


Рисунок 4.8 − Графіки функцій сил тертя $F_X^{тер}(t)$ та $F_Y^{тер}(t)$ в нерухомій системі координат (випадок $T = -1\cdot10^4$ Н, $M_z = -1\cdot10^4$ Н·м, a = 0,3 м, b = 0,1 м, ω = 5 рад/с)

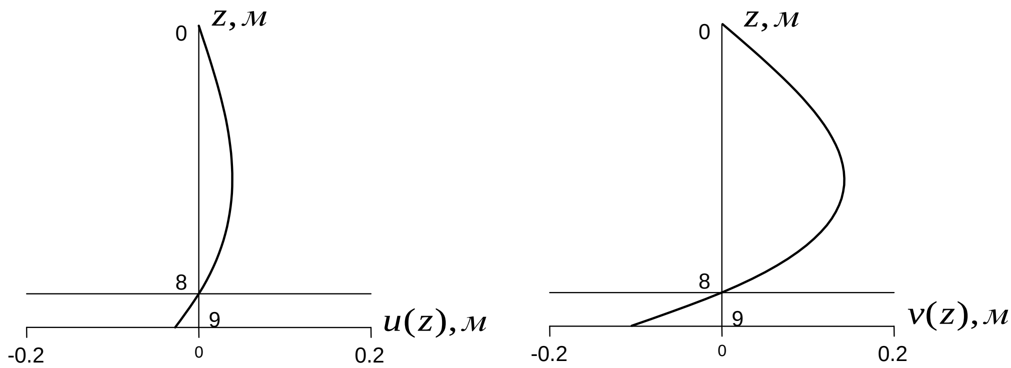


Рисунок 4.9 − Функції прогину $u(z)$, $v(z)$ бурильної колони в системі координат, що обертається (випадок $T = -1\cdot10^4$ Н, $M_z = -1\cdot10^4$ Н·м, a = 0,3 м, b = 0,1 м, ω = 5 рад/с)

ω = 5 рад/с представлені на рис. 4.7. Видно, що вони після деяких початкових коливань переходять у синусоїдальну форму набагато меншої амплітуди. Проте в нерухомій системі координат графіки сили тертя $F_X^{тер}(t)$ та $F_Y^{тер}(t)$ в доповнення до синусоїдальних коливань випробовують також високочастотні періодичні зміни з малими амплітудами (рис. 4.8). Функції прогину $u(z)$, $v(z)$ бурильної колони в системі координат, що обертається, для даного випадку мають просту форму (рис. 4.9). Цікаво відмітити, що коливання відбувається більше в напрямку осі Ox.

Як відзначено вище, перевага неголономної моделі полягає в можливості узагальнення руху долота без розгляду системи зчеплення між контактуючими тілами. Ця сила може бути отримана за умови динамічної рівноваги всіх сил після загального розв'язання даної проблеми. Дійсно, долото, відокремлене від пружної бурильної колони, рухається в горизонтальній площині під дією сили пружності $F^{пр}$, сили інерції $F^{ін}$ і сили зчеплення $F^{зчеп}$:

$$F^{пр} + F^{ін} + F^{зчеп} = 0. \quad (4.20)$$

Якщо задача розв'язана, то сили $F^{пр}$, $F^{ін.}$ стають відомими, а сила зчеплення може бути знайдена з рівності:

$$F^{зчеп} = -F^{пр.} - F^{ін.}. \quad (4.21)$$

Значення сили $F^{пр}$ випливає з рівняння:

$$F^{пр} = Q_x\mathbf{i} + Q_y\mathbf{j} - T\mathbf{k} = EI\frac{\partial^3 u}{\partial z^3}\mathbf{i} + EI\frac{\partial^3 v}{\partial z^3}\mathbf{j} - T\mathbf{k}, \quad (4.22)$$

тоді:

$$F^{пр.} = EI\frac{\partial^3 u}{\partial z^3}\mathbf{i} + EI\frac{\partial^3 v}{\partial z^3}\mathbf{j}. \quad (4.23)$$

Як випливає із наведених вище значень, маса порожнього долота мала порівняно з інерційними характеристиками бурильної колони, і з цієї причини нею можна знехтувати.

Тоді результуюча сила зчеплення може бути представлена в наступному вигляді:

$$\mathbf{F}^{зчеп} = EI\sqrt{\left(\frac{\partial^3 u}{\partial z^3}\right)^2 + \left(\frac{\partial^3 v}{\partial z^3}\right)^2} \, . \tag{4.24}$$

На рис. 4.10 показана діаграма зміни цієї сили для відповідного випадку, представленого на рис. 4.5. Можна бачити, що на початковій стадії процесу кружляння ця функція має невеликі ривки, викликані початковими коливаннями та збуреннями, але потім вони переходять у стаціонарний режим зміни в межах $5500 < F^{зчеп} < 8700$ Н. Якщо враховувати, що осьова сила, яка діє на долото, рівна $T = 10^4$ Н, то можна зробити висновок (див. рис. 4.2 і нерівність 4.5), що режим чистого кочення без ковзання може бути реалізованим, якщо виконуються умови $\mu \geq F^{зчеп} / T = 0{,}87$. Відзначимо: якщо долото ще не зношене, а алмазні різці не затуплені, то відмічена умова може бути здійснена. У зв'язку з цим у розглянутому випадку неголономна модель використана доцільно.

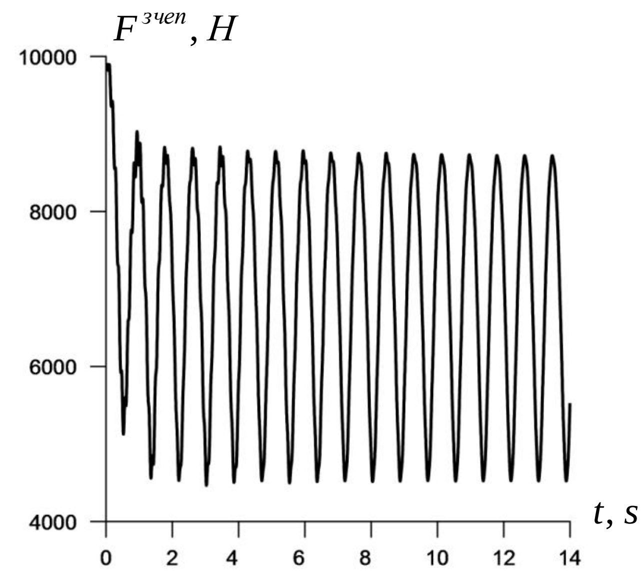


Рисунок 4.10 − Схема зміни сили зчеплення $F^{зчеп}$ (випадок $T = -1{\cdot}10^4$ Н, $M_z = -1{\cdot}10^4$ Н·м, $a = 0{,}3$ м, $b = 0{,}1$ м, $\omega = 5$ рад/с)

Результати дослідження, подані на рис. 4.11, 4.12, отримані при значеннях поздовжньої сили $T = -1{\cdot}10^5$ Н та крутного моменту

$M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м шляхом варіювання кутової швидкості від $\omega = 5$ рад/с до $\omega = 20$ рад/с. У цих випадках траєкторією руху центра долота в системі координат, що обертається, є еліпс, а в нерухомій системі координат − багатопелюсткова петлеподібна квітка, причому при збільшенні кутової швидкості витків ставало більше. Збільшення швидкості ω призводить до збільшення швидкості $\omega_д$. Для більшої наочності справа на рисунку показана форма траєкторії за один оберт. Для випадку, представленого на рис. 4.12, крива руху долота має точки звороту. В них прискорення долота має

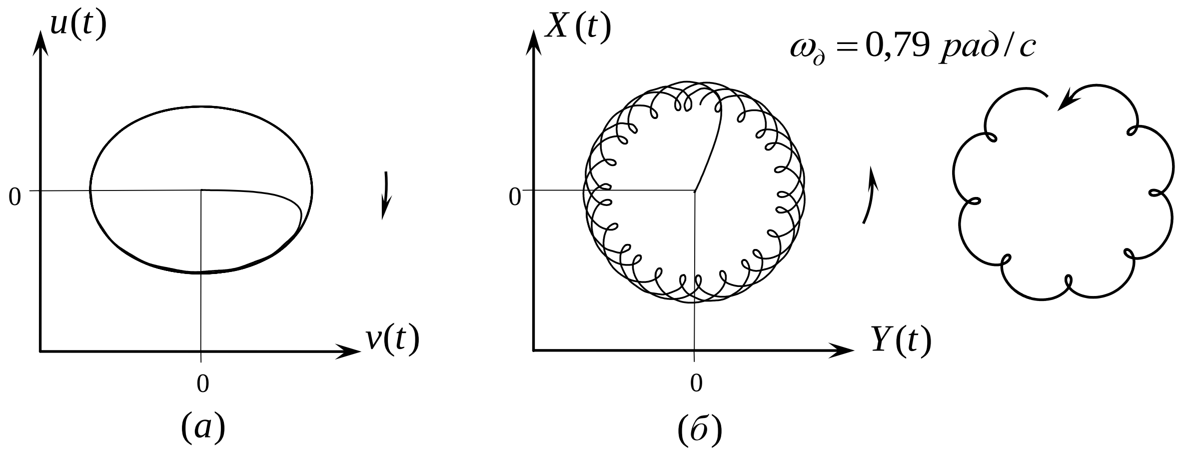


Рисунок 4.11 − Траєкторії руху центра долота в системі координат, що обертається *Oxyz* (а), і в нерухомій системі координат (б) (випадок $T = -1 \cdot 10^5$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м, $a = 0{,}3$ м, $b = 0{,}1$ м, $\omega = 5$ рад/с)

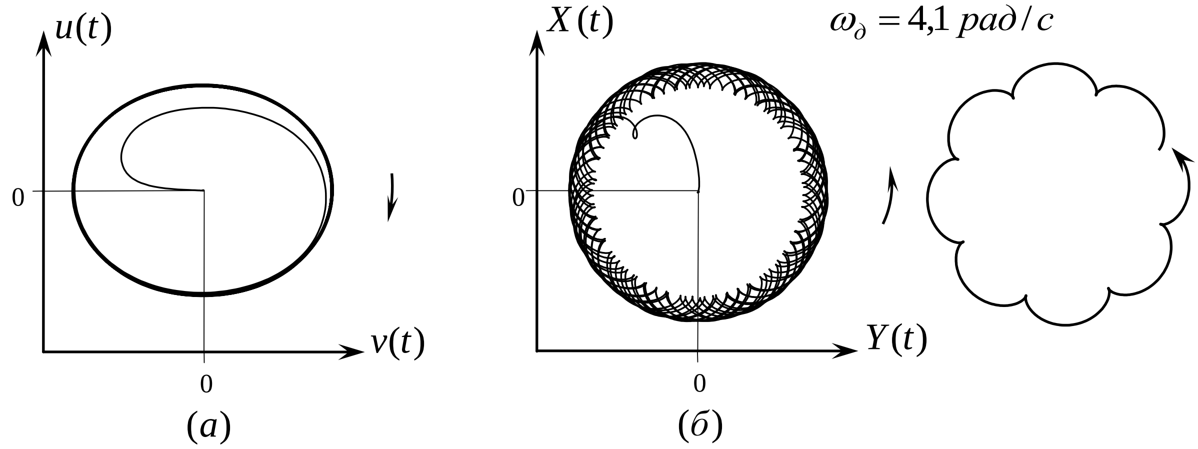


Рисунок 4.12 − Траєкторії руху центра долота в системі координат, що обертається *Oxyz* (а), і в нерухомій системі координат (б) (випадок $T = -1 \cdot 10^5$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м, $a = 0{,}3$ м, $b = 0{,}1$ м, $\omega = 20$ рад/с)

найбільше значення, тому вони становлять найбільшу небезпеку для технологічного процесу. При їхньому накладанні зі зсувом за декілька обертів крива траєкторії заповнює деяке кільце. Цікаво також відзначити, що напрямки руху долота в даних випадках мають протилежні орієнтації. Як відмічено в результаті натурних спостережень, такі коливальні режими найчастіше супроводжуються аварійними ефектами. Графіки функцій сил тертя $F_x^{тер}(t)$ та $F_y^{тер}(t)$, $F_X^{тер}(t)$ та $F_Y^{тер}(t)$ аналогічні до наведених на рис. 4.7 − 4.8.

Якщо поздовжню силу збільшити до $T = -5 \cdot 10^5$ Н і при цьому крутний момент залишити рівним $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м, то при кутовій швидкості ω = 5 рад/с (рис. 4.13) траєкторією руху в рухомій системі координат є еліптична крива, а в нерухомій системі координат вона має нерегулярну форму. При подальшому збільшенні кутової швидкості до $\omega = 20$ рад/с (рис. 4.14) рух системи дуже ускладнюється. Тому некоректно говорити про кутову швидкість $\omega_д$, і вона не підраховувалася.

Вище були розглянуті випадки, коли крутний момент залишався рівним $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м, а варіювалися лише значення поздовжньої сили T та кутової швидкості ω. Проаналізуємо форми руху центра долота для випадків, коли крутний момент буде збільшено до $M_z = -1 \cdot 10^5$ Н·м. При поздовжній силі $T = -1 \cdot 10^4$ Н та кутовій швидкості ω = 5 рад/с (рис. 4.15) та ω = 10 рад/с (рис. 4.16) в системі координат, що обертається, траєкторія руху долота наближається до еліпса, а в нерухомій системі координат до багатопелюсткової квітки із зростаючими петлями. В нерухомій системі координат долота рухається проти годинникової стрілки (рис. 4.15, 4.16), а колона – за годинниковою стрілкою, тому має місце обернене кружляння. Для кутової швидкості ω = 20 рад/с (рис. 4.17) траєкторією руху в системі координат $Oxyz$, позиція зліва, є сплюснутий еліпс, що розширюється, а в системі координат $OXYZ$, позиція справа, − майже зіркоподібна крива складної конфігурації. Оскільки в вершинах траєкторії відбуваються удари

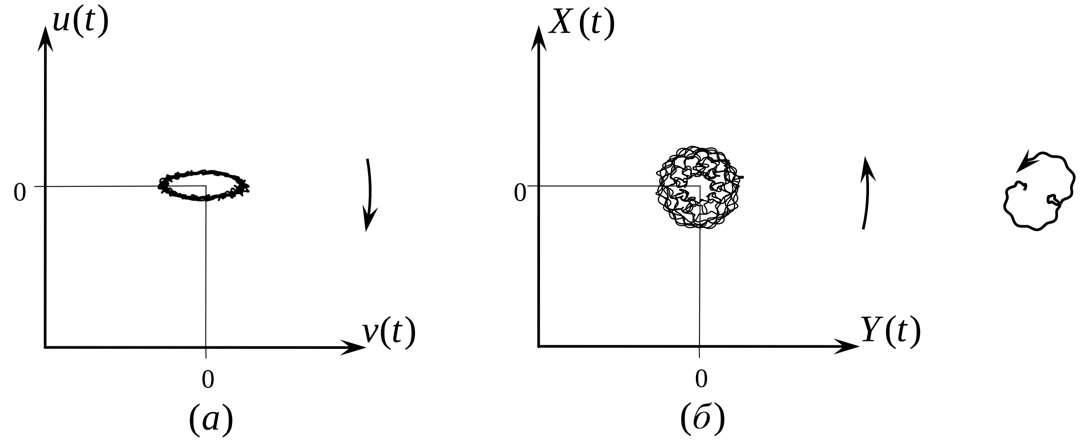


Рисунок 4.13 − Траєкторії руху центра долота в системі координат, що обертається *Oxyz* (а), і в нерухомій системі координат (б) (випадок $T = -5\cdot10^5$ Н, $M_z = -1\cdot10^4$ Н·м, $a = 0{,}3$ м, $b = 0{,}1$ м, $\omega = 5$ рад/с)

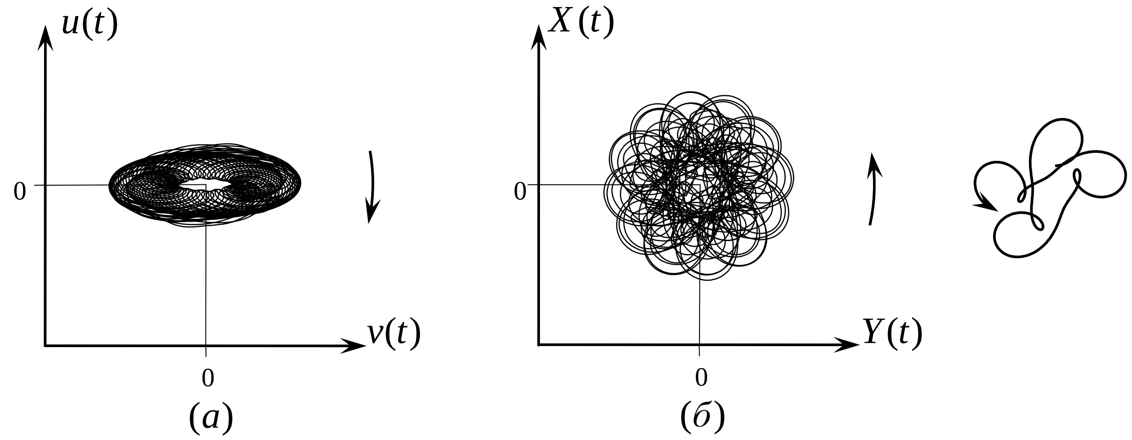


Рисунок 4.14 − Траєкторії руху центра долота в системі координат, що обертається *Oxyz* (а), і в нерухомій системі координат (б) (випадок $T = -1\cdot10^5$ Н, $M_z = -1\cdot10^4$ Н·м, $a = 0{,}3$ м, $b = 0{,}1$ м, $\omega = 20$ рад/с)

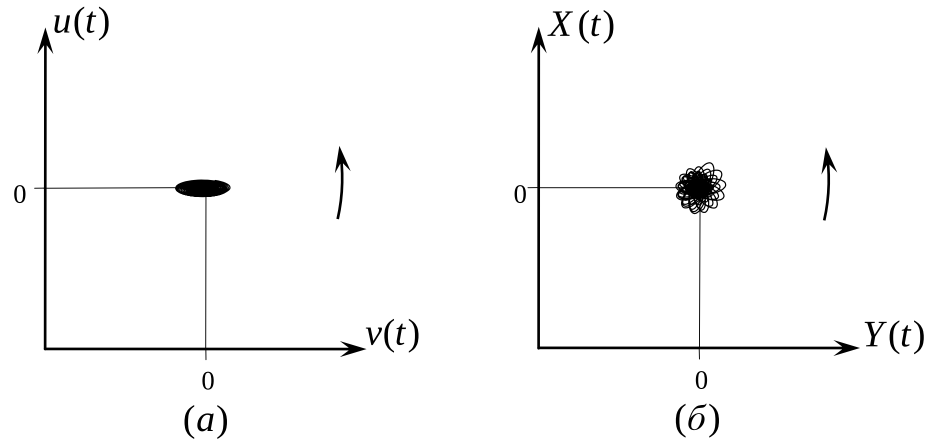


Рисунок 4.15 − Траєкторії руху центра долота в системі координат, що обертається *Oxyz* (а), і в нерухомій системі координат (б) (випадок $T = -1\cdot10^4$ Н, $M_z = -1\cdot10^5$ Н·м, $a = 0{,}3$ м, $b = 0{,}1$ м, $\omega = 5$ рад/с)

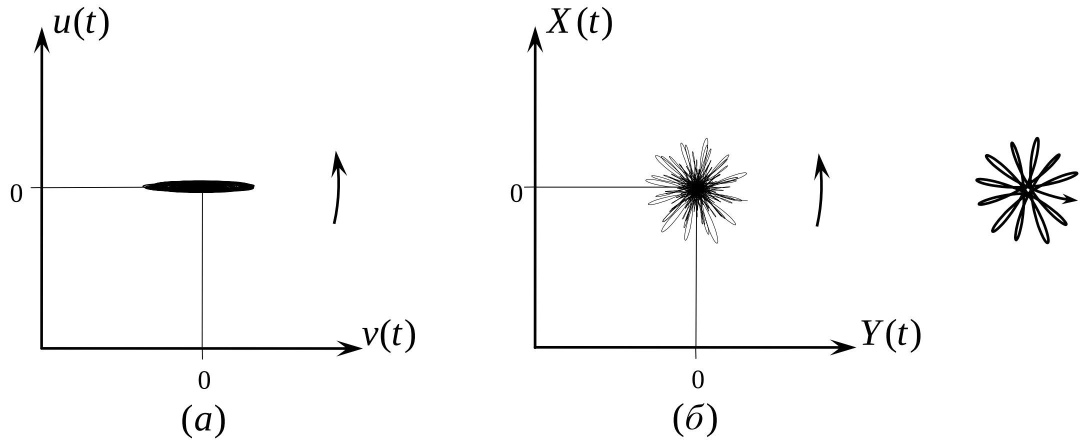


Рисунок 4.16 − Траєкторії руху центра долота в системі координат, що обертається *Oxyz* (а), і в нерухомій системі координат (б) (випадок $T = -1{\cdot}10^4$ Н, $M_z = -1{\cdot}10^5$ Н·м, $a = 0{,}3$ м, $b = 0{,}1$ м, $\omega = 10$ рад/с)

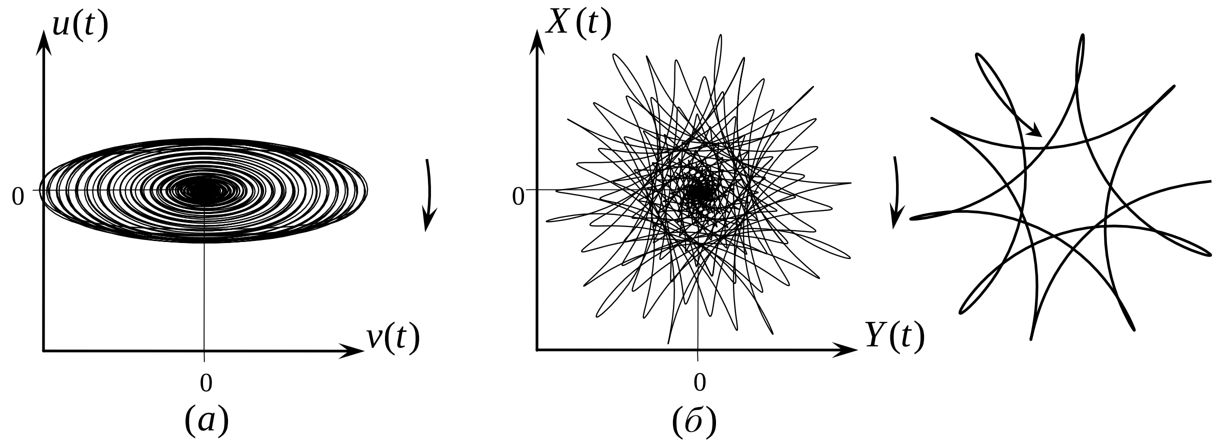


Рисунок 4.17 − Траєкторії руху центра долота в системі координат, що обертається *Oxyz* (а), і в нерухомій системі координат (б) (випадок $T = -1{\cdot}10^5$ Н, $M_z = -1{\cdot}10^4$ Н·м, $a = 0{,}3$ м, $b = 0{,}1$ м, $\omega = 20$ рад/с)

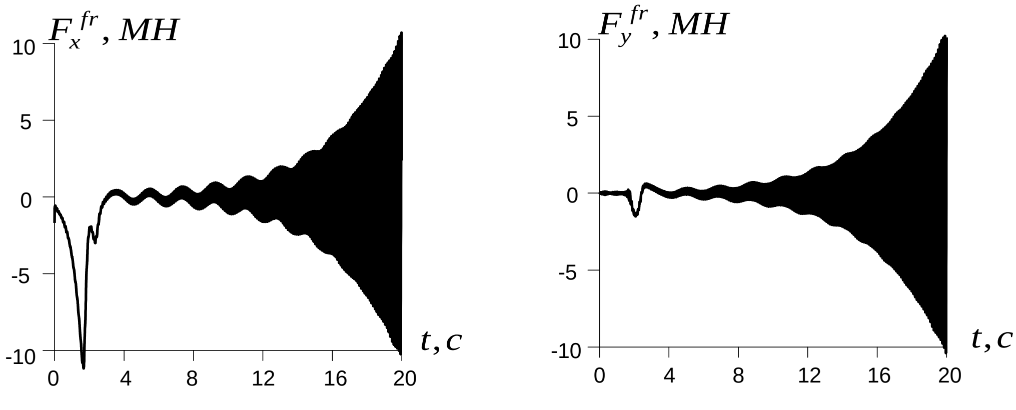
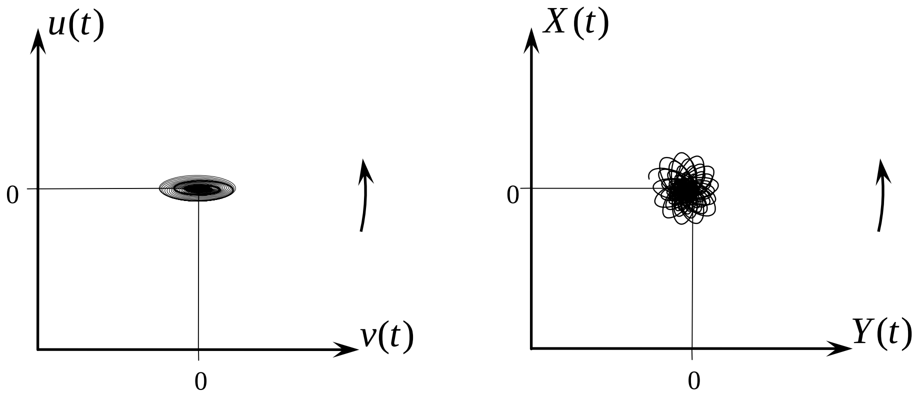
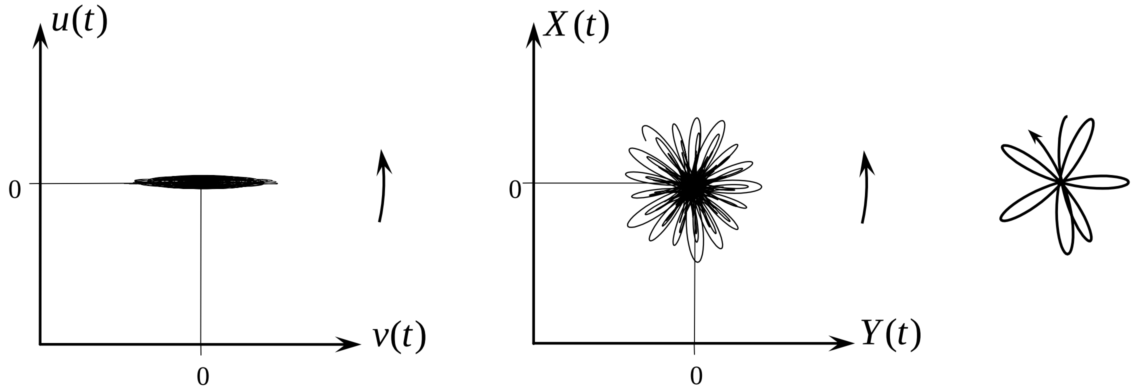


Рисунок 4.18 − Графіки функцій сил тертя $F_x^{тер}(t)$ та $F_y^{тер}(t)$ в системі координат, що обертається (випадок $T = -1{\cdot}10^4$ Н, $M_z = -1{\cdot}10^5$ Н·м, $a = 0{,}3$ м, $b = 0{,}1$ м, $\omega = 5$ рад/с)



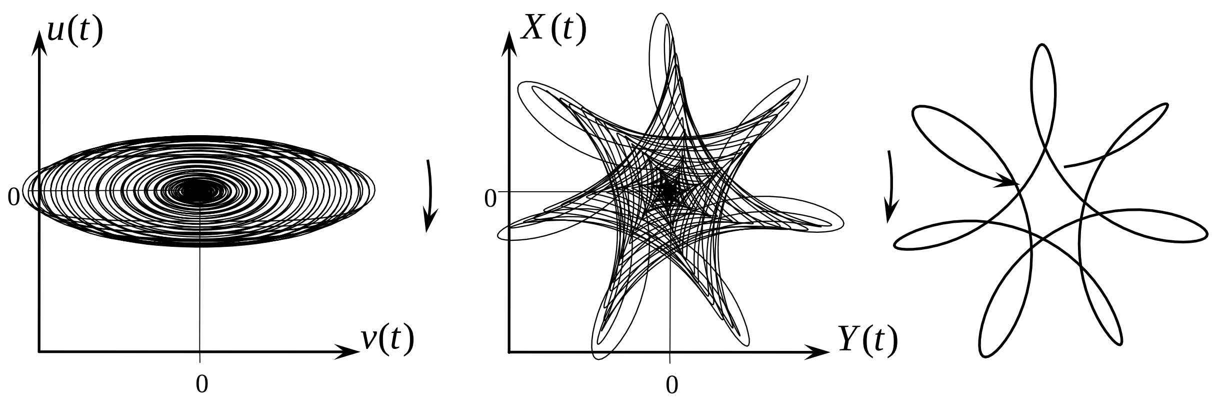
(*а*) (*б*)

Рисунок 4.19 − Траєкторії руху центра долота в системі координат, що обертається *Oxyz* (а), і в нерухомій системі координат (б) (випадок $T = -1 \cdot 10^5$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^5$ Н·м, $a = 0{,}3$ м, $b = 0{,}1$ м, $\omega = 5$ рад/с)



(*а*) (*б*)

Рисунок 4.20 − Траєкторії руху центра долота в системі координат, що обертається *Oxyz* (а), і в нерухомій системі координат (б) (випадок $T = -1 \cdot 10^5$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^5$ Н·м, $a = 0{,}3$ м, $b = 0{,}1$ м, $\omega = 10$ рад/с)



(*а*) (*б*)

Рисунок 4.21 − Траєкторії руху центра долота в системі координат, що обертається *Oxyz* (а), і в нерухомій системі координат (б) (випадок $T = -1 \cdot 10^5$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^5$ Н·м, $a = 0{,}3$ м, $b = 0{,}1$ м, $\omega = 20$ рад/с)

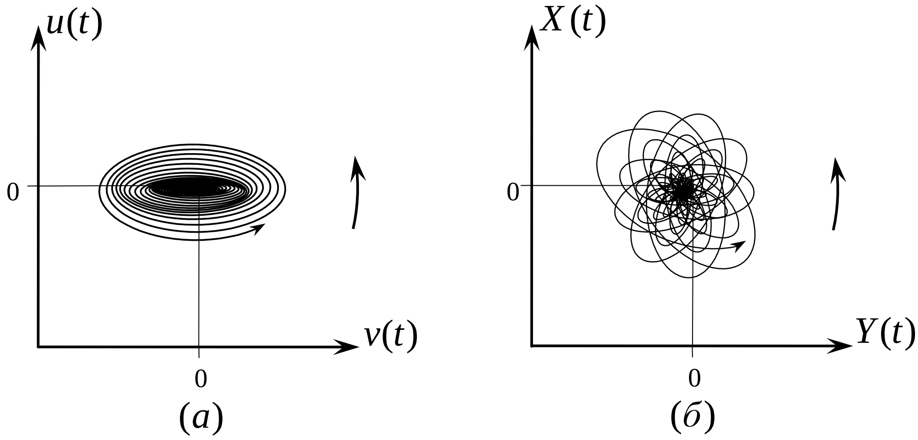


Рисунок 4.22 − Траєкторії руху центра долота в системі координат, що обертається *Oxyz* (а), і в нерухомій системі координат (б) (випадок $T = -5{\cdot}10^5$ Н, $M_z = -1{\cdot}10^5$ Н·м, $a = 0{,}3$ м, $b = 0{,}1$ м, $\omega = 5$ рад/с)

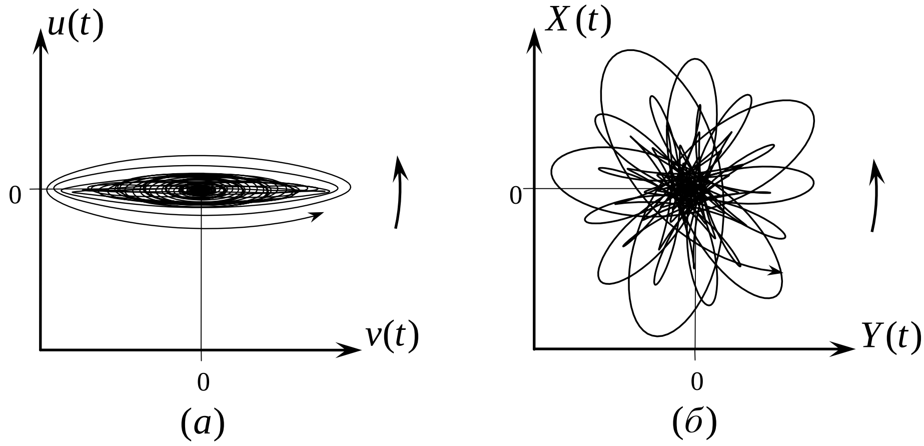


Рисунок 4.23 − Траєкторії руху центра долота в системі координат, що обертається *Oxyz* (а), і в нерухомій системі координат (б) (випадок $T = -5{\cdot}10^5$ Н, $M_z = -1{\cdot}10^5$ Н·м, $a = 0{,}3$ м, $b = 0{,}1$ м, $\omega = 10$ рад/с)

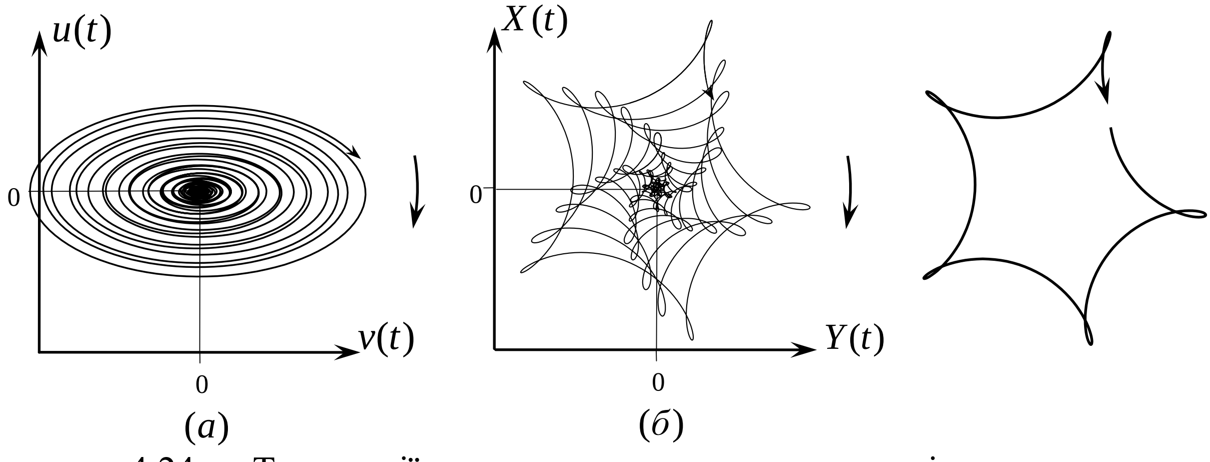


Рисунок 4.24 − Траєкторії руху центра долота в системі координат, що обертається *Oxyz* (а), і в нерухомій системі координат (б) (випадок $T = -5{\cdot}10^5$ Н, $M_z = -1{\cdot}10^5$ Н·м, $a = 0{,}3$ м, $b = 0{,}1$ м, $\omega = 20$ рад/с)

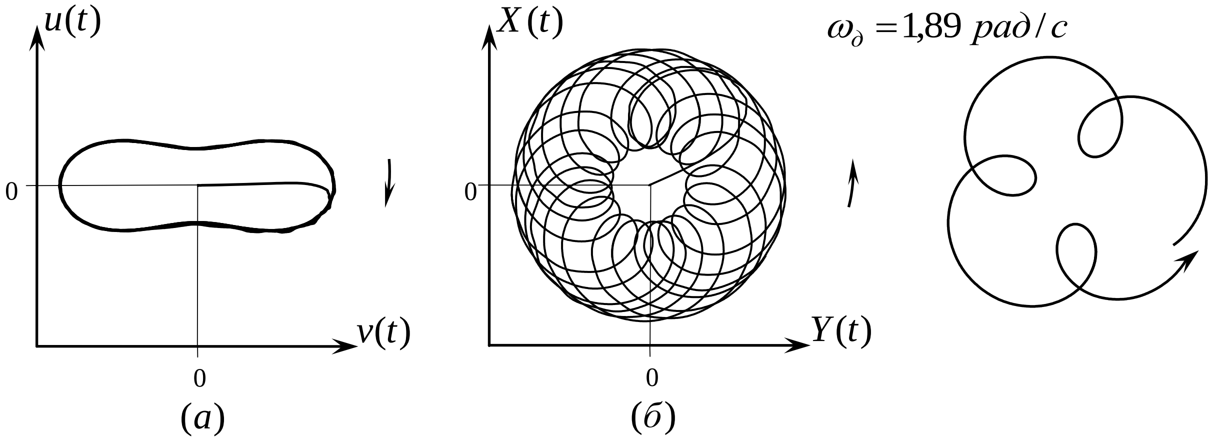


Рисунок 4.25 − Траєкторії руху центра долота в системі координат, що обертається *Oxyz* (а), і в нерухомій системі координат (б) (випадок $T = -1 \cdot 10^5$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м, $a = 0{,}5$ м, $b = 0{,}1$ м, $\omega = 5$ рад/с)

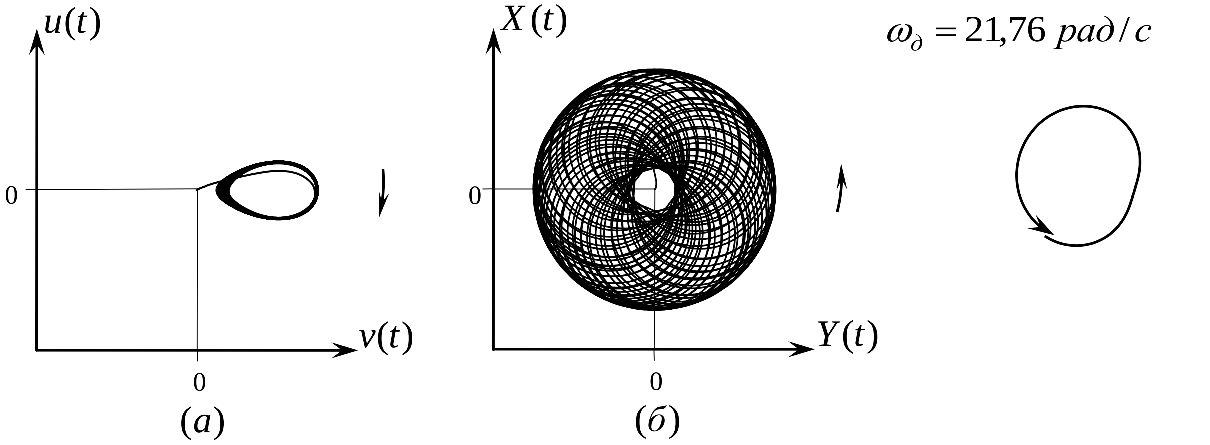


Рисунок 4.26 − Траєкторії руху центра долота в системі координат, що обертається *Oxyz* (а), і в нерухомій системі координат (б) (випадок $T = -1 \cdot 10^5$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м, $a = 0{,}5$ м, $b = 0{,}1$ м, $\omega = 20$ рад/с)

долота об стінку свердловини, такий режим є несприятливим для довговічності долота і призводить до менш гладкої поверхні стінки. Долота і колона в нерухомій системі координат рухаються за годинниковою стрілкою, тому такий рух є прямим кружлянням. Графіки зміни сил тертя $F_x^{тер}(t)$ та $F_y^{тер}(t)$ для випадку, представленого на рис. 4.15, в системі координат, що обертається, подані на рис. 4.18. Видно, що вони мають форму коливань зі зростаючою амплітудою. В нерухомій системі координат спостерігаються аналогічні коливання.

Збільшення поздовжньої сили до значення $T = -1\cdot10^5$ Н не сприяє суттєвим змінам у траєкторії руху центра C долота (рис. 4.19 − 4.21), лише при $\omega = 20$ рад/с у нерухомій системі координат, позиція (б) на рис. 4.21, траєкторія має вигляд петлеподібної фігури з петлями, які збільшуються за розміром. Оскільки напрямки обертання колони і долота протилежні, то такий рух представляє собою обернене кружляння.

Подальше збільшення поздовжньої сили до $T = -5\cdot10^5$ Н призводить до того, що в системі координат $Oxyz$, що обертається, траєкторії руху набувають форми еліптичнихних спіралей зі швидко зростаючими півосями (рис. 4.22 – 4.24, позиції (а)). В нерухомій системі координат траєкторії руху центра долота є розширюючі криві (рис. 4.22 , позиція (б)), а при $\omega = 20$ рад/с (рис. 4.24 (б)) траєкторією руху також є крива, що розширюється, з точками звороту.

У ході дослідження було також розглянуте долото з півосями $a = 0{,}5$ м, $b = 0{,}1$ м. На рисунках 4. 25, 4. 26 представлений випадок $T = -1\cdot10^5$ Н, $M_z = -1\cdot10^4$ Н·м, $a = 0{,}5$ м, $b = 0{,}1$ м. Якщо кутова швидкість $\omega = 5$ рад/с, то в системі координат $Oxyz$ долото рухається замкненою „гантелоподібною” траєкторією (рис. 4.25, позиція (а)), а при $\omega = 20$ рад/с вона набуває форму овала (рис. 4.26, а.). При цьому в нерухомій системі координат $OXYZ$ рух точки С відбувається в кільцевій зоні (рис. 4.25, 4.26, позиції (б)). Такий рух являється оберненим кружлянням, оскільки обертання долота і колони здійснюється в протилежних напрямках. На практиці він вважається найбільш несприятливим, так як пов'язаний з найбільшими динамічними навантаженнями на долото і колону.

4.3 Динаміка бурильної колони при неголономному коченні долота в формі витягнутого еліпсоїда

За розробленою методикою виконане дослідження коливань кружляння долота в формі витягнутого еліпсоїда при геометричних значеннях параметрів системи: $E = 2{,}1\cdot10^{11}$ Па, $\rho = 7{,}8\cdot10^3$ кг/м^3, $\rho_l = 1{,}5\cdot10^3$ кг/м^3, $l = 8$ м, $e = 1$ м, $F = \pi\left(r_1^{\,2} - r_2^{\,2}\right) = 5{,}34\cdot10^{-3}$ м^2, $F_l = \pi r_2^{\,2} = 2{,}01\cdot10^{-2}$ м^2, $r_1 = 0{,}09$ м, $r_2 = 0{,}08$ м. Кутова швидкість варіювалася у діапазоні $0 \le \omega \le 20$ рад/с.

При моделюванні коливань кружляння за допомогою неголономної (кінематичної) моделі використовувалися рівняння (4.1), (4.3), (4.4), (4.13) та (4.17). Як і в інших випадках, їхнє інтегрування проводилося чисельно з використанням скінченно-різницевого методу по просторовій координаті z і неявної скінченно-різницевої схеми за часом t. При цьому довжина l була розділена на n скінченно-різницевих ділянок $\Delta z = l\,/\,n$. На кожному кроці дискретизованого моменту часу t_j і в кожній вузловій точці z_i похідні по z і по t замінюються їхніми скінченно-різницевими аналогами, які представлені в п. 2.1.3.

Форми переміщення еліпсоїдального долота значною мірою залежать від значень поздовжньої сили T, крутного моменту M_z та самої форми долота. Розглянуто випадки, коли долото має півосі $a = 0{,}1$ м, $b = 0{,}3$ м, та $a = 0{,}1$ м, $b = 0{,}5$ м.

Результати розрахунків для випадку $T = -1\cdot10^4$ Н, $M_z = -1\cdot10^4$ Н·м, $a = 0{,}1$ м, $b = 0{,}3$ м, $0 \le \omega \le 20$ рад/с подані на рис. 4.27. У системі координат $Oxyz$, що обертається, траєкторія руху долота після певних коливань переходить у продовгуватий еліпс. У нерухомій системі $OXYZ$ траєкторією руху є багатопелюсткова квітка, яка при продовженні руху повертається на певний кут, створюючи при цьому складну траєкторію в кільцевій зоні. Причому зі збільшенням кутової швидкості ω стає щільнішою. Тут доцільно проаналізувати середню кутову швидкість $\omega_д$ долота, яка зросла від $\omega_д = 1{,}26$ рад/с (для випадку $\omega = 5$ рад/с) до $\omega_д = 5{,}34$ рад/с (для випадку $\omega = 20$ рад/с).

Для розглянутого режиму, представленого на рис. 4.27, викликають зацікавлення графіки функцій сил тертя $F_x^{тер}(t)$ та $F_y^{тер}(t)$ в системі координат, що обертається. Як видно з рис. 4.28, вони являють собою

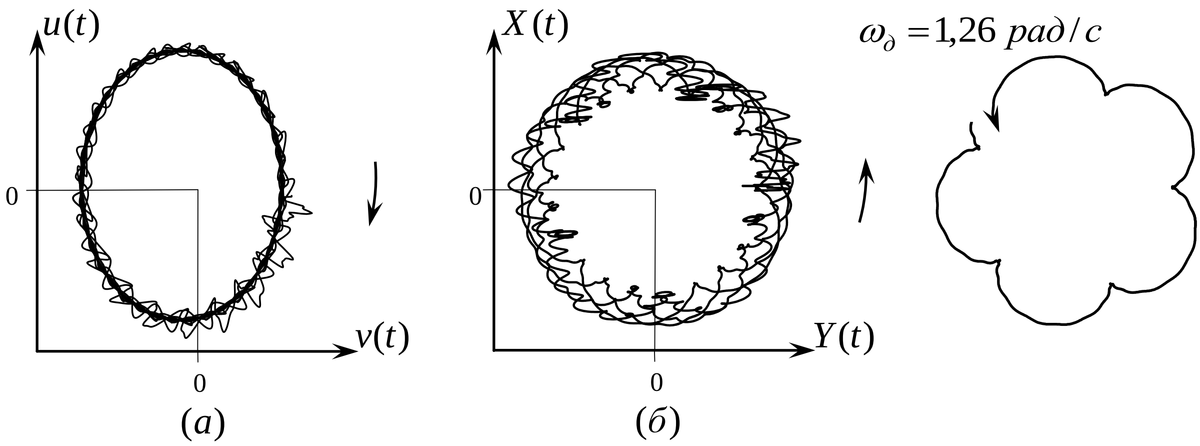


Рисунок 4.27 − Траєкторії руху центра долота в системі координат, що обертається *Oxyz* (а), і в нерухомій системі координат (б) (випадок $T = -1\cdot10^4$ Н, $M_z = -1\cdot10^4$ Н·м, $a = 0{,}1$ м, $b = 0{,}3$ м)

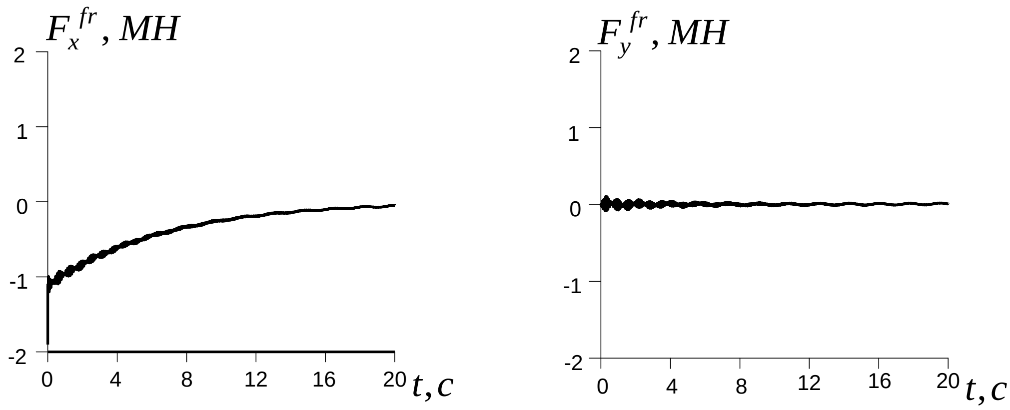


Рисунок 4.28 − Графіки функцій сил тертя $F_x^{тер}(t)$ та $F_y^{тер}(t)$ в системі координат, що обертається (випадок $T = -1\cdot10^4$ Н, $M_z = -1\cdot10^4$ Н·м, $a = 0{,}1$ м, $b = 0{,}3$ м, $\omega = 5$ рад/с)

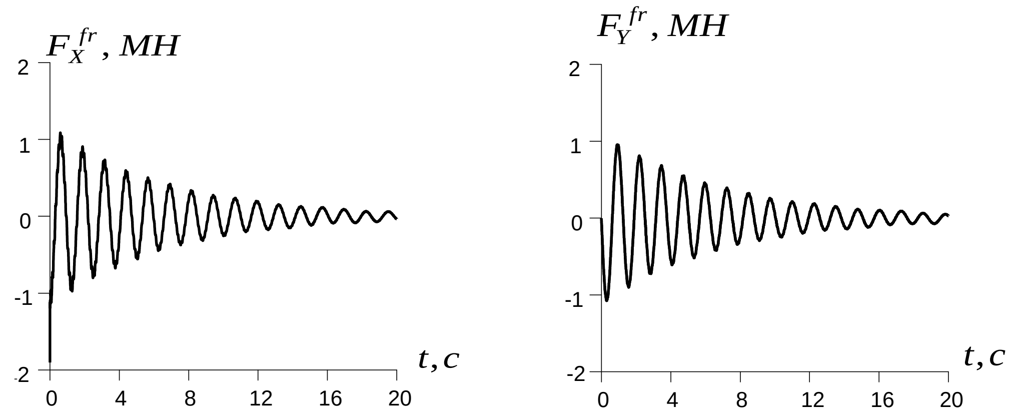


Рисунок 4.29 − Графіки функцій сил тертя $F_X^{тер}(t)$ та $F_Y^{тер}(t)$ в нерухомій системі координат (випадок $T = -1\cdot10^4$ Н, $M_z = -1\cdot10^4$ Н·м, $a = 0{,}1$ м, $b = 0{,}3$ м, $\omega = 5$ рад/с)

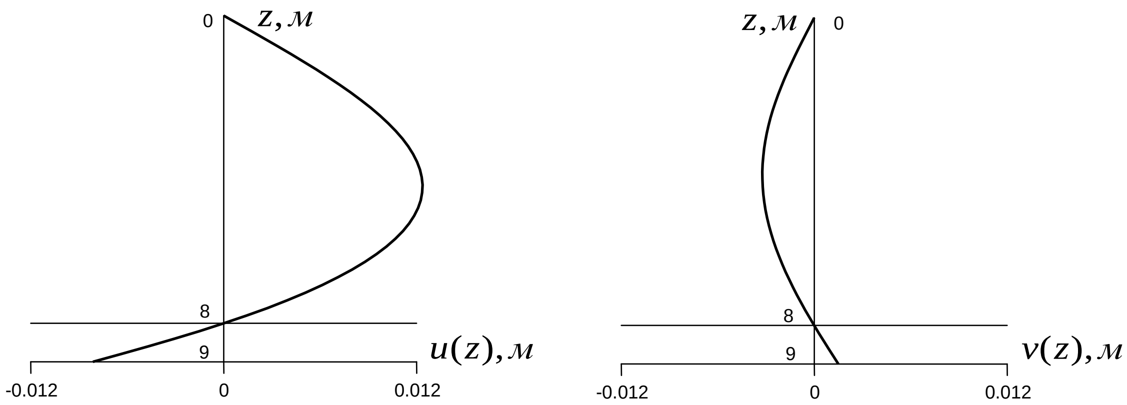
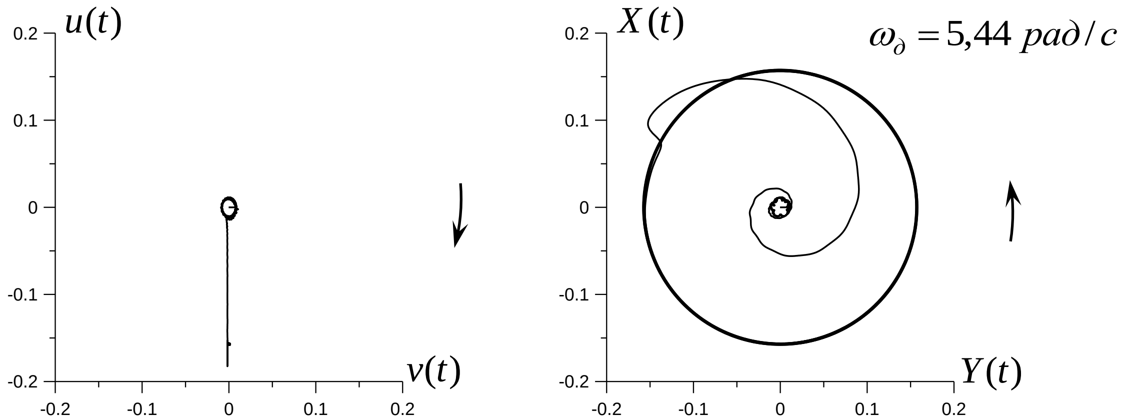
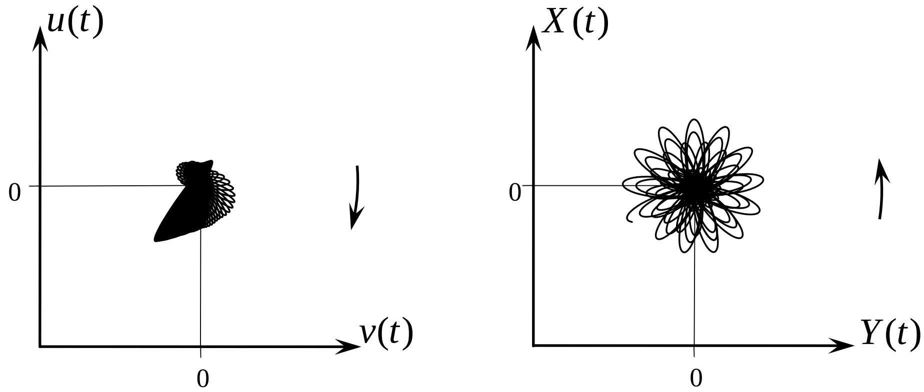


Рисунок 4.30 − Функції прогину $u(z)$, $v(z)$ бурильної колони в системі координат, що обертається (випадок $T = -1 \cdot 10^4$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м, $a = 0{,}1$ м, $b = 0{,}3$ м, $\omega = 5$ рад/с)



(*а*) (*б*)

Рисунок 4.31 − Траєкторії руху центра долота в системі координат, що обертається $Oxyz$ (а), і в нерухомій системі координат (б) (випадок $T = -1 \cdot 10^5$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^4$ Н·м, $a = 0{,}1$ м, $b = 0{,}3$ м)



(*а*) (*б*)

Рисунок 4.32 − Траєкторії руху центра долота в системі координат, що обертається $Oxyz$ (а), і в нерухомій системі координат (б) (випадок $T = -1 \cdot 10^4$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^5$ Н·м, $a = 0{,}1$ м, $b = 0{,}3$ м, $\omega = 5$ рад/с)

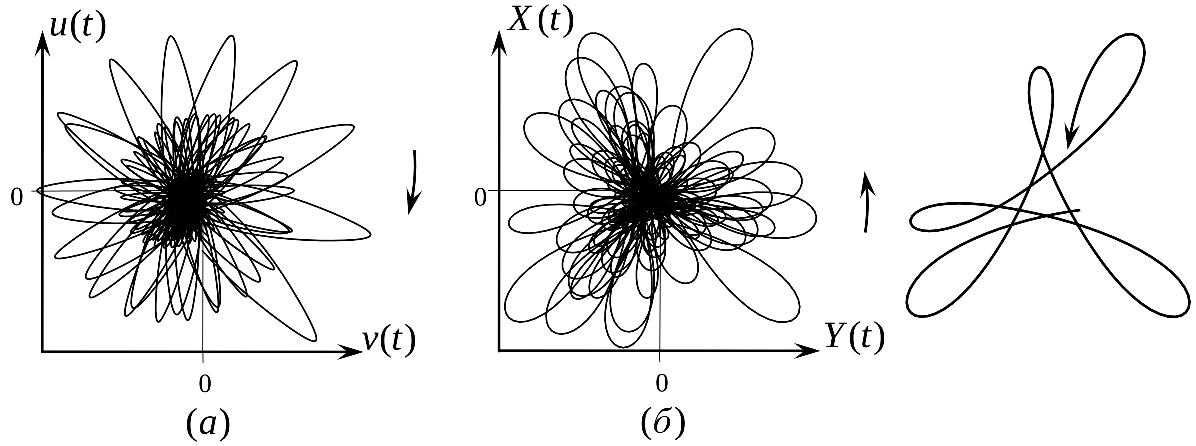


Рисунок 4.33 − Траєкторії руху центра долота в системі координат, що обертається *Oxyz* (а), і в нерухомій системі координат (б) (випадок $T = -1 \cdot 10^4$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^5$ Н·м, $a = 0{,}1$ м, $b = 0{,}3$ м, $\omega = 20$ рад/с)

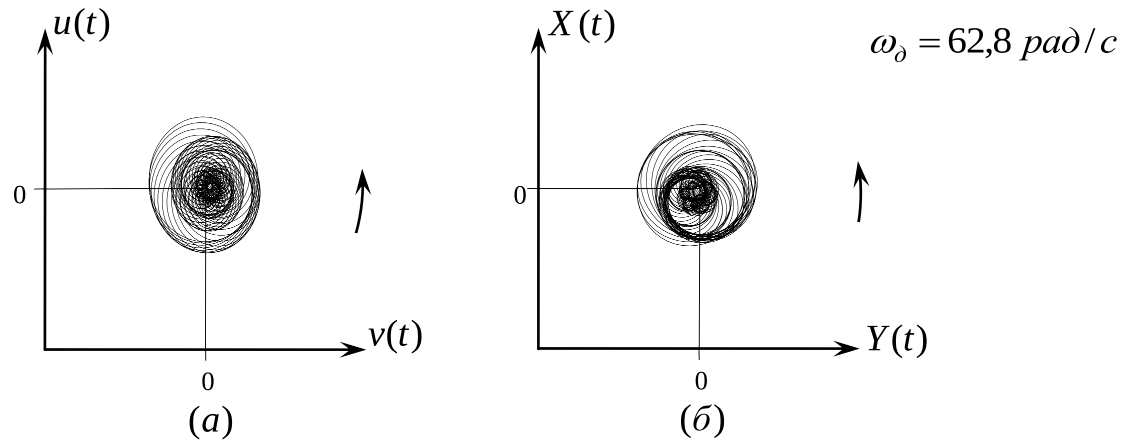


Рисунок 4.34 − Траєкторії руху центра долота в системі координат, що обертається *Oxyz* (а), і в нерухомій системі координат (б) (випадок $T = -1 \cdot 10^5$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^5$ Н·м, $a = 0{,}1$ м, $b = 0{,}3$ м, $\omega = 5$ рад/с)

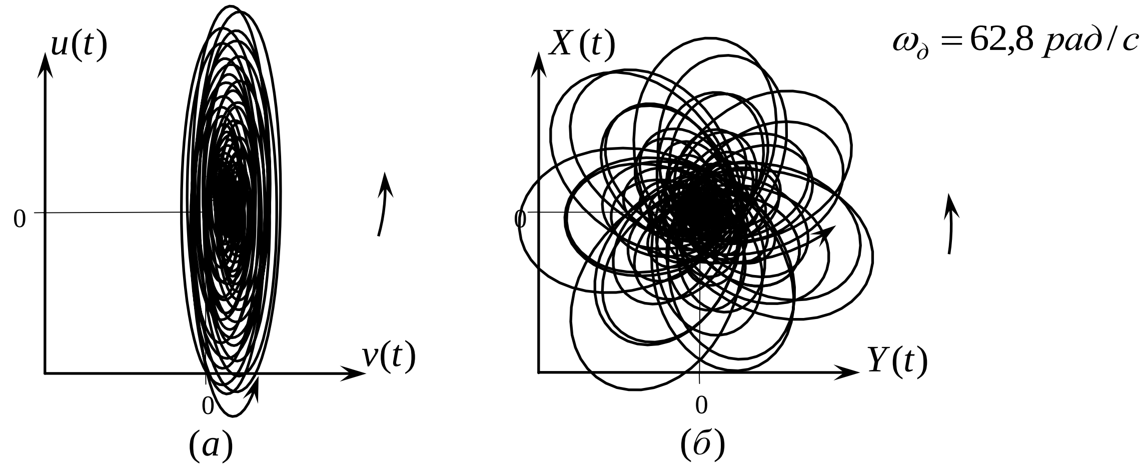


Рисунок 4.35 − Траєкторії руху центра долота в системі координат, що обертається *Oxyz* (а), і в нерухомій системі координат (б) (випадок $T = -1 \cdot 10^5$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^5$ Н·м, $a = 0{,}1$ м, $b = 0{,}3$ м, $\omega = 20$ рад/с)

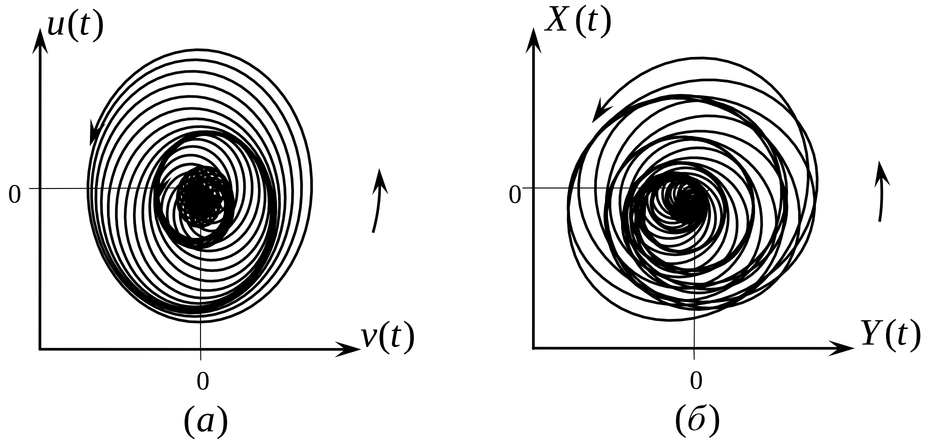


Рисунок 4.36 − Траєкторії руху центра долота в системі координат, що обертається *Oxyz* (а), і в нерухомій системі координат (б) (випадок $T = -5\cdot10^5$ Н, $M_z = -1\cdot10^5$ Н·м, a = 0,1 м, b = 0,3 м, ω = 5 рад/с)

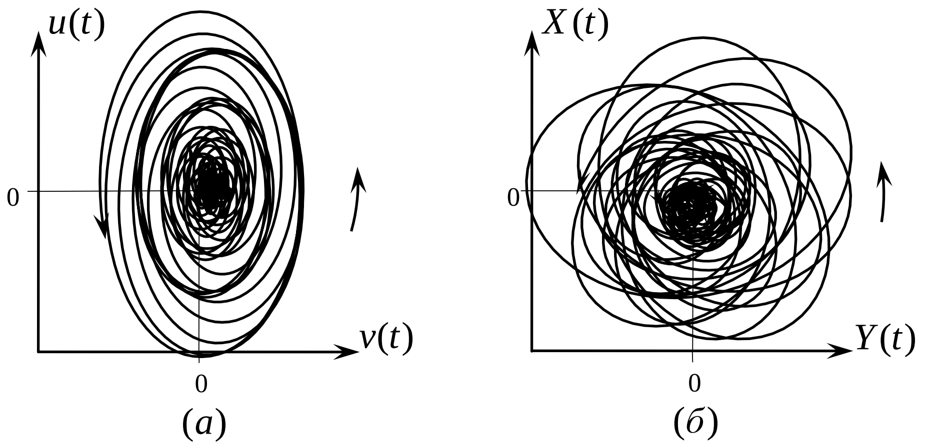


Рисунок 4.37 − Траєкторії руху центра долота в системі координат, що обертається *Oxyz* (а), і в нерухомій системі координат (б) (випадок $T = -5\cdot10^5$ Н, $M_z = -1\cdot10^5$ Н·м, a = 0,1 м, b = 0,3 м, ω = 10рад/с)

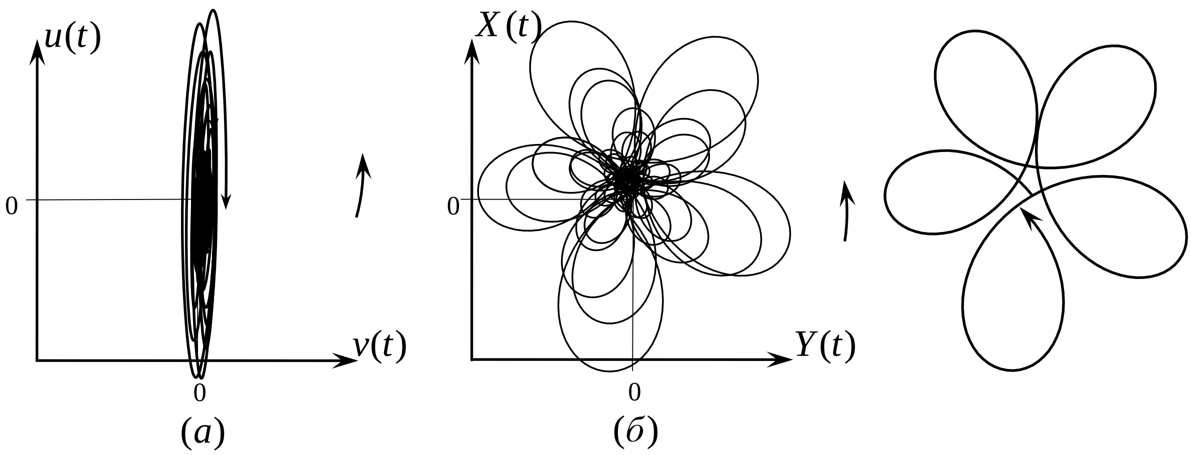


Рисунок 4.38 − Траєкторії руху центра долота в системі координат, що обертається *Oxyz* (а), і в нерухомій системі координат (б) (випадок $T = -5\cdot10^5$ Н, $M_z = -1\cdot10^5$ Н·м, a = 0,1 м, b = 0,3 м, ω = 20 рад/с)

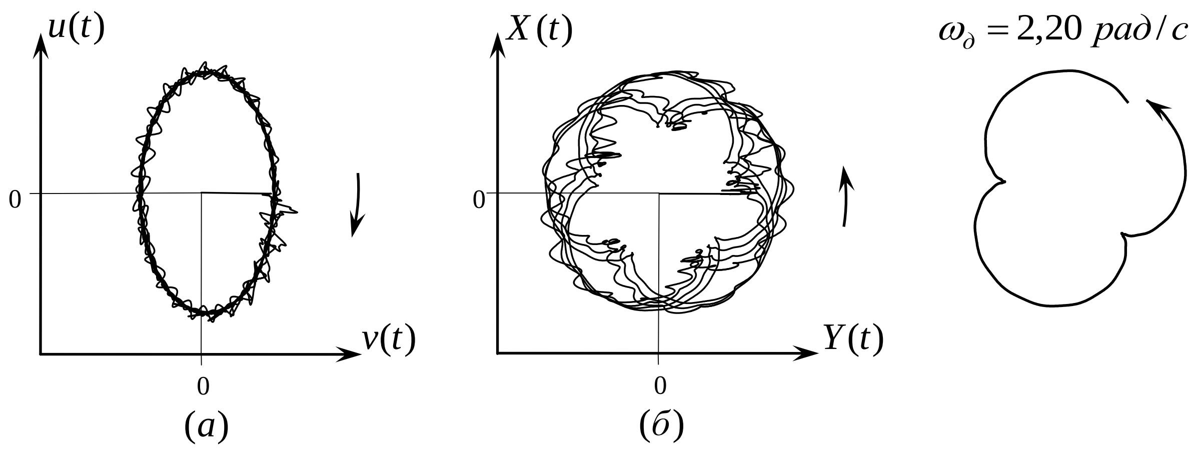


Рисунок 4.39 − Траєкторії руху центра долота в системі координат, що обертається *Oxyz* (а), і в нерухомій системі координат (б) (випадок $T = -1\cdot10^4$ Н, $M_z = -1\cdot10^4$ Н·м, $a = 0{,}1$ м, $b = 0{,}5$ м, $\omega = 5$ рад/с)

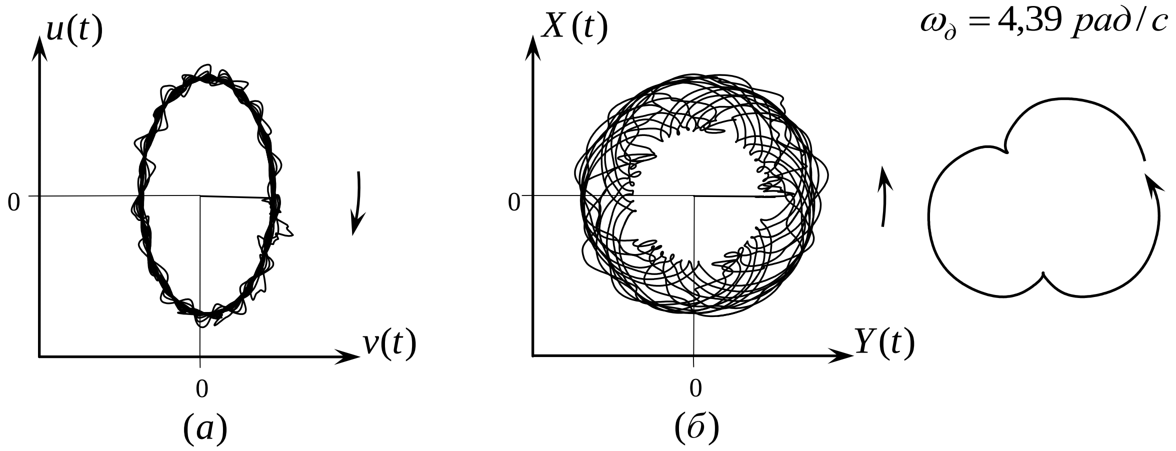


Рисунок 4.40 − Траєкторії руху центра долота в системі координат, що обертається *Oxyz* (а), і в нерухомій системі координат (б) (випадок $T = -1\cdot10^4$ Н, $M_z = -1\cdot10^4$ Н·м, $a = 0{,}1$ м, $b = 0{,}5$ м, $\omega = 10$рад/с)

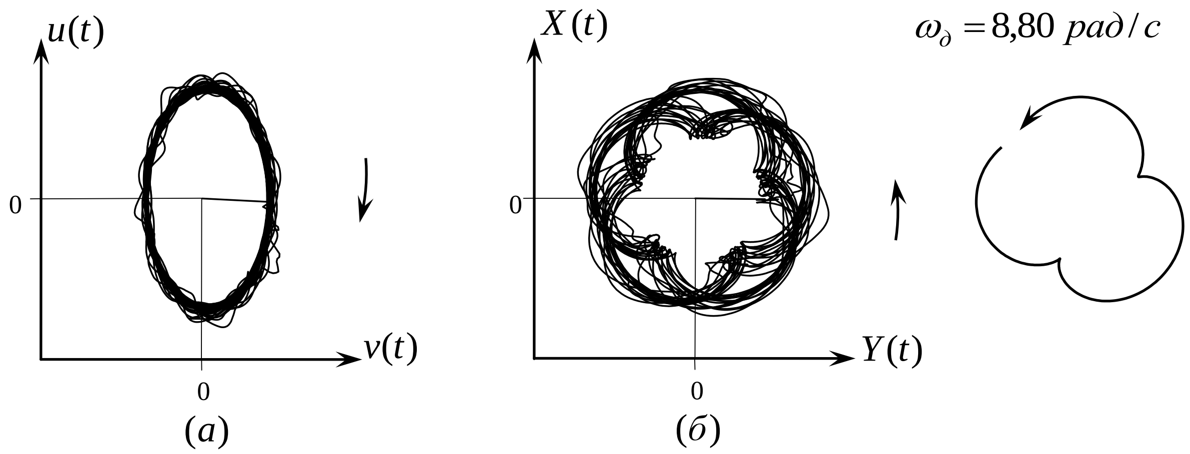


Рисунок 4.41 − Траєкторії руху центра долота в системі координат, що обертається *Oxyz* (а), і в нерухомій системі координат (б) (випадок $T = -1\cdot10^4$ Н, $M_z = -1\cdot10^4$ Н·м, $a = 0{,}1$ м, $b = 0{,}5$ м, $\omega = 20$ рад/с)

коливання з малими амплітудами.

У нерухомій системі графіки сил тертя $F_X^{тер}(t)$ та $F_Y^{тер}(t)$ мають вигляд загасаючих коливань, які плавно переходять у постійні синусоїдальні коливання (рис. 4.29). Функції прогину $u(z)$, $v(z)$ бурильної колони в системі координат, що обертається, подані на рис. 4.30. При кутовій швидкості $\omega = 10$ рад/с та $\omega = 20$ рад/с графіки сил тертя в обох системах є аналогічними.

Якщо поздовжню силу збільшити до $T = -1 \cdot 10^5$ Н, а кутову швидкість варіювати в межах $5 \le \omega \le 20$ рад/с, то траєкторією руху долота в рухомій системі координат є коло меншого радіуса, ніж у нерухомій системі координат (рис. 4.31). Кутова швидкість долота ω_∂ при цьому змінюється від $\omega_\partial = 5{,}44$ рад/с до $\omega_\partial = 10{,}05$ рад/с.

На рис. 4.32, 4.33 представлені випадки для $T = -1 \cdot 10^4$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^5$ Н·м, $a = 0{,}1$ м, $b = 0{,}3$ м, $0 \le \omega \le 20$ рад/с. Траєкторією руху долота в обох системах є складні петлеподібні криві, що стрімкіше розширюються зі збільшенням кутової швидкості. Швидкість ω_∂ для них не підраховувалася.

При $T = -1 \cdot 10^5$ Н, $M_z = -1 \cdot 10^5$ Н·м, $a = 0{,}1$ м, $b = 0{,}3$ м, $\omega = 5$ рад/с (рис. 4.34) траєкторією руху центра C долота в системах координат $Oxyz$ та $OXYZ$ є розширюючі спіралі. Тому такий рух можна вважати нестійким. Для кутової швидкості, рівній $\omega = 20$ рад/с (рис. 4.35), траєкторія руху долота в обох системах набуває форми петлеподібної кривої. Тут цікаво відмітити суттєве збільшення кутової швидкості ω_∂ оберненого кружляння долота відносно нерухомої системи координат $OXYZ$, яка зросла до $\omega_\partial = 62{,}8$ рад/с і значно перевищила швидкість ω обертання бурильної колони. Такий ефект спостерігається і на практиці. Подальше збільшення поздовжньої сили до $T = -5 \cdot 10^5$ Н приводить до аналогічних результатів (рис.4.36 − 4.38). Долото рухається проти годинникової стрілки.

Результати дослідження більш продовгуватого долота ($a = 0{,}1$ м, $b = 0{,}5$ м) подані на рис. 4.39 − 4.41. У системі координат, що обертається, траєкторією руху є еліпс. У нерухомій системі координат за один оберт траєкторією руху долота є трипелюсткова квітка, яка при подальшому русі повертається, утворюючи криву складної конфігурації. Оскільки в нерухомій системі координат бурильна колона обертається за годинниковою стрілкою, а долото рухається в протилежному напрямку, то має місце зворотне кружляння. Даний режим є небезпечним для буріння.

4.4 Порівняння результатів розрахунків, отриманих на основі фрикційних і неголономних моделей

Як відзначено в розділах 2, 3, при використанні фрикційної моделі дослідження коливань кружляння суттєвий вплив на досліджуваний процес чинить вибір коефіцієнта тертя μ. Відомо, що його значення залежить від трибологічних властивостей тіл, що труться, і якості обробки їхніх поверхонь. Однак можна відмітити, що для бурильного долота цей коефіцієнт може суттєво перевищити його значення, прийняте в науковій літературі. Цей факт пов’язаний із наявністю на поверхні долота алмазних різців, які значно збільшують зчеплення між контактуючими тілами, додаючи також невизначеність у виборі величини μ. В зв’язку з цим вище були вибрані його значення, які складають μ = 0,2, 0,5, 1,0, 10, 30. Після цього в кожному випадку ця проблема розв’язувалася з використанням неголономної моделі. Для аналізу впливу цього фактора на характер автоколивань долота порівняємо результати наведені на рисунках 3,6, 3.10, 3,15, 3.19 для фрикційної моделі, з відповідними результатами аналізу, виконаними за допомогою неголономної моделі, наведеними на рисунках 4.27, б, 4.31, б, 4.5, б, 4.11, б. Для наочності цього порівняння в кожних із розглянутих випадках форми руху долота за фрикційними і неголономними моделями представлені сумісно на рис. 4.42 − 4.45.

На рис. 4.42 показано шість траєкторій коливань кружляння центра продовгуватого еліпсоїдального долота в нерухомій системі координат. Вони дозволяють проаналізувати за характером еволюції коливань кружляння зі

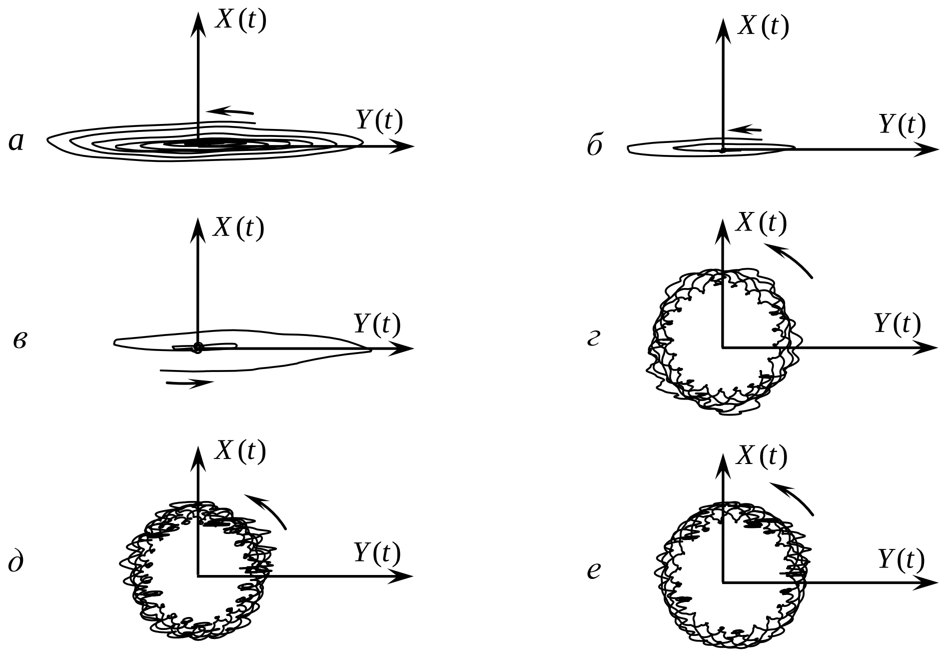


Рисунок 4.42 − Траєкторії руху продовгуватого долота в нерухомій системі *OXYZ* ($T = -\,1\cdot10^4$ Н, $M_z = -\,1\cdot10^4$ Н·м, $\omega = 5$ рад/с): *а* − $\mu = 0{,}2$; *б* − $\mu = 0{,}5$; *в* − $\mu = 1$; *г* − $\mu = 10$; *д* − $\mu = 30$; *е* − неголономна модель

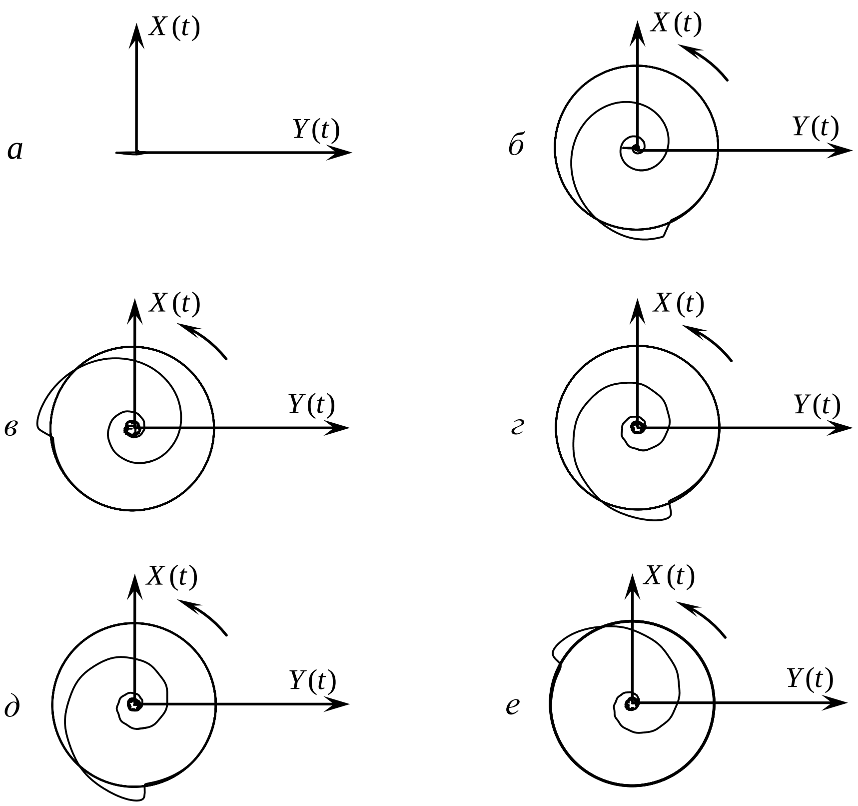


Рисунок 4.43 − Траєкторії руху продовгуватого долота в нерухомій системі *OXYZ* ($T = -\,1\cdot10^5$ Н, $M_z = -\,1\cdot10^4$ Н·м, $\omega = 5$ рад/с): *а* − $\mu = 0{,}2$; *б* − $\mu = 0{,}5$; *в* − $\mu = 1$; *г* − $\mu = 10$; *д* − $\mu = 30$; *е* − неголономна модель

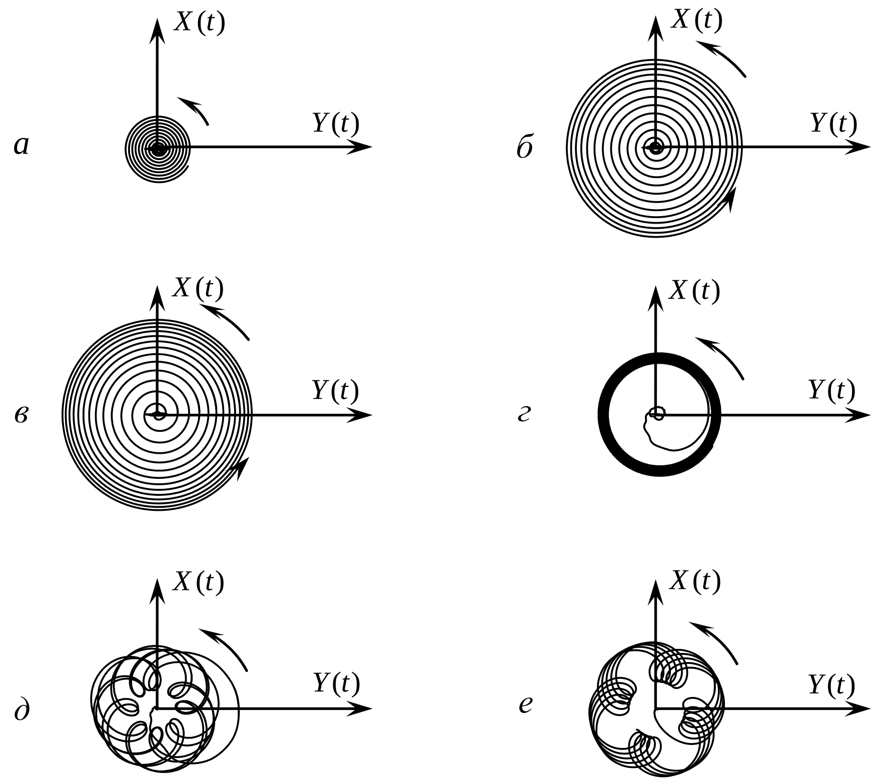


Рисунок 4.44 – Траєкторії руху сплюснутого долота в нерухомій системі *OXYZ* ($T = -1{\cdot}10^4$ Н, $M_z = -1{\cdot}10^4$ Н·м, $\omega = 5$ рад/с): *а* – $\mu = 0{,}2$; *б* – $\mu = 0{,}5$; *в* – $\mu = 1$; *г* – $\mu = 10$; *д* – $\mu = 30$; *е* – неголономна модель

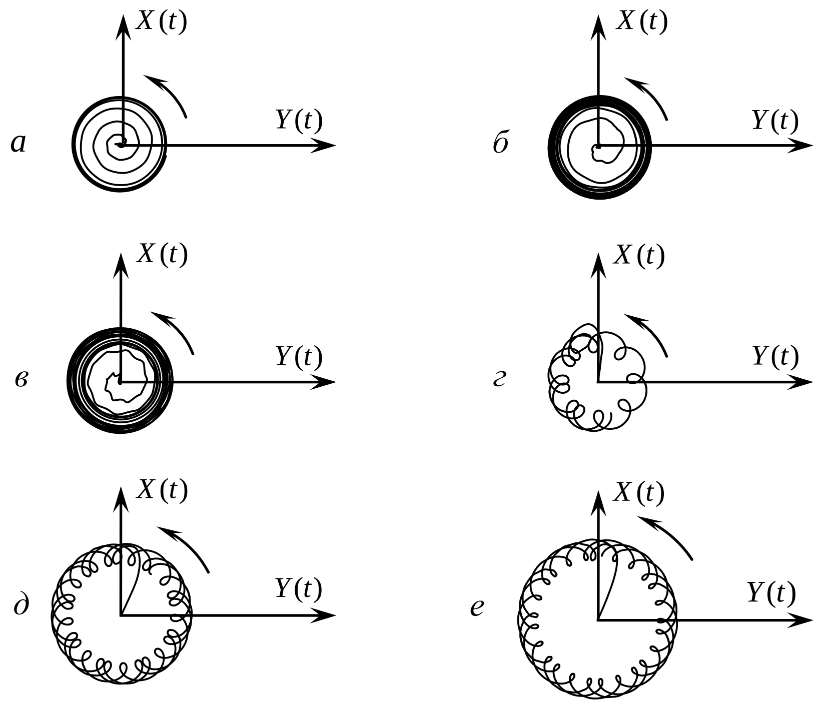


Рисунок 4.45 – Траєкторії руху сплюснутого долота в нерухомій системі *OXYZ* ($T = -1{\cdot}10^5$ Н, $M_z = -1{\cdot}10^4$ Н·м, $\omega = 5$ рад/с): *а* – $\mu = 0{,}2$; *б* – $\mu = 0{,}5$; *в* – $\mu = 1$; *г* – $\mu = 10$; *д* – $\mu = 30$; *е* – неголономна модель

збільшенням коефіцієнта тертя. Як видно, якщо коефіцієнт тертя малий ($\mu \leq 1$), то сили пружності долота перевищують сили тертя і примушують долото до повернення в вихідний незбурений стан. При цьому коливання набувають неупорядкований характер, хоча їхня амплітуда при цьому зменшується (рис. 4.42, а – в). Можна вважати, що ці режими руху є стійкими.

Однак, якщо зчеплення між долотом і породою є суттєвим ($\mu \geq 10$), сили тертя перевищують сили пружності та примушують долото рухатися за схемою кінематичного збудження. При цьому замкнуті траєкторії, побудовані за допомогою фрикційної (рис. 4.42, г – д) і чисто кінематичної, тобто неголономної (рис.4.42,е), моделей майже співпадають. З практичної точки зору такі коливання також можуть вважатися стійкими, оскільки траєкторії не виходять за границі обмеженої області. Необхідно відзначити, однак, що в межах цієї області траєкторії мають загострені точки звороту, в яких прискорення руху різко зростає. Тому такі форми руху можна вважати несприятливими.

У той же час збільшення сил зчеплення може бути досягнуте за рахунок зростання сили T. Так, якщо збільшити цю силу від $T = -10^{-4}$ Н до величини $T = -10^{-5}$ Н (рис. 4.43), то кінематична природа процесу коливань кружляння стає очевидною навіть при $\mu = 0{,}5$ (рис. 4.43, б), яка, скоріше за все, є малою для бурильного процесу. Також помітно, що в цьому випадку фрикційні та неголономні моделі мають добру відповідність. На початку траєкторна крива розгортається по спіральній лінії, але потім рух долота встановлюється, і воно починає перекочуватися за стійкою коловою траєкторією (граничний цикл).

Траєкторії руху сплюснутого долота ($a = 0{,}3$ м, $b = 0{,}1$ м) є менш стійкими до величини сили зчеплення, яка виникає при фрикційній взаємодії долота і породи. Так, коли осьова сила мала (рис. 4.44 для $T = -10^{-4}$ Н), траєкторії коливань кружляння для випадку $\mu \leq 1{,}0$ мають форми розбіжних спіралей (позиції а – в). Тому ці режими розцінюються як нестабільні. В цих ситуаціях кутова швидкість коливань кружляння має малі значення і не перевищує частоту власного обертання бурильної колони. Проте ці режими негативно впливають на процес буріння, поза як вони призводять до ударної взаємодії долота зі стінкою свердловини. Якщо $\mu = 10$ (рис. 4.44, г), розбіжна спіраль починає збігатися до стійкого циклу. При подальшому збільшенні μ до 30 траєкторія прагне до нерегулярної петлеподібної кривої з обмеженими розмірами (рис. 4.44, д). І нарешті, коли зчеплення стає абсолютним й утворюється кінематичний контакт (рис. 4.44, е), рух стає добре впорядкованим і траєкторія являє собою більш регулярну петлеподібну криву. Проте це не означає, що цей режим стає сприятливим, оскільки, коли долото рухається вздовж малих петель, воно відчуває великі прискорення, які збурюються значними динамічними навантаженнями. З збільшенням сили T (рис. 4.45) вказані закономірності зберігаються, хоча в цьому випадку траєкторні петлі стають меншими і з цієї причини ще більше небезпечними. Крім того, якщо ці траєкторні петлі розглядати як додаткові оберти долота навколо деяких нерухомих точок, то кутова швидкість коливань кружляння долота може бути виражена через число таких петель. Для представленого випадку ця швидкість в 1,65 раза більша, ніж кутова швидкість ω.

У таблиці 4.1 отримані результати представлені в узагальненій формі. В ній коментуються властивості стійкості коливань кружляння, форми цих коливань і повна кутова швидкість ω_∂ долота відносно нерухомої системи координат. Підкреслимо ще раз, що тут термін «стійкість» використовується в дещо спрощеній формі, а саме вважається, що ці коливання стійкі, якщо відхилення центра долота від осі колони після збурення наближається до нуля або не збільшується. Якщо під час спостережень відхилення долота від осі збільшується, рух вважається нестійким. Відзначимо, що символ ω_∂, який використовується в таблиці 4.1, означає середню кутову швидкість центра долота у фіксованій системі координат.

Комп'ютерне моделювання коливань кружляння долота свідчить про те, що ці процеси є також дуже чутливими до будь-яких змін характерних

Таблиця 4.1 − **Кінематична характеристика коливань кружляння**

№ рисунка	Значення характерних параметрів	μ	Стійкість	Форма кружляння	ω_b, с$^{-1}$
1. Рис 4.42	a = 0,1 м, b = 0,3 м, $T = -\ 1{\cdot}10^4$ Н, $M_z = -\ 1{\cdot}10^4$ Н·м, ω = 5 рад/с	0,2	Стійка	Нерегулярна крива	2,2
		0,5	Стійка	Нерегулярна крива	4,4
		1,0	Стійка	Нерегулярна крива	4,4
		10	Стійка	Коливання у кільці	6,6
		30	Стійка	Коливання у кільці	6,6
		Неголон.	Стійка	Коливання у кільці	7,5
2. Рис 4.43	a = 0,1 м, b = 0,3 м, $T = -\ 1{\cdot}10^5$ Н, $M_z = -\ 1{\cdot}10^4$ Н·м, ω = 5 рад/с	0,2	Стійка	Нерегулярна крива	3,1
		0,5	Стійка	Граничний цикл	5,7
		1,0	Стійка	Граничний цикл	5,7
		10	Стійка	Граничний цикл	5,7
		30	Стійка	Граничний цикл	5,7
		Неголон.	Стійка	Граничний цикл	5,7
3. Рис 4.44	a = 0,3 м, b = 0,1 м, $T = -\ 1{\cdot}10^4$ Н, $M_z = -\ 1{\cdot}10^4$ Н·м, ω = 5 рад/с	0,2	Нестійка	Спіраль, що розширюється	5,2
		0,5	Нестійка	Спіраль, що розширюється	5,5
		1,0	Нестійка	Спіраль, що розширюється	5,5
		10	Стійка	Граничний цикл	5,5
		30	Стійка	Коливання у кільці	7,7
		Неголон.	Стійка	Чотирьохпелюсткова квітка	8,7
4. Рис 4.45	a = 0,3 м, b = 0,1 м, $T = -\ 1{\cdot}10^5$ Н, $M_z = -\ 1{\cdot}10^4$ Н·м, ω = 5 рад/с	0,2	Стійка	Спіраль з граничним циклом	5,02
		0,5	Стійка	Спіраль з граничним циклом	5,02
		1,0	Стійка	Спіраль з граничним циклом	5,02
		10	Стійка	Багатопелюсткова квітка	7,5
		30	Стійка	Багатопелюсткова квітка	7,9
		Неголон.	Стійка	Багатопелюсткова квітка	7,9

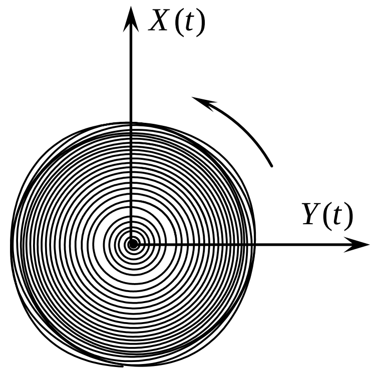


Рисунок 4.46 − Траєкторія руху центра С сплюснутого долота в нерухомій системі координат ($T = -1{\cdot}10^4$ Н, $M_z = -1{\cdot}10^4$ Н·м, a = 0,3 м, b = 0,1 м, μ = 10, ω = 10 рад/с, $0 \le t \le 20$ с)

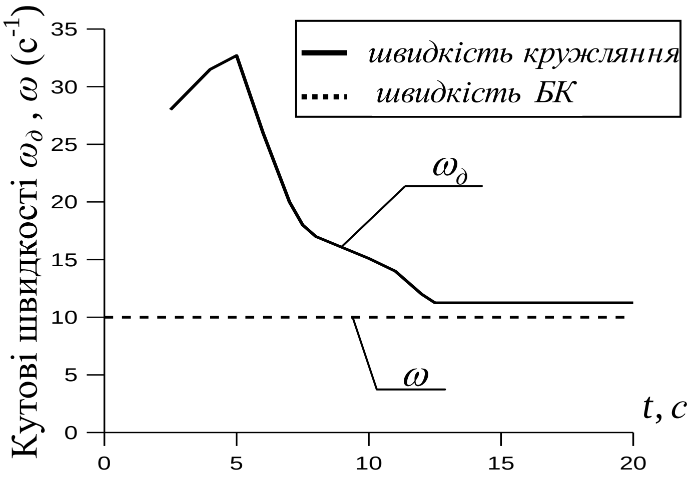


Рисунок 4.47 − Функції кутових швидкостей кружляння долота ω_∂ і бурильної колони (ω)

параметрів системи, хоча ефекти явищ нестійких рухів і збільшення швидкості кружляння виражені більш чітко. На рис. 4.46 показана траєкторія коливання кружляння для сплюснених еліпсоїдних доліт при значеннях параметрів a = 0,3 м, b = 0,1 м, $T = -1{\cdot}10^4$ Н, $M_z = -1{\cdot}10^4$ Н·м, μ = 1,0, ω = 10 рад/с. Вони являють собою нестійку спіраль, що розширюється, але, важливіше, на початковому етапі руху ($0 \le t \le 5$ с), кутова швидкість ω_∂ = 32,7 рад/с перевищує кутову швидкість бурильної колони ω в 3,27 раза.

Залежність параметра ω_∂ від часу t представлена на рис. 4.47. Можна бачити, що з розширенням спіралі долото віддаляється від центра системи і величина ω_∂ зменшується. На часовому інтервалі $15 \le t \le 20$ с його відношення падає до значення 1,25. Також встановлено, що рух кружляння стає більш нестійким зі збільшенням стискувальної сили T, яка призводить до збільшення сили зчеплення і зменшення жорсткості бурильної колони, що падає при збільшенні довжини e.

4.5 Висновки до розділу 4

1. У четвертому розділі розроблена математична модель самозбудження коливань кружляння бурильних колон при неголономному коченні еліпсоїдальних доліт. Вона виявляється прийнятною для випадків, коли сили фрикційного зчеплення між поверхнями долота і свердловини є великими, а згинальна жорсткість бурильної колони порівняно мала.

2. За допомогою представленої моделі досліджені випадки неголономного кочення доліт в формі продовгуватих і сплюснутих еліпсоїдів обертання. Показано, що для них реалізуються рухи в досить складних формах із траєкторіями у вигляді багатопелюсткових квіток, зірок з великим числом променів, а також спіральних траєкторій і траєкторій з граничними циклами.

3. Результати моделювання підтвердили експериментальні дані про те, що кутова швидкість коливання кружляння долота може в декілька разів перевищувати кутову швидкість бурильної колони.

4. Виконане порівняння результатів розрахунків, отриманих на основі фрикційної та неголономної моделей. Показано, що результати розв’язання, одержані за допомогою неголономної моделі, являють собою граничні стани режимів рухів фрикційних систем, реалізованих при великих значеннях коефіцієнтів тертя. Відзначений факт може служити підтвердженням достовірності результатів динамічного моделювання коливань кружляння.

ВИСНОВКИ ДО ДИСЕРТАЦІЙНОЇ РОБОТИ

Дисертаційна робота присвячена постановці та розв’язанню нової актуальної наукової задачі про пружні згинальні нелінійні коливання конструкцій бурильних колон, що обертаються, у порожнинах глибоких свердловин у режимах позаштатних самозбуджених коливань кружляння їхніх доліт по поверхні дна свердловини. Отримані наступні наукові результати:

1. На базі огляду вітчизняних і зарубіжних публікацій зроблений висновок, що зазвичай теоретичне моделювання згинальних пружних коливань конструкцій бурильних колон, викликаних коливаннями кружляння їх доліт, здійснюється із застосуванням спрощених математичних моделей, які не відображають найбільш характерні властивості таких процесів, що спостерігаються на практиці та включають прямі й обернені кружляння, а також стійкі та нестійкі рухи за складними траєкторіями, швидкості яких можуть перевищувати швидкість обертання колони.
2. Зроблений висновок про актуальність задачі комп’ютерного моделювання пружних коливань кружляння бурильних колон при прямому й оберненому кружлянню їхніх доліт із застосуванням фрикційних моделей, коли долото різної геометричної форми може ковзати по поверхні дна свердловини, і неголономних моделей, коли долото перекочується по цій поверхні без проковзування.
3. Вперше на основі методів будівельної механіки і теорії динамічних систем розроблені вдосконалені математичні моделі пружних коливань бурильних колон, що обертаються, при коченні сферичних та еліпсоїдальних (сплюснутих або продовгуватих) доліт по криволінійних поверхнях дна свердловин. З урахуванням фрикційного та неголономного механізмів кочення долота виведенні розв’язувальні рівняння пружних згинальних коливань низу бурильної колони.
4. Розроблена методика числового інтегрування побудованих диференціальних рівнянь з частинними похідними при сформульованих

крайових умовах і заданих параметрах початкового стану системи. Вона заснована на застосуванні методу скінченних різниць на ділянці, вибраній для розрахунку сегмента бурильної колони, і неявної схеми числового інтегрування за часом. Розроблена і налагоджена обчислювальна система для комп'ютерного моделювання процесів пружних згинальних коливань бурильних колон при розглянутих режимах кружляння доліт різної геометрії.

5. За допомогою розробленої системи виконаний комп'ютерний аналіз пружних коливань бурильної колони і долота при різних значеннях геометричних і механічних параметрів. Побудовані форми коливань кружляння долота в нерухомій і рухомій системах координат. Показано, що розрахункові траєкторії руху долота можуть мати вигляд спіралей, що розширюються (нестійкий рух) або звужуються (стійкий рух), а також багатодольчастих фігур і багатопроменевих зірок, які зареєстровані в експериментах. Вони характеризуються великими значеннями прискорень руху і тому становлять небезпеку для системи.

6. Аналіз результатів комп'ютерного моделювання дозволяє зробити висновок, що для розглянутої системи пружної бурильної колони з долотом сили тертя відіграють принципово іншу роль порівняно з випадками простих дисипативних систем. У звичайних системах з рухомими елементами конструкцій, що труться, здійснюється дисипація кінетичної енергій і гасіння вимушених коливань. Проте в системі бурильна колона–долото, що обертаються, сили тертя між долотом і поверхнею дна свердловини, навпаки, примушують долото здійснювати складний рух по дну свердловини і переходити в режим усталених або неусталених коливань, які блукають відносно осі обертання. У таких випадках ці сили можуть сприяти підводу додаткової енергії від джерела обертання БК до долота і збуджувати коливання. Такі режими можна розцінювати як режими фрикційного або кінематичного самозбудження коливань системи за рахунок дій, викликаних силами зчеплення між долотом, що обертається, і поверхнею породи.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Андронов А. А. Теория колебаний / А. А. Андронов, А. А. Витт, С. Э. Хайкин. – М.: Физматгиз, 1959. – 915 с.
2. Астацов И.С. Об устойчивости вращения кельтского камня / И.С. Астацов // Вестник МГУ Сер. 1. Мат. Механ. – 1980. – №2. – С.97-100.
3. Ахметов И. М. О динамических режимах при бурении / И. М. Ахметов // Изв. вузов. Нефть и газ. – 1988. – № 5. – С. 34–37.
4. Бабаков И. М. Теория колебаний / И. М. Бабаков. – М.: Наука, 1968. − 559 с.
5. Балицкий В. П. К вопросу изучения собственных продольных колебаний бурильной колонны и ее резонансных свойств / В. П. Балицкий // Машины и нефтяное оборудование. – 1979. – №12. – С. 15–19.
6. Басарыгин Ю.М. Осложнения и аварии при бурении нефтяных и газовых скважин / Ю.М. Басарыгин, А.И. Булатов, Ю.М. Проселков. − Недра, 2000. − 680с.
7. Басов И. А. Глубоководное бурение в океанах / И. А. Басов // Соросовский образовательный журнал. – 2001. – Т.7, № 10. – С. 59 – 66.
8. Бидерман В. Л. Теория механических колебаний / В. Л. Бидерман. – М.: Высш.шк., 1980. – 408 с.
9. Борисов А.В. Избранные задачи неголономной механики / А.В. Борисов, И.С. Мамаев, А.А. Килин. – Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005. – 290 с.
10. Борщ О.І. Методи неголономної геометрії в задачах моделювання коливань кружляння колон глибокого буріння / О.І. Борщ, Л.В. Шевчук, А.І. Вітюгов // LXIII наукова конференція професорського-викладацького складу, аспірантів, студентів та співробітників відокремлених структурних підрозділів університету, 16 − 18 травня 2012р.:тези доповідей. −К., 2012. – С. 417.

11. Борщ О.І. Моделювання режимів самозбудження коливань долота бурильної колони з метою їх запобігання / О.І. Борщ, С.М. Худолій, Л.В. Шевчук // Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір, комп’ютерна програма. – №45149. – 13.08.2012.
12. Борщ О.І. Неголономна модель коливань кружляння бурильних колон / О.І. Борщ, Л.В. Шевчук // LXIX наукова конференція професорського-викладацького складу, аспірантів, студентів та співробітників відокремлених структурних підрозділів університету, 15 − 17 травня 2013р.: тези доповідей. −К., 2013– С. 450.
13. Борщ О.І. Неголономна динаміка кельтських каменів і коливання кружляння бурильних колон / О.І. Борщ, Л.В. Шевчук, Ю.А. Учаєв // LXX наукова конференція професорського-викладацького складу, аспірантів, студентів та співробітників відокремлених структурних підрозділів університету, 14 − 16 травня 2014р.: тези доповідей. −К., 2014. − С. 422.
14. Борщ О.І. Неголономне кочення еліпсоїдного тіла по шорсткій площині/ О.І. Борщ, Л.В. Шевчук // Вісник Національного транспортного університету. – 2012. – №. 26. Частина 2. – С. 400 – 405.
15. Борщ Е. И. Спиральные бегущие волны в упругих стержнях / Е. И. Борщ, Е. В. Ващилина, В. И. Гуляев // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. – 2009. – №2. – С.143 – 149.
16. Веремейкин Б. Я. Параметрические колебания бурильной колонны при вращательном бурении / Б. Я. Веремейкин // Машины и нефтяное оборудование. – 1975. − №7. – С. 19–23.
17. Выбор многоопорных компоновок низа бурильной колонны при роторном бурении скважин / [Р. И. Стефурак, В. Д. Новиков, М. А. Мыслюк та ін.]– М.: ОАО ВНИИОЭНГ, 2000. – 64с.
18. Гайдайчук В.В. Моделювання коливань кружляння колон глибокого буріння / В.В. Гайдайчук, Л.В. Шевчук // Збірник наукових праць Українського інституту сталевих конструкцій імені В.М. Шимановського. – К.: Вид-во «Сталь», 2012. Вип.9 – С. 18-27.

19. Гайдайчук В.В. Неголономна динаміка коливань кружляння колон глибокого буріння / В.В. Гайдайчук, Л.В. Шевчук // Опір матеріалів і теорія споруд. – 2014. – №92. – С. 92 – 102.
20. Григулецкий В. Г. К исследованию продольного изгиба бурильной колонны с центраторами при роторном и турбинном бурении / В. Г. Григулецкий // Изв. вузов. Нефть и газ. – 1989. – №1. – С. 28–33.
21. Гуляев, В. И. Колебания кружения конструкции низа бурильной колонны / В. И. Гуляев, С. Н. Худолий, Е. И. Борщ // Проблемы прочности. – 2010. – №6. – С.13 − 25.
22. Гуляєв В.І. Комп'ютерне моделювання коливань кружляння доліт бурильних колон в глибоких свердловинах/ В.І. Гуляєв, В.В. Гайдайчук, Л.В. Шевчук // Нафтогазова галузь України. – 2013. − № 6. − С.14 − 16.
23. Гуляєв В.І. Неголономна динаміка долота бурильної колони в глибокій свердловині / В.І. Гуляєв, О.І. Борщ, Л.В. Шевчук // Вісник Національного транспортного університету. – 2011. – №. 24. Частина 2. – С. 297 – 301.
24. Гуляев В. И. Самовозбуждение неустойчивых колебаний в трубчатых системах с подвижными массами / В. И. Гуляев, В. В. Гайдайчук, Ф. Я. Абдулаев // Прикладная механика. –1997. – № 3. – С. 84–90.
25. Гуляєв В. І. Спіральні хвилі в закручених пружних трубчастих стержнях, що обертаються, з внутрішніми потоками рідини / В. І. Гуляєв, О. І. Борщ // Акустичний вісник. – 2007. – Том 10, №3. – С.12-18.
26. Гуляєв В.І**.** Теоретичний аналіз впливу профілю криволінійної свердловини на силу опору руху в ній бурильної колони / В.І. Гуляєв, В.В. Гайдайчук, Л.В. Гловач // Нафтова і газова промисловість. – 2010. – №3. – С. 20-23.
27. Гуляев В. И. Устойчивость периодических процессов в нелинейных механических системах / [В. И. Гуляев, В. А. Баженов, Э. А. Гоцуляк и др.]. – Львов: Вища школа, 1983. – 287 с.
28. Ден-Гартог Дж. П. Механические колебания / Дж. П. Ден-Гартог. –М.: ГИФМЛ, 1960. – 580 с.

29. Диментберг Ф. М. Динамика гибких роторов / Ф. М. Диментберг. – М.: Наука, 1972. – 133 с.
30. Диментберг Ф. М. Изгибные колебания вращающихся валов / Ф. М. Диментберг. – М.: Изд. АН СССР, 1959. – 247 с.
31. Дэринг Д. Продольные и угловые колебания колонны бурильных труб / Д. Дэринг, Б. Ливсей // Конструирование и технология машиностроения. Сборник трудов американского общества инженеров-механиков: Пер. с англ. – М.: Мир. – 1868. – Т.90, №4. – С.163– 173.
32. Добронравов В.В. Основы механики неголономных систем / В.В. Добронравов. – М.: Высшая школа, 1970. – 271 с.
33. Исследование динамики вращающейся колонны бурильных труб методом Галеркина / [З. Г. Керимов, М. А. Садыхов, Ф. К. Алиев, Т. К. Кулиев] // Изв. вузов. Нефть и газ. – 1992. –№3. – С .26–30.
34. Карапетян А.В. К вопросу об устойчивости стационарных движений неголономных систем / А.В. Карапетян // Прикладная математика и механика. – 1980. – Т.44, №3. – С. 418-426.
35. Кельзон А. С. Сужение зоны автоколебаний нагруженного вала, вращающегося в подшипниках скольжения / А. С. Кельзон, В. И. Яковлев // Известия АН СССР. Механика твердого тела. – 1971. – №5. – С.36-43.
36. Керимов З. Г. Динамические расчеты бурильной колонны / З. Г. Керимов. – М.: Недра, 1970. – 157 с.
37. Колесник Н. В. Динамическое уравновешивание гибких валов / Н. В. Колесник // Вестник машиностроения. –1952. – № 5.
38. Колесников Н. А. Определение частоты вращения долота, обеспечивающей объемное разрушение породы / Н. А. Колесников // Изв. вузов. Нефть и газ. – 1984. –№8. – С. 17–21.
39. Кулиев К. А. Амплитудно-частотный анализ динамически прихваченной бурильной колонны / К. А. Кулиев, М. А. Садыхов // Изв. вузов. Нефть и газ. – 1980. –№10. – С. 19–22.

40.Кушуль М. Я. Автоколебания роторов / М. Я. Кушуль. – М.: Изд-во АН СССР, 1963. – 168 с.

41.Лурье А. И. Аналитическая механика / А. И. Лурье. –М.: Физматгиз, 1961. – 834 с.

42.Малярчук Б. М. Резерви підвищення показників буріння і зниження динамічних напружень у бурильній колоні / Б. М. Малярчук // Нафт. і газова пром-ть.–2004.–№6.–С. 26–27.

43.Маркеев А.П. Динамика тела соприкасающегося с твердой поверхностью / А.П. Маркеев. – М.: Наука, 1992. – 336 с.

44.Маслов Г. С. Расчеты колебаний валов. Справочник / Г. С. Маслов. – М.: Машиностоение, 1980. – 152 с.

45.Меркин Д. Р. Введение в теорию устойчивости движения / Д. Р. Меркин. – М.: Наука, 1959. – 320 с.

46.Мислюк М. А. Буріння свердловин. Т.3, Вертикальне та скероване буріння / М. А. Мислюк, І. Й. Рибчич, Р. С. Яремійчук. – Київ.:"Інтерпрес ЛТД", 2004. – 294с.

47.Мойсишин В. М. Динамічна стійкість низу бурильної колони з опорно-центрувальними елементами / В. М. Мойсишин, І. М. Гураль, Р. С. Яремійчук // Нафт. і газова пром-ть.–2003.–№1.– С. 34–36.

48.Неймарк Ю.И. Динамика неголономных систем / Ю.И. Неймарк, Н.А. Фуфаев. – М.: Наука, 1967. – 519 с.

49.Николаи Е. Л. К теории гибкого вала / Е. Л. Николаи // Труды Ленинградского индустр. ин-та. – 1937. – № 6.

50.Пановко Я. Г. Основы прикладной теории колебаний и удара / Я. Г. Пановко. – Л.: Политехника, 1990. – 272 с.

51.Пановко Я. Г. Устойчивость и колебания упругих систем / Я. Г. Пановко, И. И. Губанова. – М.: Наука, 1979. – 384 с.

52.Перельмутер А. В. Устойчивость равновесия конструкций и родственные проблемы / А. В. Перельмутер, В. И. Сливкер. – М.: Издательство СКАД СОФТ, 2007. – Т.1. – 670 с.

53.Позняк Э. Л. Демпфирование вынужденных колебаний гибких роторов силами сухого трения / Э. Л. Позняк. – М.: Машиностроение, 1969. – 296 с.

54.Радченко В. Н. К определению частот собственных продольных колебаний ступенчатой колонны бурильных труб / В. Н. Радченко // Машины и нефтяное оборудование. – 1976. – №5. – С.13–16.

55.Растригин Л. А. Колебания гибкого вала при переходе через критическую скорость с учетом его связи с двигателем / Л. А. Растригин // Проблемы прочности в машиностроении. Изд. АН СССР, 1959. – №5.

56.Рашевский П.К. Курс дифференциальной геометрии / П.К. Рашевский. – М.: Наука, 1967. – 664 с.

57.Розпорядження Кабінету Міністрів України від 24 липня 2013 року № 1071 про енергетичну стратегію України на період до 2030 року. [Електронний ресурс]. – Доступний з http://zakon0.rada.gov.ua/laws/show/1071-2013-р.

58.Саркисов Г. М. Расчеты бурильных и обсадных колонн / Г. М. Саркисов. – М.: Недра, 1971. – 206с.

59.Сароян А. Е. Бурильные колонны в глубоком бурении / А. Е. Сароян. – М.: Недра, 1979. – 218с.

60.Сароян А. Е. Основы расчета бурильных колонн / А. Е Сароян.– М.: Гостоптехтиздат, 1961. – 176 с.

61.Сароян А. Е. Теория и практика работы бурильной колонны / А. Е Сароян. – М.: Недра, 1990. – 264 с.

62.Степанов Ю. С. Динамическая прочность бурильных колонн при колебательных процессах в системе долото-колонна / Ю. С. Степанов, В. Н. Савельев, В. В. Андрущенко // Изв. Вузов. Горный журнал. – 1992. – №7. – С.57–63.

63.Теоретичні основи моделювання динаміки бурильної колони під час роторного буріння глибоких свердловин / [В. М. Стасенко, В. М.

Карпенко, В. І. Гуляєв та ін.] // Нафтова і газова промисловість. – 2007. – № 2. – С.13 – 16.

64. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле / С.П. Тимошенко. − М.: ГИФМЛ, 1964. − 440 с.
65. Тихонов В. С. Свободные колебания вращающейся глубоководной бурильной колонны / В. С. Тихонов, И. Ю. Агеева // Сопротивление материалов и теория сооружений. К.: КГТУСА. – 1996. – Вып. 62. – С. 135–142.
66. Тондл А. Динамика роторов турбогенераторов / А. Тондл. – Л.: Энергия, 1971. – 387 с.
67. Улитин Г. М. О взаимном влиянии колебательных процессов в динамике буровых колонн / Г. М. Улитин, Ф. Л. Шевченко // Изв. вузов. Горный журнал. – 2000. – №6.– С.60–63.
68. Улитин Г. М. Продольные колебания упругого стержня, моделирующего буровую установку / Г. М. Улитин // Прикладная механика. – 2000. –№10. – С.125–128.
69. Улитин Г. М. Решение динамических задач на ударную нагрузку в буровых установках роторного типа / Г. М. Улитин // Вибрации в технике и технологиях. – 1998. –№2. – С.78–80.
70. Улитин Г. М. Ударные процессы в буровых установках / Г. М. Улитин, Ю. В. Петтик // Вибрации в технике и технологиях. – 2000. –№1. – С.70–74.
71. Феодосьев В. И. Избранные задачи и вопросы по сопротивлению материалов / В. И. Феодосьев. – М.: Наука, 1967. – 237 с.
72. Филиппов А. П. Колебания деформируемых систем / А. П. Филиппов. – М.: Машиностоение, 1970. – 732 с.
73. Фостер Б. “Сетевые графики”, улучшающие показатели бурения скважин с горизонтальным смещением забоя / Б. Фостер // Нефтегазовые технологии. – 2005, март. – №3. – С.19–24.
74. Фрост М. Анализ движения колонны бурильных труб при глубоком бурении. Движение, вызванное качкой судна / М. Фрост, Д. Уилхойт //

Конструирование и технология машиностроения. Сборник трудов американского общества инженеров-механиков: Пер с англ. – М.: Мир. – 1965. – №2. – С. 49–54.

75. Харченко Е. В. Динамические процессы буровых установок / Е. В. Харченко. – Львов: Свиточ, 1991. – 176 с.

76. Хаяси Т. Нелинейные колебания в физических системах / Т. Хаяси. – М.: Мир, 1968. – 423 с.

77. Худолій С.М. Самозбудження коливань кружляння долота бурильної колони в глибокій свердловині / С.М. Худолій, О.І. Борщ, Л.В. Шевчук // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкції. – 2012. – №.19. – С. 308 – 314.

78. Цзе Ф. С. Механические колебания / Ф. С. Цзе, И. Е. Морзе, Р. Т. Хинкл. – М.: Машиностоение, 1966. – 508с.

79. Циглер Г. Основы теории устойчивости конструкций / Г. Циглер – М.: Мир, 1971. – 192с.

80. Червінська О.С. Стан та перспективи розвитку підприємств нафтогазового комплексу України / О.С. Червінська, А.Я. Грицик // Науковий вісник НЛТУ України. − 2014. − Вип.24, №6. − С. 300 − 307.

81. Шевчук Л.В. Динаміка кочення доліт бурильної колони / .В. Шевчук // 12-й Міжнародний симпозіум українських інженерів-механіків у Львові, – Львів, 2015. – С. 29.

82. Шевчук Л.В. Аналіз коливань кружляння бурильних колон на основі фрикційної моделі / Л.В. Шевчук // Вісник Національного транспортного університету. — 2016. — Вип. 32. − С. 526 − 533.

83. Шевчук Л.В. Аналіз коливань кружляння бурильних колон на основі фрикційної моделі / Л.В. Шевчук // Вісник Національного транспортного університету. — 2015. — Вип. 31. − С. 561 − 567.

84. Шевчук Л.В. Коливання кружляння доліт бурильних колон / Л.В. Шевчук // Вісник Національного транспортного університету. — 2013. — Вип. 28. − С. 545 − 551.

85.Шевчук Л.В. Фрикційна модель коливань кружляння бурильних колон / Л.В. Шевчук // LXX наукова конференція професорського-викладацького складу, аспірантів, студентів та співробітників відокремлених структурних підрозділів університету, 12 − 15 травня 2015р.: тези доповідей. −К., 2015. − С. 462.

86.Шевчук Л.В. Критичні стани коливань кружляння бурильних колон в глибоких свердловинах / Л.В. Шевчук // Міжнародна наукова конференція «Сучасні проблеми математичного моделювання та обчислювальних методів». 19-22 лютого 2015р. – Рівне: РВВ РДГУ, 2015. – С. 179.

87.Юртаев В. Г. Динамика буровых установок / В. Г. Юртаев. – М.: Недра, 1987. – 155 с.

88.Abbassian F. Application of stability approach to torsional and lateral bit dynamics / F. Abbassian, V.A. Dunayevsky // SPE Drilling & Completion. − 1998. − V.13, №2. − P. 99-107.

89.Ahmadian H. Drill string vibration modeling including coupling effects / H. Ahmadian, S. Nazari, H. Jalali // International Journal of Engineering Science. − 2007. − V.18, №3-4. P. 59 − 66.

90.Analysis of friction-induced limit cycling in an experimental drill-string system / N. Mihajlović, A.A. Van Veggel, N. Van de Wouw, H. Nijmeijer // Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control. − 2004. − V.126, № 4. − P. 709-720.

91.A new approach to the analysis of drillstring fatigue behaviour / [A. Baryshnikov, A. Calderoni, A. Ligrone, P. Ferrara] // SPE Drilling & Completion. – 1997.– V.12, №2. – P. 77–84.

92.Ashley H. Bending vibrations of a pipeline containing flowing fluid / H. Ashley, G. Haviland // Journal of Applied Mechanics. – 1950. – V.17. – P. 229-232.

93.Barakat E.R. The effect of hydraulic vibrations on initiation of buckling and axial force transfer for helically buckled pipes at simulated horizontal wellbore conditions / E.R. Barakat, S.Z. Miska, N.E. Takach // SPE / IADC Drilling Conference, 20-22 February 2007, Amsterdam, Netherlands.

94. Benjamin T.B. Dynamics of a system of articulated pipes conveying fluid. 11 Experiments / T.B. Benjamin // Proceedings of the Royal Society (London). – 1961. – V.261 – P. 457-486.

95. Besaisow A.A. A study of excitation mechanisms and resonances inducing bottomhole-assembly vibrations / A.A. Besaisow, M.L. Payne // SPE Drilling Engineering. – March 1988. – P. 93–101.

96. BHA and drillstring modeling maximizes drilling performance in lateral wells of Barnett shale gas field of N. Texas / [S.S. Janwadkar, D.G. Fortenberry, G.K. Roberts et al.] // This paper was prepared for presentation al the 2006 SPE Gas Technology Symposium held in Calgary, Alberta, Canada, May 15−17, 2006.

97. Bifurcation analysis of a neutral delay differential equation modelling the torsional motion of a driven drill-string / [A.G. Balanov, N.B. Janson, P.V.E. McClintock et al] //Chaos, Solitons & Fractals. – 2003. – V.15, №2. − P.381–394.

98. Bishop R.E.D. Vibration and Balancing of Flexible Shafts/ R.E.D. Bishop, A.G. Parkinson // Appl. Mech., Revs, 21. – 1968. – №5. – P. 439-451.

99. Bit design − top to bottom [P. Centala, V. Challa, B. Durairajan et al.] // Oilfield Review. − 2011. − V.23, №2. − P. 14 − 17.

100. Brett J.F. Bit whirl- a new theory of PDC bit failure / J.F. Brett, T.M. Warren, S.M. Behr // SPE Drilling Engineering. – 1990. – V.5, №6 – P. 275–281.

101. Brett J.F. The genesis of torsional drillstring vibrations / J.F. Brett // SPE Drilling Engineering. – 1992. – V.7. – P. 168–174.

102. Challamel N. Rock destruction effect on the stability of a drilling structure / N. Challamel // Journal of Sound and Vibration. – 2000. – V.233, №2.– P. 235–254.

103. Chen D.C. Advanced drillstring dynamics system integrates real-time modeling and measurements / D.C. Chen, M. Smith, S. LaPierre // SPE Latin American and Caribbean Petroleum Engineering Conference, 27– 30 April 2003, Port-of-Spain, Trinidad and Tobago. – P. 97– 104.
104. Chen S.L. Field investigation of the effects of stick-slip, lateral, and whirl vibrations on roller-cone bit performance / S.L. Chen, K. Blackwood, E. Lamine // SPE Drilling & Completion. − 2002. − V.17. − P.15–20.
105. Chia C.R. A new wellbore position calculation method / C.R. Chia, W.J. Phillips, D.L. Aklestad // SPE Drilling & Completion. – 2003. – V.18, №3. – P. 209–213.
106. Childs D.W. Prediction of dry-friction whirl and hip between a rotor and a stator / D.W. Childs, A. Bhattacharya // Journal of Vibration and Acoustics. − 2007. − V.129. − P. 355 − 362.
107. Choe J. Well-control analyses on extended-reach and multilateral trajectories / J. Choe, J.Schubert, H. Juvkam-Wold // SPE Drilling & Completion. – 2005. – V.20, №2. – P. 101–108.
108. Chow J. Energy resources and global development / J. Chow, R.J. Kopp, P.R. Portney // Science. – 2003. – V.302. – P. 1528 – 1531.
109. Christoforou A.P. Dynamic modelling of rotating drillstrings with borehole interactions / A.P. Christoforou, A.S. Yigit // Journal of Sound and Vibration. – 1997. – V.206, №2.– P. 243–260.
110. Christoforou A.P. Fully coupled vibrations of actively controlled drillstrings / A.P. Christoforou, A.S. Yigit // Journal of Sound and Vabration. − 2003. − V. 267, № 5. − P. 1029 − 1045.
111. Completion and well-performance results, genesis field, deepwater Gulf of Mexico / [R.D. Pourciau, J.H. Fisk, F.J. Descant, R.B. Waltman] / SPE Drilling & Completion. – 2005. – V.20, №2. – P. 147–155.
112. Coupled dynamics of drill strings: Numerical and experimental investigations / N. Vlajic, C.M. Liao, H. Karki, B. Balachandran // ENOC 2011

The 7th European Nonlinear Dynamics Conference. − 2011, 24 − 29 July, Rome, Italy.

113. Critical states of drill columns in superdeep oil and gas boreholes / [V.I. Gulyayev, S.N. Hudoliy, I.V. Gorbunovich, L.V. Glovach] // Proceedings of the Second International Conference, Nonlinear Dynamics Dedicated to the 150-th Anniversary of A.M. Lyapunov. – Kharkov. – 2007. – P. 83–88.

114. Critical states of self-exciting non-linear vibrations of deep drill strings / Gulyaev V.I., Glushakova O.V., Shevchuk L.V., Glazunov S.N. // ENOC 2014 8th European Nonlinear Dynamics Conference. Vienna, Austria, July 6-11, 2014. − P. 116.

115. Cunha J.C. Buckling of tubulars inside wellbores : a review on recent theoretical and experimental works / J.C. Cunha // SPE Drilling & Completion. – 2004. – V. 19, № 1. – P.13– 20.

116. Decoupling stick/slip and whirl to achieve breakthrough in drilling performance / [X. Wu, L. C. Paez, U. T. Partin, M. Agnihotri,] // IADC/SPE Drilling Conference and Exhibition. − New Orleans − Louisiana, USA 2010.

117. Downhole measurement and monitoring lead to an enhanced understanding of drilling vibrations and polycrystalline diamond compact bit damage / [L. W. Ledgerwood, J. R. Jain, O. J. Hoffmann, R. W. Spencer] // SPE Drilling & Completion. − 2013. − V.28. − P.254–262.

118. Drill bit whirl mitigation analysis: an under actuated system perspective / F. Abdul Majeed, M. Karkoub, H. Karki, Y.L. Abdel Magid // International Journal of Sustainable Energy Development. − 2012. − V.1, №1/2/3/4. − P. 36 − 40.

119. Editorial. Avoiding an oil crunch / Editorial // Science. – 1999. – V.286, № 5437. – P. 47.

120. Edwards S. Imaging unstable wellbores while drilling / S. Edwards, B. Matsutsuyu, S. Willson // SPE Drilling & Completion. – 2004.– V.19, №4. – P. 236–243.

121. Enhancement of efficiency of deep drilling in shale rocks through computer prognostication of emergency situation / [M. Chudek, V. Gulyayev, P. Lugovyy, V. Kravets, S. Hudoly, E. Andrusenko, L. Shevchuk] // XV Jubileuszowe Międzynarodowe Sympozjum, Geotechnika - Geotechnics 2012, Poland, Gliwice - Ustron, 2012. – P. 261 – 270.

122. Extended reach drilling (ERD) technology enables economical development of remote offshore field in Russia / [J.R. McDermott, R.A. Viktorin, J.H. Schamp et al.] // SPE /IADC Drilling Conference, 23–25 February 2005, Amsterdam, Netherlands, 2005. – P. 183–188.

123. Friction-induced limit cycling in flexible rotor systems: an experimental drill-string set up / [N. Mihajlović, N. Van de Wouw, M.P.M. Hendriks, H. Nijmeijer] // Nonlinear Dynamics. − 2006. − V.46, № 3. − P.273 − 291.

124. Gulyayev V.I. Nonholonomic dynamics of drill string bit whirling in a deep bore-hole / V.I. Gulyayev, L.V. Shevchuk // Journal of Multi-body Dynamics. – 2013. – V.227. – P.234-244.

125. Gulyayev V.I. Free vibrations of drill strings in hyper deep vertical bore-wells / V.I. Gulyayev, O.I. Borshch // Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2011. – V.78. – P.759-764.

126. Gulyaev V.I. Whirl vibrations of the drillstring bottom hole assembly / V.I. Gulyaev, S.N. Khudolii, E.I. Borshch // Strength of Materials. −2010. − V.42 − P.637 – 646.

127. Gulyayev V.I. Quantized attractors in wave models of torsion vibrations of deep-hole drill strings / V.I. Gulyayev, O.V. Glushakova, S.N. Hudoliy // Mech. Solids. – 2010. – V.45, №2. – P.264-274.

128. Gulyayev V.I. Nonholonomic whirling vibrations of drill string bits in deep boreholes / V.I. Gulyayev,O.I. Borshch, L.V. Shevchuk // 4th International Conference "Nonlinear Dynamics", Sevastopol, June, 19-22, 2013. Proceedings. − P. 248 – 253.

129. Gulyayev V.I. Drill string bit whirl simulation with the use of frictional and nonholonomic models / V.I. Gulyayev, L.V. Shevchuk // Journal Vibration Acoustic. – 2015. – V.138, No.1. – P.011021-011021-9.

130. Interaction between torsional and lateral vibrations in flexible rotor systems with discontinuous friction / [N. Mihajlović, N. Van de Wouw, P.C.J.N. Rosielle, H. Nijmeijer] // Nonlinear Dynamics. − 2007. − V.50, № 3. − P.679 − 699.

131. Jansen J.D. Active damping of self-excited torsional vibrations in oil well drillstrings / J.D. Jansen, L. Van den Steen // Journal of Sound and Vibration. – 1995. – V.179, №4.– P. 647–668.

132. Jansen J.D. Non-linear rotor dynamics as applied to oilwell drillstring vibrations / J.D. Jansen // Journal of Sound and Vibration. − 1991. − V.147, № 1. − P. 115-135.

133. Jansen J.D. Nonlinear dynamics of oilwell drillstrings / J.D. Jansen. − Delft University Press, 1993. − 221 pp.

134. Jansen J.D. Whirl and chaotic motion of stabilized drill collars / J.D. Jansen // SPE Drilling Engineering. – 1992.– V.7, №2. – P. 107–114.

135. Johnson S.Ch. A new method of producing laterally stable PDC drill bits / S. Ch. Johnson // SPE Drilling & Completion. − 2008. − V.23. − P.314–324.

136. Kane T.R., Realistic mathematical modeling of the rattleback / T.R. Kane, D.A. Levinson // International Journal Non-Linear Mechanics. – 1892. – V.17, №3. – P. 175-186.

137. Kerr R.A. Bumpy road ahead for world’s oil / R.A. Kerr // Science, 18 Nov. 2005. – V. 310. – P. 1106–1108.

138. Kimba A. L. Internal Friction Theory of Shaft Whipping / A.L. Kimba − General Electric Rewiev, 1924. − V.17. –244pp.

139. Kovalyshen Y. A simple model of bit whirl for deep drilling applications / Y. Kovalyshen // Journal of Sound and Vibration. − 2013. − V.332, №24. − P.6321-6334.

140. Kovalyshen Y. A new model of bit whirl / Y. Kovalyshen // IADC/SPE Asia Pacific Drilling Technology Conference and Exhibition. − Tianjin − China, 2012.

141. Langeveld C.J. PDC bit dynamics / C.J. Langeveld // SPE/IADC Drilling Conference. − New Orleans − Louisiana, 1992. − P. 227−242.

142. Leine R.I. Stick-slip whirl interaction in drillstring dynamics / R.I. Leine, D.H. Van Campen, W.J.G. Keultjes // Journal of Vibration and Acoustics. – 2002. – V.124, April. – P.209-220.

143. Leine R.I. Stick-slip whirl interaction in drillstring dynamics / R.I. Leine, D.H. Van Campen // Solid Mechanics and its Applications. −2005. − V.122. − P. 287-296.

144. Lessons from integrated analysis of GOM drilling performance / [A.W. Iyoho, R.A. Meize, K.K. Millheim, M.J. Crumrine] // SPE Drilling & Completion. – March 2005. – P. 6–16.

145. Lindberg R.E. On the dymanic behaviour of the wobblestone / R.E. Lindberg, R.W. Longman // Acta mechanica. – 1983. – V.49, №1-2. – P. 81-94.

146. Magnus K. Zur theorie der keltischen wackelsteine / K. Magnus // ZAMM. – 1974. – V.54, T.54 – T.55.

147. Managing drilling risk /[W. Aldred, D. Plumb, I. Bradford, et al.] // Oilfield Review. − 1999. − V.11, №2. − P.2 – 19.

148. Maugeri L. Oil: never cry wolf- why the petroleum age is far from over / L. Maugeri. // Science. – 2004. – V.304.– P. 1114–1115.

149. Mensa-Wilmot G. New PDC bit design reduces vibrational problems / G. Mensa-Wilmot, W.L. Alexander // Oil Gas Journal. − 1995. − V. 93, №21 − P. 57 − 59.

150. Mitchell R.F. Helical buckling of pipe with connectors and torque / R.F. Mitchell, S.Z. Miska // SPE Drilling & Completion. – 2006. – V. 21, № 2. – P. 108–115.

151. Mitchell R.F. Lateral buckling of pipe with connectors in curved wellbores / R.F. Mitchell // SPE Drilling & Completion. – 2003. – V.18, №1. – P. 22–32.

152. Mitchell R.F. Simple frictional analysis of helical buckling of tubing / R.F. Mitchell // SPE Drilling Engineering. – 1986. – V.1, №6. – P. 457–465.
153. Musa Nabil W. Whirl interaction of a drill bit with the bore-hole bottom / Nabil W. Musa, V.I. Gulyayev, L.V. Shevchuk, Aldabas Hasan // Modern Mechanical Engineering. − 2015. − V.5. − P.41-60.
154. Parametric studies on drill-string motions / C.M. Liao, N. Vlajic, H. Karki, B. Balachandran // International Journal of Mechanical Sciences. − 2012. − V.54, № 1. − P. 260-268.
155. Pascal M. Asymptotic solution of the equations of motion for a Celtic stone / M. Pascal // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. – 1983. – V.47, №2. – P.269-276.
156. Perneder L. Bit/rock interface laws in directional drilling / L. Perneder, E. Detournay, G. Downton // International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences. − 2012. − V.51. − P. 81-90.
157. Prassl W.F. A process-knowledge management approach for assessment and mitigation of drilling risks / W.F. Prassl, J.M. Peden, K.W. Wong // Journal of Petroleum Science and Engineering. − 2005.– V.49, №3–4. – P. 142–161.
158. Robertson D. Hysteretic influence on the whirling of rotors. Proc/ D. Robertson // Inst. of Mech. Eng. – 1935. – P.131.
159. Samuel R. Friction factors: what are they for torque, drag, vibration, bottom hole assembly and transient surge/swab analyses? / Samuel R. // Journal of Petroleum Science and Engineering. − 2010. − V.73. − P.258 − 266.
160. Sauer J. Real-time rigid body simulations of some classical mechanics toys / J. Sauer, E. Schömer, C. Lennerz // 10th European Simulation Symposium and Exhibition. − 1998. − P. 93 − 98.
161. Schen A.E. Optimization of bit drilling performance using a new small vibration logging tool / A.E. Schen, A.D. Snell, B.H. Stanes // SPE / IADC Drilling Conference, 23–25 February 2005, Amsterdam, Netherlands. – P. 25–31.

162. Stick-slip vibrations induced by alternate friction models / [R.I. Leine, D.H. Van Campen, A. De Kraker, L. Van Den Steen] // Nonlinear dynamics. − 1998. − V.16, №1 − P.41 − 54.

163. Stroud D. Real-time whirl detector improves RSS reliability, drilling efficiency / D. Stroud, J. Pagett, D. Minett-Smith // Hart Exploration & Production Magazine. − 2011. − V.84, №8. − P.42 – 43.

164. Tan X.C. Buckling of drill string under the action of gravity and axial thrust/ X.C. Tan, P.J. Digby // International Journal of Solids and Structures. – 1993. – V.30, №19. – P. 2675–2691.

165. Thor Viggo A. An experimental and theoretical study of a coupling mechanism between longitudinal and torsional drillstring vibrations at the bit / A. Thor Viggo, K. Age // SPE Drilling Engineering. − 1988. − V.3. − P.12–18.

166. Tucker R.W. An integrated model for drill-string dynamics / R.W. Tucker, C. Wang // Journal of Sound and Vibration. – 1999. – V.224, №1. – P. 123–165.

167. Tucker R.W. On the effective control of torsional vibrations in drilling systems / R.W. Tucker, C. Wang // Journal of Sound and Vibration. – 1999. – V.224, №1.– P. 101–122.

168. Ultradeep drilling pushes drillingstring technology innovations / M.J. Jellison, R.B. Chandler, M.L. Payne, J.S. Shepard] // SPE Middle East Oil and Gas Show and Conference, 11-14 March, 2007, Kindom of Bahrain.

169. Van der Heijden G.H.M. Spatially complex localisation in twisted elastic rods constrained to a cylinder/ G.H.M. Van der Heijden, A.R. Champneys, J.M.T. Thompson // International Journal of Solids and Structures. – 2002. – V.39, №7. – P. 1863–1883.

170. Vandiver K.J. Case studies of the bending vibration and whirling motion of drill collars / K.J. Vandiver, J.W. Nicholson, R.G. Shyu // SPE Drilling Engineering. – 1990. − V.5, №4 – P. 282–290.

171. Vaz M.A. Analysis of drill strings in vertical and deviated holes using the Galerkin technique/ M.A. Vaz, M.H. Patel // Engineering Structures. – 1995.– V. 17, №6. – P. 437–442.

172. Vijayan K. The influence of drillstring-borehole interaction on backward whirl / K. Vijayan, N. Vlajic, M.I. Friswell // ISMA International Conference on Noise and Vibration Engineering, Leuven, Belgium, 15 − 17 September, 2014. − P. 1275 − 1288.

173. Walker G.T. On a dynamical top / G.T. Walker // Quart. J. pure and appl. math. – 1896. – V.28. – P.175-184.

174. Walker G.T. On a curious dynamical property of celts / G.T. Walker // Proceedings of the Cambridge Philosophical Society. – 1895. – V.8, №5 – P.305-306.

175. Walker J. The mysterious “rattleback”: A stone that spins in one direction and then reverses / J. Walker // Scientific American. – 1979. – V.241, №4. – P.144-149.

176. Walker J.S. A Primer on Wavelets and their Scientific Applications / J.S. Walker // University of Wisconsin, Eau Claire, USA. – 2007.– 320 p.

177. Warren T.M. Development of a whirl-resistant bit / T.M. Warren, J.F. Brett, L.A. Sinor // SPE Drilling Engineering. – 1990 – V.5, №4. – P.267-275.

178. Wen Z. Flexible shaft whirl induced by dry friction and its stability / Z. Wen // Applied Mathematics and Mechanics. − 1982. − V.3, № 5. − P.731 − 738.

179. Yigit A.S. Coupled torsional and bending vibrations of actively controlled drillstrings / A.S. Yigit, A.P. Christoforou // Journal of Sound and Vibration. − 2000. − V.234, № 1. − P. 67-83.

180. Yigit A.S. Stick-slip and bit-bounce interaction in oil-well drillstrings / A.S. Yigit, A.P. Christoforou // Journal of Energy Resources Technology. – 2006. – V.128, №4. – P.268-274.

181. Zheng N. Further considerations of heave-induced dynamic loading on deepwater landing strings / N. Zheng, J.M. Baker, S.D. Everage// IADC / SPE Drilling Conference, 23–25 February, Amsterdam, Netherlands, 2005. – P.75–81.

ДОДАТОК А

Довідки про впровадження результатів роботи

1. Довідка про впровадження результатів кандидатської дисертаційної роботи Л.В. Шевчук “ Моделювання коливань кружляння бурильних колон на основі фрикційних та неголономних моделей” у ТОВ “ГЕНПРОФБУД”.

2. Довідка про впровадження в учбовий процес результатів кандидатської дисертаційної роботи Л.В. Шевчук “Моделювання коливань кружляння бурильних колон на основі фрикційних та неголономних моделей”.

3. Свідоцтво про реєстрацію авторського права Державною службою інтелектуальної власності України на розроблену під час підготовки дисертаційної роботи комп’ютерну програму “Моделювання режимів самозбудження коливань долота бурильної колони з метою їх запобігання”.

ТОВАРИСТВО З ОБМЕЖЕНОЮ ВІДПОВІДАЛЬНІСТЮ
«ГЕНПРОФБУД»

02090, м. Київ, вул.. Академіка Бутлерова,4
Код ЄДРПОУ 37588603
п/р 26003013000584 в ПАТ «БАНК ЮНІСОН» в м. Києві, МФО 380902
Свідоцтво платника ПДВ 200150832, ІПН 375886026571, тел.. (044)-574-12-05

ДОВІДКА

про впровадження результатів
кандидатської дисертаційної роботи Л.В. Шевчук
"Моделювання коливань кружляння бурильних колон на основі фрикційних та неголономних моделей",
виконаної у Національному транспортному університеті

Результати наукових досліджень, що отримані Л.В. Шевчук у її кандидатській дисертації "Моделювання коливань кружляння бурильних колон на основі фрикційних та неголономних моделей", представляють великий інтерес для нашої організації. Методи комп'ютерного моделювання деформування, коливань і стійкості трубчастих бурильних колон, а також комп'ютерні програми, розроблені в дисертації, використовуються нами при проектуванні та розрахунках відповідних конструкцій зі стержневими трубчастими елементами, що піддаються впливу інтенсивних динамічних поздовжніх сил і крутних моментів. Вони будуть використовуватися нами також для розробки проектів конструкцій бурильних установок.

Директор «ГЕНПРОФБУД» ідентифікаційний код 37588603 **Едішерашвілі П.**

11330

УКРАЇНА

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТРАНСПОРТНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

01 010, Київ, вул. Суворова, 1, т.ф. +38 (044) 280 8203, т. +38 (044) 280 8765, e-mail: general@ntu.edu.ua

18.02.2016 № 305/05

на № ______________________

ДОВІДКА

про впровадження в учбовий процес результатів кандидатської дисертаційної роботи Л.В. Шевчук "Моделювання коливань кружляння бурильних колон на основі фрикційних та неголономних моделей"

Дисертаційна робота Л.В. Шевчук "Моделювання коливань кружляння бурильних колон на основі фрикційних та неголономних моделей" присвячена проблемам аналізу механічних ефектів, які виникають при динамічному пружному деформуванні трубчастої конструкції бурильної колони у вертикальній свердловині в результаті її контактної взаємодії з поверхнею породи. Для розв'язання поставлених задач у дисертації розроблені удосконалені математичні моделі і методики для чисельного інтегрування нелінійних диференціальних рівнянь згину стержнів під дією навантажень складної структури. Вони можуть також застосовуватись при розрахунку комбінованих стержневих конструкцій в машинобудівельних установках (вали і трансмісії, що обертаються), в енергомашинобудуванні (теплообмінні апарати), у приладобудуванні (гнучкі пружні елементи) та інших галузях промисловості.

Зважаючи на те, що трубчасті стержні, що обертаються, знаходять також широке застосування в автомобілебудуванні, розроблені в дисертаційній роботі Л.В. Шевчук методи комп'ютерного моделювання динаміки трубчастих стержнів були впроваджені в учбовий процес на кафедрі опору матеріалів та машинознавства Національного транспортного університету при викладанні курсу з будівельної механіки стержневих конструкцій.

Вчений секретар НТУ
к.т.н., професор — О.І. Мельниченко

Завідувач кафедри опору
матеріалів та машинознавства
д.т.н., професор — О.В. Марчук

УКРАЇНА

ДЕРЖАВНА СЛУЖБА ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОЇ ВЛАСНОСТІ УКРАЇНИ

СВІДОЦТВО

про реєстрацію авторського права на твір

№ 45149

Комп'ютерна програма "Моделювання режимів самозбудження коливань долота бурильної колони з метою їх запобігання"

(вид, назва службового твору)

Автор(и) **Борщ Олена Іванівна, Худолій Сергій Миколайович, Шевчук Людмила Володимирівна**

(повне ім'я, псевдонім (за наявності))

Авторські майнові права належать **Борщ Олена Іванівна, вул. Суворова, 1, м. Київ, 01010; Худолій Сергій Миколайович, вул. Суворова, 1, м. Київ, 01010; Шевчук Людмила Володимирівна, вул. Суворова, 1, м. Київ, 01010; Національний транспортний університет, вул. Суворова, 1, м. Київ, 01010**

(повне ім'я фізичної та/або повне офіційне найменування юридичної особи, адреса)

13.08.2012

Дата реєстрації

Державна служба інтелектуальної власності України
Ідентифікаційний код 37552536

М.П.

Перший заступник
Голова Державної служби інтелектуальної власності України
О.В. Янов