

Національний транспортний університет
Міністерства освіти і науки України

Національний транспортний університет
Міністерства освіти і науки України

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

ШЛЮНЬ НАТАЛІЯ ВОЛОДИМИРІВНА

УДК 539.3

ДИСЕРТАЦІЯ

СТІЙКІСТЬ БУРИЛЬНИХ КОЛОН В КРИВОЛІНІЙНИХ СВЕРДЛОВИНАХ

05.23.17 – будівельна механіка

Архітектура та будівництво

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук

Дисертація містить результати власних досліджень.
Використання ідей, результатів і текстів інших
авторів мають посилання на відповідне джерело

_____ Н. В. Шлюнь

Науковий керівник –
Гуляєв Валерій Іванович
доктор технічних наук,
професор

Ідентичність усіх примірників дисертації
Засвідчую
Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради Д 26.059.02
_____ В. І. Каськів

Київ – 2017

АНОТАЦІЯ

Шлюнь Н.В. Стійкість бурильних колон в криволінійних свердловинах.
– Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.23.17 «Будівельна механіка» (192 – Будівництво та цивільна інженерія). – Національний транспортний університет Міністерства освіти і науки України, Київ, 2017.

У дисертації поставлена задача про втрату стійкості бурильних колон (БК) в порожнинах криволінійних нафтових і газових свердловин. Розроблено нові математичні моделі та методи аналізу для комп'ютерного дослідження процесів деформування бурильної колони. Вони базуються на використанні теорії гнучких криволінійних стрижнів. Використання цієї теорії спільно з методами векторного аналізу, теорії каналових поверхонь та спеціальної системи відліку (рухомого триєдру) дозволило розділити шукані змінні та знаходити їх окремо у певній послідовності.

Завдяки застосуванню методів будівельної механіки аналізу стійкості пружних систем побудовано лінеаризовані однорідні рівняння для комп'ютерного моделювання випинання бурильних колон у каналах свердловин з прямолінійними, коловими та загальними криволінійними осьовими лініями.

Виконаний чисельний аналіз випинання бурильної колони в свердловинах зі змінними кутами нахилу траєкторій та значень кривизни для різних глибин свердловин і їх віддалень від бурильної установки, а також при різних значеннях коефіцієнта тертя. Знайдено критичні величини зовнішніх впливів, побудовані форми втрати стійкості. Показано, що вони мають форми крайових ефектів або короткохвильових вейвлетів, які локалізовані у внутрішніх зонах свердловин.

В даний час поступове зростання обсягів нафти та природного газу, видобутих з надглибоких підземних резервуарів, пов'язане з виснаженням легкодоступного вуглеводневого палива. Домінуючу роль у технологіях їх видобутку починає відігравати методологія проходки глибоких свердловин в сланцевих породах.

У зв'язку з цим, нафтовою промисловістю були розроблені та розвинені методи похилого і горизонтального буріння в сланцевих породах та процедура їх гідророзриву. При цьому технологія горизонтального буріння використовується для забезпечення більшого доступу до палива, що знаходиться на глибині виробничих утворень, та підвищення ефективності процесу видобутку. Але ускладнення технологій буріння виявилось пов'язане також зі збільшенням ризиків виникнення надзвичайних ситуацій. Одна з них виникає внаслідок біфуркаційного випинання бурильної колони в криволінійній порожнині свердловини. Цей ефект є аналогом ейлерової втрати стійкості пружного прямолінійного стиснутого стрижня, але він протікає у більш складній формі, оскільки труба бурильної колони має криволінійну форму і її переміщення обмежується поверхнею стінки свердловини. Крім того, вона піддається дії гравітаційних, контактних та фрикційних сил, а також крутного моменту, які генерують стискаючі та розтягуючі внутрішні осьові сили в бурильній колоні. Але найбільш специфічна особливість явища, що розглядається, пов'язана з великою довжиною бурильної колони та її відносно малою згинальною жорсткістю.

Існує кілька різних напрямів цієї проблеми, які відрізняються цілями, твердженнями, методами розв'язання та результатами. Перший підхід пов'язаний з вивченням закритичної рівноваги бурильної колони в свердловині. Він ґрунтується на припущенні, що закритична конфігурація ділянки БК являє собою деяку регулярну або нерегулярну спіраль з заданим радіусом, який дорівнює зазору між БК та поверхнею свердловини. Основні властивості такої закритичної поведінки БК були досліджені в працях Fang et al., Kwon, Lubinski, Mitchell, Mitchell and Miska, Sun and Lukasiewicz, Van der Heijden et al., Wang and Yuan, Zhao et al. Як правило, їх постановка проблеми базувалась на припущенні, що після втрати стійкості вісь БК набуває регулярну спіральну форму з постійним кроком та амплітудою, і тому для пружного стрижня з попередньо встановленою геометрією та деформаціями може бути виявлена обернена проблема, прагнучи отримати простий аналітичний розв'язок. Аналогічні результати були отримані в працях Krauberger et al., Singh and Kumar, and Thompson et al.. Комплексне дослідження цього підходу представлено в оглядових статтях Cunha, Gao and Huang, and Mitchell.

Друга особливість явища випинання пов'язана з аналізом ейлерівської стійкості вертикальних БК. Вона полягає в постановці крайової задачі Штурма-Ліувілля для лінійних рівнянь квазістатичної рівноваги БК, що обертається, в області всієї її довжини. Ця задача була сформульована без урахування контактної взаємодії між БК та стінками свердловин, тому отримані результати були адекватними лише для початкового етапу біфуркаційного процесу. Тим не менш, результати її розв'язання дозволили встановити деякі загальні висновки, важливі для практики. Перш за все, процес випинання супроводжується утворенням крайових ефектів, які виникають в нижній зоні свердловини, де знаходиться стиснута частина БК. Крім того, власні форми є короткими спіралями, а власні значення виведених рівнянь визначаються внутрішніми осьовими силами стиснення, крутним моментом, кутовою швидкістю обертання БК та швидкістю потоку промивної рідини. Ці висновки можуть бути частково узагальнені на процеси коливань гнучких БК.

Явище випинання криволінійних БК отримує подальше ускладнення, якщо воно відбувається в каналі глибокої свердловини змінної кривизни. Мабуть, на даний час воно може моделюватися теоретично тільки при деяких припущеннях, що істотно спрощують дану проблему, та які стосуються геометрії свердловини і умов реалізації біфуркаційного ефекту. Оскільки дослідження закритичної нелінійної поведінки БК в криволінійному каналі пов'язане з великими труднощами, значної актуальності набуває задача про встановлення критичного стану БК і прогнозу її деформування на початковому етапі випинання. Постановка цієї задачі також базується на застосуванні підходу Ейлера до проблеми стійкості вихідної форми рівноваги, однак при цьому дослідження згинання БК на її всій довжині стає заскладним. Це викликано тим, що кривизна та кут нахилу осьової лінії БК змінюються уздовж поздовжньої координати, а переміщення обмежені стінкою свердловини. Тому осьова внутрішня сила в БК, а також контактна сила, сила тертя та орієнтація сили тяжіння, що притискає БК до стінки свердловини і перешкоджає її випинанню, стають істотно змінними.

Однак як уже зазначалося, найбільш помітне ускладнення проблеми пов'язано з великою довжиною БК та її відносно малою жорсткістю. Як показано раніше на прикладі прямолінійних свердловин, диференціальні

рівняння, що описують ці структури, належать до так званого сингулярно збуреного типу. Сингулярно збуреними задачами в теорії диференціальних рівнянь називають рівняння з малим коефіцієнтом перед старшою похідною. Як правило, вони мають нерегулярні розв'язки, оскільки описуються функціями з майже розривними похідними. Вважається, що L. Prandle першим привернув увагу до цього наукового напрямку у зв'язку з прикладною проблемою граничних шарів в гідродинаміці та техніці. Їх відмінною особливістю для коливальних систем є те, що вони мають періодичні розв'язки у вигляді ламаних прямокутних фазових портретів. Вібрації цього типу називаються релаксаційними (Mishchenko and Rozov 1975). При цьому проблеми аналізу вигину бурильної колони в глибоких свердловинах Chang and Howes досліджували на основі таких рівнянь з позицій прикладної математики. Аналізуючи двоточкову крайову задачу для звичайних диференціальних рівнянь, вони показали, що сингулярно збурені задачі є погано обумовленими, їх розв'язки мають вигляд крайових ефектів і погано збігаються. Тут доречно згадати монографію Elishakoff et al., присвячену аналізу ускладнених (некласичних) задач про випинання пружних стрижнів.

Ці особливості розв'язків сингулярно збурених задач були підтверджені нами при моделюванні стійкості БК в глибоких скерованих прямолінійних і колового обрису свердловинах. У наших роботах для прямолінійних похилих свердловин встановлено, що в залежності від значень кута нахилу і сил тертя, ефект випинання може здійснюватися у вигляді короткохвильових вейвлетів, локалізованих у внутрішній частині довжини БК або в її прикорайовій зоні. Подібні ефекти були знайдені для БК, що лежать в сегментах колових свердловин. Однак ці характеристики були виявлені для скерованих свердловин з простою геометрією, тоді як на практиці свердловини мають змінну кривизну та кути нахилу. У цих випадках неможливо передбачити місця локалізації форм втрати стійкості; отже, аналіз ефекту випинання повинен виконуватися з використанням інтегрального підходу в області повної довжини колони.

Для реалізації інтегрального підходу для вивчення випинання БК в каналі похилої криволінійної свердловини дисертантом використовуються методи будівельної механіки стійкості пружних систем, нелінійна теорія

пружних криволінійних стрижнів, методи диференціальної геометрії та теорії каналових поверхонь. Критичні стани БК встановлюються за допомогою лінеаризованих звичайних диференціальних рівнянь четвертого порядку.

Прийняті дві схеми розв'язання. Перша схема розглянута без урахування сили тертя. Передбачається, що сили тертя відсутні, БК є нерухомою, і вона попередньо напружена силами тяжіння та стискаючими осьовими силами, що прикладені до її нижнього кінця. У другому випадку БК рухається і піддається додатковій дії поздовжніх розподілених сил тертя, які виражаються через контактні сили за допомогою закону Кулона.

При комп'ютерному моделюванні, на першому етапі розв'язання визначаються зовнішні розподілені сили тяжіння, сили контактної та фрикційної взаємодії, потім визначається напружено-деформований стан БК і внутрішня осьова сила. З їх використанням на другому етапі формулюється та розв'язується задача на власні значення для лінеаризованих однорідних рівнянь, потім знаходяться критичні значення сил та будуються форми втрати стійкості.

Результати обчислень свідчать про те, що форма біфуркаційного випинання бурильної колони залежить від впливу взаємодії між силами тяжіння та силами тертя. Таким чином, якщо свердловина має підйомисту траєкторію, БК перенапружена силами тяжіння та осьовою силою розтягу, і це не впливає на формування осьових сил тертя, що стискають БК при її опусканні, і призводять до її випинання. У цьому випадку найбільш помітні формозміни відбуваються на нижньому кінці БК, аналогічно тому, як це відбувається у прямолінійних похилих каналах. Тоді для аналізу цього ефекту може бути використана модель прямолінійної похилої свердловини. Але коли свердловина є пологою, сила тяжіння переважно притискає БК до стінки свердловини, генеруючи сили тертя, не враховуючи вплив на БК осьової сили розтягу. У цьому випадку максимальне значення внутрішньої осьової сили стиснення знаходиться всередині довжини БК, задача стає внутрішньо сингулярно збуреною, і тепер зони випинання БК невідомі. Аналіз цього процесу має здійснюватися на основі запропонованого нами глобального підходу. Це дозволяє визначати критичні навантаження, побудувати вейвлети їх біфуркації, обчислювати їх кроки і ширину, а також визначати місця їх локалізації.

Отримані результати можуть бути використані для прогнозування та запобігання надзвичайних ситуацій під час буріння глибоких криволінійних нафтових і газових свердловин.

Ключові слова: бурильна колона, криволінійна свердловина, каналова поверхня, стійкість рівноваги, біфуркаційне випинання.

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА

Монографія

1. Моделирование нештатных ситуаций при бурении глубоких скважин : монография / [В. И Гуляев, С.Н. Глазунов, Н.В. Шлюнь и др.]. – Киев : Изд-во «Юстон», 2017 . – 544 с.

Публікації у наукових періодичних виданнях іноземних держав, які включені до міжнародних наукометричних баз

2. Shlyun N.V. Critical buckling of drill strings in cylindrical cavities of inclined bore-holes / N. Musa, V. Gulyayev, N. Shlun // Journal of Mechanics Engineering and Automation. – 2016. – V. 6. – P. 25 – 38. (США).

3. Shlyun N.V. Modeling the energy-saving regimes of curvilinear bore-hole drivage. / V.I. Gulyayev, V.V. Gaidaichuk, E.N. Andrusenko, N.V. Shlyun // Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering. – 2015. – Vol. 137, No 1/ – P. 011402–1–011402–8. (США).

4. Shlyun N.V. Critical buckling of drill strings in curvilinear channels of directed bore-holes. / V.I. Gulyayev, V.V. Gaidaichuk, E.N. Andrusenko, N.V. Shlyun // Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2015. – Vol. 129, No 1/ – P. 168–177. (США).

5. Shlyun N.V. Influence of friction on buckling of a drill string in the circular channel of a bore hole / V.I. Gulyayev, N.V. Shlyun // Petroleum Science. – 2016. – V.13. – P. 698 – 711. (Китай).

6. Шлюнь Н.В. Критические состояния буровых колонн в каналах наклонно направленных скважин / В.И. Гуляев, О.М. Андрусенко Н.В. Шлюнь //Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. – 2016. – №1. – С. 174 – 185. (Росія).

7. Shlyun N.V. Global analysis of drill string buckling in the channel of a curvilinear bore-hole / V.I. Gulyayev, N.V. Shlyun // Journal of Natural Gas Science and Engineering. – 2017. – V.40. – P. 168 – 178. (Нідерланди).

8. Shlyun N.V. Theoretical modelling of post – buckling contact interaction of a drill string with inclined bore-hole surface / V.I. Gulyayev, E.N. Andrusenko, N.V. Shlyun // Structural Engineering and Mechanics.–2014. –Vol.49, No 4. –P. 427–448. (Корея)

Статті у фахових виданнях

9. Шлюнь Н.В. Біфуркаційне випинання бурильних колон в криволінійних свердловинах / Н.В. Шлюнь // Вісник Національного транспортного університету. – 2017. – №. 1(37). – С. 467-473.

10. Шлюнь Н.В. Вплив сили тертя на біфуркаційне випинання бурильних колон в прямолінійних свердловинах / Н.В. Шлюнь // Вісник Національного транспортного університету. – 2016. – №. 1(34). – С. 561 –569.

11. Шлюнь Н.В. Прочность конструкций обсадных колонн под действием нагрузок гидроразрыва / В.В. Гайдайчук, С.Н. Худолий, Н.В. Шлюнь // Будівельні конструкції. – Міжвідомчий науковий збірник. – Київ. ДП НДІБК. – 2016. –Вип. 83. Кн. 2. – С.333 – 338

12. Шлюнь Н.В. Комп'ютерне моделювання випинання бурильних колон в каналах криволінійних свердловин. / Н.В. Шлюнь // Вісник Національного транспортного університету. – 2015. – №. 1(31). – С. 574 –580.

13. Шлюнь Н.В. Теоретическое моделирование наименее энергозатратных режимов бурения сверхглубоких криволинейных скважин. / В.И.Гуляев, В.В. Гайдайчук, О.М. Андрусенко, Н.В. Шлюнь // Промислове будівництво та інженерні споруди. – 2014. № 1. – С. 10–16

14. Шлюнь Н.В. Інваріантні стани бурильних колон в каналах криволінійних свердловин. / В.І. Гуляєв, Н.В. Шлюнь // Вісник Національного транспортного університету. – 2013. – №. 28. Частина 2. – С. 116 –123.

15. Shlyun N.V. Differential “stiff-string” model for drag and torque simulation in deviated bore-holes. / V.I. Gulyayev, V.V. Gaidaichuk, E.N. Andrusenko, N.V. Shlyun // Нафтогазова промисловість України. – 2013. – № 6. – С. 17–19.

16. Шлюнь Н.В. Геометричне моделювання геодезичних кривих на каналових поверхнях / О.М. Андрусенко, Н.В. Шлюнь // Вісник Національного транспортного університету. – 2012. – №. 26. Частина 2. – С. 396 – 400

Опубліковані праці апробаційного характеру:

17. Шлюнь Н. Сингулярно возмущенные задачи выпучивания бурильных колон в каналах криволинейных скважин / Н. Шлюнь // Актуальные проблемы инженерной механики / Тезисы докладов III Международной научно-практической конференции. – Одесса: «Внешрекламсервис» –2016. –С. 240 –242.

18. Шлюнь Н.В. “STIFF-STRING” модель для комп’ютерного моделювання надзвичайних ситуацій при бурінні криволінійних свердловин / Н.В. Шлюнь // Міжнародна наукова конференція “Сучасні проблеми математичного моделювання та обчислювальних методів”. – Рівне: РВВ РДГУ, 2015. –182–183.

19. Шлюнь Н. Біфуркаційні стани бурильних колон у каналах криволінійних свердловин / Н. Шлюнь // 12-й Міжнародний Симпозіум Українських Інженерів- Механіків у Львові, 28-29 травня 2015 р., Львів – С. 30.

20. Shlyun N. Computer Simulation of the Least Energy Consuming and Emergency-Free Regimes of Drilling of Hyper Deep Curvilinear Bore-Holes / V. Gulyayev, E. Andrusenko, N.Shlyun // SPE Arctic and Extreme Environments Technical Conference and Exhibition. – Russia, Moscow, 15 – 17 October, 2013.

21. Шлюнь Н.В. Критичне випинання пружного стержня в порожнині криволінійного каналу / О.М. Андрусенко, Н.В. Шлюнь //LXIX наукова конференція професорського-викладацького складу, аспірантів, студентів та співробітників відокремлених структурних підрозділів університету. – К.: НТУ, 2013. – С. 451.

22. Шлюнь Н.В. Стійкість бурильних колон в каналах криволінійних свердловин / Н.В. Шлюнь // LXXI наукова конференція професорського-викладацького складу, аспірантів, студентів та співробітників відокремлених структурних підрозділів університету. – К.: НТУ, 2015. – С. 465.

23. Шлюнь Н.В. Інваріантні стани бурильних колон в каналах криволінійних свердловин / Гуляєв В.І., Шлюнь Н.В. // LXX наукова

конференція професорського-викладацького складу, аспірантів, студентів та співробітників відокремлених структурних підрозділів університету. – К.: НТУ, 2014. – С. 417.

24. Шлюнь Н.В. Вплив сили тертя на втрату стійкості бурильних колон в каналах криволінійних свердловин / Шлюнь Н.В. // LXXII наукова конференція професорського-викладацького складу, аспірантів, студентів та співробітників відокремлених структурних підрозділів університету. – К.: НТУ, 2016. – С. 436-437.

Патенти:

25. Пат. 81077 Україна, МПК Е 21В 7/06, Е 21В 19/00 Спосіб мінімізації енерговитрат і аварій при проведенні спуско-підіймальних операцій в процесі буріння похилоскерованих свердловин / [В.І. Гуляєв, П.З. Луговой, О.М. Андрусенко, Н.В Шлюнь.]; заявник та власник і-т механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України. –№ и 2012 12876 12.11.2012: опубл. 25.06.2013, Бюл. №12.

26. Пат. 89561 Україна, МПК Е 21В 7/06, Е 21В 19/00 Спосіб комп'ютерного визначення зони прихвату бурильної колони похилоскерованих свердловин / [В.І. Гуляєв, П.З. Луговой, О.М. Андрусенко, та ін.] заявник та власник і-т механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України/ –№ и 2013 13617 22.11.2013: опубл. 25.04.2014, Бюл. №8.

Shlyun N.V. Stability loss of drill strings in the channels of curvilinear bore-holes. – Manuscript.

The thesis for the candidate of technical science degree on specialty 05.23.17 «Mechanics of Structures» (192 – Building and civil Engineering). – National Transport University Ministry of Education and Science of Ukraine, Kyiv, 2017.

In the dissertation the problem on a drill string stability loss in the cavity of a curvilinear oil and gas bore-holes is stated. The new mathematic models and analysis methods are elaborated for computer investigation of the processes of drill string deforming. They are based on the choice of the theory of curvilinear flexible beams. The use of this theory jointly with the methods of vector analysis, theory of

channel surfaces and special reference systems (moving trihedron) permitted to divide the unknown variables and to determine them separately in the certain sequence.

Through the application of methods of structural mechanics for analysis of elastic system stability, the linearized homogeneous equations are constructed for computer simulation of the drill string buckling in the bore-hole channels with rectilinear, circumferential, and general curvilinear axis lines.

The numerical analysis of the drill string buckling in the bore-holes with variable conditions of the trajectories inclinations and curvatures values are performed for different values of the bore-hole depths and their extensions from the rigs, as well as values of the friction coefficient. The critical values of the external influences are found, the modes of stability loss are constructed. It is shown that they have the shapes of boundary effects or shortpitched wavelets localized in the internal zones of the bore-holes.

At the present time, progressively increasing volumes of oil and natural gas are extracted from hyper deep unconventional underground resources in connection with the depletion of the easily accessible hydrocarbon fuels. In these technologies, methods of processing shale formation begin to play a dominant role. In being so, the horizontal drilling of deep shale rocks and massive hydraulic fracturing have been developed and advanced by the petroleum industry. The horizontal drilling techniques are used to provide greater access to the fuel trapped deep in the producing formations and to enhance efficiency of the extraction process. But complication of the drilling technologies became associated with increase of emergency situation rise risks. One of them appears as the result of the drill string (DS) buckling in the bore-hole channel. This effect is analogues to the Eulerian stability loss of an elastic rectilinear compressed rod but it proceeds in a much more complicated form, inasmuch as a DS tube has curvilinear shape and its displacements are restricted by the bore-hole wall surface. Besides, it is subjected to the action of gravity, friction, and contact forces and torque which generate compressive and tensile internal axial forces in the DS. But the most specific

feature of the considered phenomenon is connected with the large length of the DS and its small bending stiffness.

There are several dissimilar lines of this problem attack, which differ by aims, statements, methods of solutions and results. The first approach is connected with examination of a post-critical equilibrium of the DS in the bore-hole. It is founded on the supposition that the post-critical configuration of the DS segment represents some regular or irregular spiral with the preset radius, which is equal to the clearance between the DS and bore-hole surfaces. The basic properties of the DS post-critical performance were analyzed by Fang et al., Kwon, Lubinski, Mitchell, Mitchell and Miska, Sun and Lukasiewicz, Van der Heijden et al., Wang and Yuan, Zhao et al.. Usually, their formulation of the problem was founded on assumption that after stability loss, the DS axis gains a regular spiral shape with a constant pitch and therefore an inverse problem could be stated for the elastic rod with the preset geometry and strains in an effort to acquire simple analytic solution. Analogous approaches were employed by Krauberger et al., Singh and Kumar, and Thompson et al.. Comprehensive survey of this approach is presented by Cunha, Gao and Huang, and Mitchell.

The second group of the buckling phenomena is connected with analysis of Eulerian stability of the vertical DSs. It consists in the statement of the Sturm-Liouville boundary value problem for the linear equations of the rotary DS quasi-static equilibrium in the domain of the whole length of the DS. It was formulated without taking into consideration contact interaction between the DS and bore-hole walls, which was why the gained results were adequate only for the stage of the buckling process incipience. Nevertheless they permitted one to establish some general conclusions which were important for practice. First of all, the buckling process is accompanied by boundary effects prevailing in the bottom zone of the bore-hole where the DS segment is compressed. Besides, the eigen modes are short pitch spirals and the eigen values of the deduced equations are determined by the internal axial tensile and compressive forces, torque, angular velocity of the DS

rotation, and velocity of the mud flow. These inferences can be partially generalized to the processes of the DS bending vibrations.

The phenomena of the DS buckling assume further complications if they proceed inside the channels of the deep inclined curvilinear bore-holes. In our opinion, at the present time, they can be theoretically simulated only under some simplifying assumptions relative to their geometry and conditions of their realization. It is very difficult to study nonlinear post-critical bending of the DS inside curvilinear channel cavity, therefore the problem of prediction its incipient critical buckling acquires special importance. Statement of this problem is also based on the Eulerian stability loss analysis but this time, the linear differential equations formulated in the domain of the full length of the bore-hole gain essential complication. It is caused by varying of the internal longitudinal force along the DS axis, as well as change of contact and friction forces, and orientation of gravity force which compresses the DS to the bore-hole wall and impedes its buckling. Besides, the bore-hole curvature and angle of its inclination become variable and the DS displacements are constrained by the well wall.

However, the most serious complexity of the considered problem is associated with large length of the curvilinear DS and its small bending stiffness. As shown in scientific literature, the differential equations formulated for analysis of these structures belong to the so called singularly perturbed type. The title singularly perturbed problems was given to the problems of the theory of differential equations with a small parameter, appearing before the senior derivatives. as a rule, they have irregular solutions with nearly discontinuous derivatives. It is belived that L. Prandle was the first one to attract attention to this scientific direction in connection with the applied problem of boundary layers in hydrodynamics and technology. Their distinguishing feature for the oscillatory systems is that they have periodic solutions in the shape of broken straight lines with rectangular phase portraits. The vibrations of this type are called relaxation

(Mishchenko and Rozov 1975). Among these are the problems on analysis of drill string bending in deep bore-holes. Chang and Howes investigated this type of equations issuing from the positions of applied mathematics. They showed, studying two-point boundary value problem for the ordinary differential equations, that the singularly perturbed problems are poorly conditioned and have solutions in the forms of boundary effects, possessing poor convergence of calculations. Here, it is pertinent to remember the monograph by Elishakoff et. al. associated with analysis of complicated (non-classical) buckling of elastic rods.

These peculiarities of the singularly perturbed problems were also corroborated in analysis of DSs stability in deep directed bore-holes. In our papers, it was established for the rectilinear inclined wells that, depending on the values of the inclination angle value and friction forces, the buckling effect can be realized in the shape of short wave harmonic wavelets localized inside the DS length or in the vicinity of its boundary. Similar effects were found for the DSs lying in segments of circular bore-holes. Yet, these features were detected for the directed bore-holes with simple geometry, whereas in actual practice, the bore-holes have variable curvatures and inclination angles. In these cases, it is not possible to predict the places of the stability loss mode localization; therefore, the buckling analysis should be performed with the use of integral perspective in the domain of the whole tubular string length.

To realize the integral approach to the study of the DS buckling in the channel of an inclined curvilinear bore-hole, the nonlinear theory of elastic curvilinear rods, methods of differential geometry and theory of channel surfaces are used. The critical states of the DS are studied with the help of the linearized fourth order ordinary differential equations.

Two calculation schemes are considered. The first one is frictionless. It is assumed that the friction forces are absent, the DS is immovable and it is preloaded by gravity forces and compressive axial force applied at its lower end. In the

second case, the DS trips in and it is subjected to additional action of longitudinal distributed friction forces, which are expressed through contact forces with the use of the Coulomb law.

In computer simulations, firstly, the external distributed gravity, contact, and friction forces are calculated, then, the stress-strain state of the DS and internal axial force are determined. With their use, the eigen value problem for linearized homogeneous equations is stated and solved. In the results, the critical values of forces are calculated and modes of the DS buckling are constructed.

The results of computations attest that the form of the buckling phenomenon depends on the relation between the influence of gravity and friction forces. Thus, if the bore-hole is steep, the gravity force prestresses the DS with tensile axial force and it is not implicated in forming axial friction forces, compressing the DS in its lowering and conducting to its buckling. In this case, the DS buckles in its lower end, similarly to that occurring in rectilinear inclined holes. Then, the model of a rectilinear inclined bore-hole can be used for this effect analysis. But when the bore-hole is shallow, the gravity forces mainly compress the DS to the hole wall generating friction forces without involving into preloading the DS with tensile axial force. In this case, maximal values of the compressive internal axial force take place inside the DS length, the DS becomes internally singularly perturbed, and now, the zone of its buckling is unknown. Analysis of this process should be done on the basis of the proposed global approach. It allows to determine the critical loads, to construct wavelets of their bifurcation modes, and to calculate their pitches and width, as well as their localization places.

The gained results can be used for prediction and exclusion of emergency situations during drilling deep curvilinear oil and gas bore-holes.

Key words: drill string, curvilinear bore-hole, channel surface, equilibrium stability, bifurcational buckling.

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА

Монографія

1. Моделирование нештатных ситуаций при бурении глубоких скважин : монография / [В. И Гуляев, С.Н. Глазунов, Н.В. Шлюнь и др.]. – Киев : Изд-во «Юстон», 2017 . – 544 с.

Публікації у наукових періодичних виданнях іноземних держав, які включені до міжнародних наукометричних баз

2. Shlyun N.V. Critical buckling of drill strings in cylindrical cavities of inclined bore-holes / N. Musa, V. Gulyayev, N. Shlun // Journal of Mechanics Engineering and Automation. – 2016. – V. 6. – P. 25 – 38. (США).

3. Shlyun N.V. Modeling the energy-saving regimes of curvilinear bore-hole drivage. / V.I. Gulyayev, V.V. Gaidaichuk, E.N. Andrusenko, N.V. Shlyun // Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering. – 2015. – Vol. 137, No 1/ – P. 011402–1–011402–8. (США).

4. Shlyun N.V. Critical buckling of drill strings in curvilinear channels of directed bore-holes. / V.I. Gulyayev, V.V. Gaidaichuk, E.N. Andrusenko, N.V. Shlyun // Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2015. – Vol. 129, No 1/ – P. 168–177. (США).

5. Shlyun N.V. Influence of friction on buckling of a drill string in the circular channel of a bore hole / V.I. Gulyayev, N.V. Shlyun // Petroleum Science. – 2016. – V.13. – P. 698 – 711. (Китай).

6. Шлюнь Н.В. Критические состояния бурильных колонн в каналах наклонно направленных скважин / В.И. Гуляев, О.М. Андрусенко Н.В. Шлюнь //Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. – 2016. – №1. – С. 174 – 185. (Росія).

7. Shlyun N.V. Global analysis of drill string buckling in the channel of a curvilinear bore-hole / V.I. Gulyayev, N.V. Shlyun // Journal of Natural Gas Science and Engineering. – 2017. – V.40. – P. 168 – 178. (Нідерланди).

8. Shlyun N.V. Theoretical modelling of post – buckling contact interaction of a drill string with inclined bore-hole surface / V.I. Gulyayev, E.N. Andrusenko, N.V. Shlyun // Structural Engineering and Mechanics.–2014. –Vol.49, No 4. –P. 427–448. (Корея)

Статті у фахових виданнях

9. Шлюнь Н.В. Біфуркаційне випинання бурильних колон в криволінійних свердловинах / Н.В. Шлюнь // Вісник Національного транспортного університету. – 2017. – №. 1(37). – С. 467-473.

10. Шлюнь Н.В. Вплив сили тертя на біфуркаційне випинання бурильних колон в прямолінійних свердловинах / Н.В. Шлюнь // Вісник Національного транспортного університету. – 2016. – №. 1(34). – С. 561 –569.

11. Шлюнь Н.В. Прочность конструкций обсадных колонн под действием нагрузок гидроразрыва / В.В. Гайдайчук, С.Н. Худолий, Н.В. Шлюнь // Будівельні конструкції. – Міжвідомчий науковий збірник. – Київ. ДП НДІБК. – 2016. –Вип. 83. Кн. 2. – С.333 – 338

12. Шлюнь Н.В. Комп'ютерне моделювання випинання бурильних колон в каналах криволінійних свердловин. / Н.В. Шлюнь // Вісник Національного транспортного університету. – 2015. – №. 1(31). – С. 574 –580.

13. Шлюнь Н.В. Теоретическое моделирование наименее энергозатратных режимов бурения сверхглубоких криволинейных скважин. / В.И.Гуляев, В.В. Гайдайчук, О.М. Андрусенко, Н.В. Шлюнь // Промислове будівництво та інженерні споруди. – 2014. № 1. – С. 10–16

14. Шлюнь Н.В. Інваріантні стани бурильних колон в каналах криволінійних свердловин. / В.І. Гуляєв, Н.В. Шлюнь // Вісник Національного транспортного університету. – 2013. – №. 28. Частина 2. – С. 116 –123.

15. Shlyun N.V. Differential “stiff-string” model for drag and torque simulation in deviated bore-holes. / V.I. Gulyayev, V.V. Gaidaichuk, E.N.

Andrusenko, N.V. Shlyun // Нафтогазова промисловість України. – 2013. – № 6. – С. 17–19.

16. Шлюнь Н.В. Геометричне моделювання геодезичних кривих на каналових поверхнях / О.М. Андрусенко, Н.В. Шлюнь // Вісник Національного транспортного університету. – 2012. – №. 26. Частина 2. – С. 396 – 400

Опубліковані праці апробаційного характеру:

17. Шлюнь Н. Сингулярно возмущенные задачи выпучивания бурильных колон в каналах криволинейных скважин / Н. Шлюнь // Актуальные проблемы инженерной механики / Тезисы докладов III Международной научно-практической конференции. – Одесса: «Внешрекламсервис» –2016. –С. 240 –242.

18. Шлюнь Н.В. “STIFF-STRING” модель для комп’ютерного моделювання надзвичайних ситуацій при бурінні криволінійних свердловин / Н.В. Шлюнь // Міжнародна наукова конференція “Сучасні проблеми математичного моделювання та обчислювальних методів”. – Рівне: РВВ РДГУ, 2015. –182–183.

19. Шлюнь Н. Біфуркаційні стани бурильних колон у каналах криволінійних свердловин / Н. Шлюнь // 12-й Міжнародний Симпозіум Українських Інженерів- Механіків у Львові, 28-29 травня 2015 р., Львів – С. 30.

20. Shlyun N. Computer Simulation of the Least Energy Consuming and Emergency-Free Regimes of Drilling of Hyper Deep Curvilinear Bore-Holes / V. Gulyayev, E. Andrusenko, N.Shlyun // SPE Arctic and Extreme Environments Technical Conference and Exhibition. – Russia, Moscow, 15 – 17 October, 2013.

21. Шлюнь Н.В. Критичне випинання пружного стержня в порожнині криволінійного каналу / О.М. Андрусенко, Н.В. Шлюнь //LXIX наукова конференція професорського-викладацького складу, аспірантів, студентів та

співробітників відокремлених структурних підрозділів університету. – К.: НТУ, 2013. – С. 451.

22. Шлюнь Н.В. Стійкість бурильних колон в каналах криволінійних свердловин / Н.В. Шлюнь // LXXI наукова конференція професорського-викладацького складу, аспірантів, студентів та співробітників відокремлених структурних підрозділів університету. – К.: НТУ, 2015. – С. 465.

23. Шлюнь Н.В. Інваріантні стани бурильних колон в каналах криволінійних свердловин / Гуляєв В.І., Шлюнь Н.В. // LXX наукова конференція професорського-викладацького складу, аспірантів, студентів та співробітників відокремлених структурних підрозділів університету. – К.: НТУ, 2014. – С. 417.

24. Шлюнь Н.В. Вплив сили тертя на втрату стійкості бурильних колон в каналах криволінійних свердловин / Шлюнь Н.В. // LXXII наукова конференція професорського-викладацького складу, аспірантів, студентів та співробітників відокремлених структурних підрозділів університету. – К.: НТУ, 2016. – С. 436-437.

Патенти:

25. Пат. 81077 Україна, МПК Е 21В 7/06, Е 21В 19/00 Спосіб мінімізації енерговитрат і аварій при проведенні спуско-підіймальних операцій в процесі буріння похилоскерованих свердловин / [В.І. Гуляєв, П.З. Луговой, О.М. Андрусенко, Н.В Шлюнь.]; заявник та власник і-т механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України. –№ и 2012 12876 12.11.2012: опубл. 25.06.2013, Бюл. №12.

26. Пат. 89561 Україна, МПК Е 21В 7/06, Е 21В 19/00 Спосіб комп'ютерного визначення зони прихвату бурильної колони похилоскерованих свердловин / [В.І. Гуляєв, П.З. Луговой, О.М. Андрусенко, та ін.] заявник та власник і-т механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України/ –№ и 2013 13617 22.11.2013: опубл. 25.04.2014, Бюл. №8.

ЗМІСТ

ВСТУП ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ	23
РОЗДІЛ 1 КРИТИЧНІ СТАНИ ВИПИНАННЯ БУРИЛЬНИХ КОЛОН В КАНАЛАХ ГЛИБОКИХ КРИВОЛІНІЙНИХ СВЕРДЛОВИН	29
1 Стан проблеми стійкості бурильної колони в криволінійній свердловині.	29
1.1 Технічні аспекти випинання бурильних колон в глибоких криволінійних свердловинах.....	29
1.2 Механічні дії, що призводять до випинання бурильних колон у глибоких криволінійних свердловинах.....	31
1.3 Математичні аспекти задач стійкості бурильних колон в криволінійних свердловинах.....	33
1.3.1 Модифікована теорія пружних криволінійних стрижнів і її особливості.	33
1.3.2 Сингулярно збурені рівняння в крайових задачах випинання колон в каналах криволінійних свердловин.....	34
1.3.3 Прихвати та інваріантні (мертві) стани бурильних колон в криволінійних свердловинах	36
1.3.4 Роль фрикційних ефектів в загальному балансі силових впливів на колони в криволінійних свердловинах	43
1.3.5 Теорія біфуркацій і задача випинання колони.....	45
1.4 Огляд результатів теоретичного моделювання явищ біфуркаційного випинання бурильних колон у каналах криволінійних свердловин.	54
1.5 Висновки до розділу 1	61
РОЗДІЛ 2 ВИПИНАННЯ БУРИЛЬНОЇ КОЛОНИ В ПОХИЛОМУ КАНАЛІ ПРЯМОЛІНІЙНОЇ СВЕРДЛОВИНИ	63
2.1 Характерні особливості задачі про біфуркаційне випинання бурильної колони в похилому каналі криволінійної свердловини	63

2.2 Загальні рівняння пружного згинання вільного криволінійного стрижня	64
2.3 Геометричні передумови аналізу згинання бурильної колони в циліндричній порожнині.	77
2.4 Рівняння нелінійного згинання і випинання прямолінійної бурильної колони (безфрикційна модель)	83
2.5 Рівняння нелінійного згинання і випинання прямолінійної бурильної колони (фрикційна модель)	90
2.6 Аналіз випинання колон в каналах похилих прямолінійних свердловин	94
2.7 Висновки до розділу 2	104
РОЗДІЛ 3 ВИПИНАННЯ БУРИЛЬНОЇ КОЛОНИ В КАНАЛІ СВЕРДЛОВИНИ КОЛОВОГО ОБРИСУ	105
3.1 Основні концептуальні особливості проблеми моделювання біфуркацій бурильної колони в криволінійній свердловині.....	105
3.2 Геометрія каналової поверхні з коловою осью лінією	108
3.3 Нелінійні рівняння згинання бурильної колони в каналі свердловини з коловою осью лінією (безфрикційна модель).....	113
3.4 Результати моделювання випинання бурильної колони в коловій свердловині (безфрикційна модель).....	121
3.5 Фрикційна модель біфуркаційного випинання бурильної колони в коловій свердловині.	129
3.6 Результати аналізу випинання бурильної колони, що рухається в каналі колової свердловини.	139
3.7 Висновки до розділу 3	149
РОЗДІЛ 4 ГЛОБАЛЬНИЙ АНАЛІЗ ВИПИНАННЯ БУРИЛЬНОЇ КОЛОНИ В КАНАЛІ КРИВОЛІНІЙНОЇ СВЕРДЛОВИНИ	151
4.1 Теоретичні передумови аналізу	153
4.2 Аналіз результатів комп'ютерного моделювання	169
4.3 Висновки до розділу 4	177

	22
ВИСНОВКИ.....	179
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	181
ДОДАТОК А СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ ТА ВІДОМОСТІ ПРО АПРОБАЦІЮ РЕЗУЛЬТАТІВ ДИСЕРТАЦІЇ.....	194
ДОДАТОК Б ДОВІДКИ ПРО ВПРОВАДЖЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ РОБОТИ	198

ВСТУП

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Проблеми енергетики, що стають найбільш гострими в ХХІ столітті, викликані наближенням вичерпності нафтових і газових ресурсів та ускладненням умов їх видобутку.

Вже не рідкі випадки проходки вертикальних свердловин глибиною понад 10 км, а рекордне віддалення від бурильної установки горизонтальної свердловини перебільшило 13,5 км. Буріння таких свердловин проходить на межі сучасних технологічних можливостей при граничних значеннях швидкостей, гідростатичних тисків і температур, а також параметрів міцності та зносу матеріалів бурильних колон під суттєвим впливом ефектів інтенсивних коливань і нестійкості всієї системи. Цілком природно, що ці процеси найчастіше супроводжуються позаштатними та аварійними ситуаціями, до числа яких можна віднести біфуркаційне випинання колон у свердловинах з криволінійними траєкторіями, що супроводжуються погіршенням провідності приводного моменту різання й осьової сили на долото, підвищенням зносу труби колони, збільшенням енергоспоживання системою, збільшення інтенсивності полів напруг та деформацій в колонах і підвищенням імовірності їх руйнування.

Знаходження методами будівельної механіки параметрів процесу глибокого буріння, за яких реалізуються критичні стани, також ускладнене структурою розв'язувальних диференціальних рівнянь, які їх описують, оскільки вони відносяться до класу сингулярно збурених та мають змінні коефіцієнти.

Враховуючи, що освоєння підземних енергетичних ресурсів, інтенсифікація їх видобутку з великих глибин і забезпечення високого рівня їх добування за допомогою геотехнологій криволінійного буріння найближчим часом будуть постійно зростати та займуть домінантне положення серед інших технологій, можна відзначити, що проблема

комп'ютерного моделювання процесів випинання бурильних колон в каналах глибоких криволінійних свердловин є **актуальною**.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертаційна робота виконана відповідно плану науково-дослідних робіт кафедри вищої математики Національного транспортного університету, а також в рамках держбюджетних тем №11 «Математичне моделювання процесів безаварійного буріння в сланцевих породах і шельфових зонах морських акваторій» (2012 – 2014 рр., номер державної реєстрації 0112U000137) і № 38 «Комп'ютерне прогнозування і запобігання аварійним режимам буріння похило-скерованих та горизонтальних свердловин на етапах їх проектування і проходки» (2015 – 2017 рр., номер державної реєстрації 0115U002270).

Мета і задачі дослідження. Мета роботи полягає в постановці та розв'язанні задач про біфуркаційне пружне випинання бурильних колон в каналах надглибоких криволінійних свердловин з урахуванням факторів їх неоднорідного переднапруження зосередженими крайовими силами, а також розподіленими силами тяжіння, контактної та фрикційної взаємодії зі стінкою свердловини.

Для досягнення цієї мети необхідно виконати наступне:

- поставити задачу на власні значення про теоретичне моделювання критичних станів бурильних колон в порожнинах каналів надглибоких криволінійних свердловин;
- сформулювати нелінійні рівняння пружного деформування бурильних колон в порожнині каналу криволінійної свердловини, на їх основі побудувати однорідні лінеаризовані рівняння їх випинання;
- для визначення змінних коефіцієнтів біфуркаційних рівнянь створити методику обчислення поздовжніх сил в бурильній колоні при її осьовому русі в порожнині каналу криволінійної свердловини;

- розвинути методику чисельного розв'язку поставленої задачі на власні значення;
- виконати чисельні дослідження ефектів пружного біфуркаційного випинання бурильних колон в порожнинах каналів криволінійних свердловин різної геометрії.

Об'єкт дослідження. Об'єктом дослідження є явище пружного випинання бурильних колон в каналах криволінійних свердловин при виконанні технологічних операцій буріння.

Предмет дослідження. Предметом дослідження є критичні значення зовнішніх осьових крайових сил і відповідних їм розподілених фрикційних сил, які впливають на стійкість колони.

Методи дослідження. Задача про випинання бурильних колон сформульована за допомогою методів будівельної механіки стійкості пружних систем, бурильна колона ототожнювалась з наддовгим трубчастим пружним стрижнем, моделювання якого здійснювалося за допомогою теорії гнучких криволінійних стрижнів. Для побудови рівнянь контактної взаємодії бурильної колони зі стінкою свердловини застосовувались методи диференціальної геометрії та теорії каналових поверхонь. Побудовані диференціальні рівняння зі змінними коефіцієнтами задачі на власні значення розв'язувались методом скінченних різниць з вельми маленькими кроками дискретизації.

Достовірність результатів досліджень підтверджувалася обґрунтованим вибором прийнятих механічних моделей (теорія гнучких криволінійних стрижнів і основні положення диференціальної геометрії та теорії поверхонь), практичною перевіркою результатів обчислень, відповідністю встановлених закономірностей загальним властивостям стрижневих систем, зіставленням отриманих результатів з результатами розв'язків інших авторів, які знайдені при граничних значеннях визначальних параметрів, а також якісною узгодженістю результатів

розрахунків з висновками, отриманими на підставі міркувань фізичного характеру.

Наукова новизна отриманих результатів.

1. Поставлена нова задача про пружну стійкість бурильних колон в глибоких криволінійних свердловинах з урахуванням дії краєвих силових збурень і розподілених сил тяжіння, а також сил контактної та фрикційної взаємодії колони зі стінкою свердловини. За допомогою основних положень будівельної механіки стійкості пружних систем, методів диференціальної геометрії та теорії поверхонь побудована система біфуркаційних однорідних звичайних диференціальних рівнянь. Показано, що вони відносяться до класу сингулярно збурених; розроблено методику розв'язування цих рівнянь, визначення їх відповідних власних значень та власних форм.

2. Вперше розв'язана задача про втрату стійкості та випинання наддовгих бурильних колон в каналах криволінійних свердловин. Розглянуті свердловини з прямолінійними, коловими та більш складнішими обрисами їх осьових ліній.

3. Вперше показано, що в залежності від геометрії осьової лінії втрата стійкості бурильної колони може супроводжуватися її біфуркаційним випинанням у формі короткохвильових вейвлетів в крайових зонах або локалізуватися на деяких заздалегідь не відомих ділянках траєкторії свердловин.

Практичне значення отриманих результатів.

Результати дисертації можуть бути використані у вигляді комп'ютерного математичного забезпечення під час проектування та буріння глибоких криволінійних свердловин. За допомогою розробленого підходу можна підібрати раціональні режими буріння залежно від характерних параметрів.

Отримані в дисертації результати наукових досліджень використовуються ТОВ "ГЕНПРОФБУД" при проектуванні та розрахунках

відповідальних конструкцій зі стержневими трубчастими елементами, що піддаються впливу інтенсивних поздовжніх сил, сил тертя і крутних моментів. Вони будуть застосовуватись ТОВ "ГЕНПРОФБУД" також для розробки проектів глибокого буріння.

Результати дисертаційної роботи можуть бути також використані на інших підприємствах нафтової, газової та вугільної промисловостей України при проектуванні технологій прокладання досить глибоких криволінійних свердловин.

Зважаючи на те, що криволінійні стрижні знаходять також все більш широке застосування в автомобілебудуванні, розроблені в дисертаційній роботі методи комп'ютерного моделювання пружного деформування криволінійних стержнів впроваджені в навчальний процес на кафедрі опору матеріалів та машинознавства Національного транспортного університету при викладанні курсу з будівельної механіки стержневих конструкцій.

Особистий внесок здобувача.

Основні результати досліджень були отримані автором самостійно. Дисертанту належать аналітичні викладки, числова реалізація на ПК задач механіки та аналіз отриманих результатів. У роботах [13, 15, 18, 24, 25, 56, 60, 70, 72, 73, 111, 112] В.І. Гуляєв брав участь у постановці задач та обговоренні отриманих результатів. У роботах [1, 13, 15, 24, 25, 56, 60, 70, 43, 111] співавтором О.М. Андрусенко надана допомога у розробці та налаштуванні обчислювального комплексу для проведення комп'ютерного моделювання досліджених процесів. У роботах [7, 15, 56, 60, 111] співавтор В.В. Гайдайчук брав участь в обговоренні одержаних результатів.

Апробація результатів дисертації. Результати досліджень, що включені в дисертацію, були представлені на наступних міжнародних наукових конференціях і симпозіумах:

- SPE Arctic and Extreme Environments Technical Conference and Exhibition – (Russia, Moscow, October, 10 – 12, 2013).
- Celle Drilling, (Germany 14-15 September at Congress Union Celle, 2015).

- Сучасні проблеми математичного моделювання та обчислювальних методів (Україна, Рівне, 19-22 лютого 2015 р);
- Актуальные проблемы инженерной механики, III Международная научно-практическая конференция (Одесса: «Внешрекламсервис», травень 2016).

Результати дисертаційної роботи доповідались також на:

- LXXIII науково-практична конференція науково-педагогічних працівників, аспірантів, студентів та структурних підрозділів університету (Україна, Київ, 15 – 17 травня 2017 р.).
- LXXI науково-практична конференція науково-педагогічних працівників, аспірантів, студентів та структурних підрозділів університету (Україна, Київ, 12 – 15 травня 2015 р.).
- LXIX науково-практична конференція науково-педагогічних працівників, аспірантів, студентів та структурних підрозділів університету (Україна, Київ, 15 – 17 травня 2013 р.)
- LXXII науково-практична конференція науково-педагогічних працівників, аспірантів, студентів та структурних підрозділів університету (Україна, Київ, 14 – 16 травня 2016 р.).

Тези доповідей опубліковані у матеріалах зазначених конференцій.

Публікації. Основний зміст роботи викладено у 26 публікаціях [1, 7, 13, 15, 18, 24, 25, 42, 44 – 46, 56, 60, 70, 71, 72, 73, 111, 112]: з них 1 монографія, 7 статей в закордонних журналах, 8 робіт опубліковано у фахових виданнях, 4 — в тезах міжнародних конференцій, 4 — в збірниках тез наукових конференцій Національного транспортного університету та 2 патенти на корисну модель.

Структура та обсяг роботи. Дисертація складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, двох додатків та списку використаних джерел, який містить 138 найменувань. Вона містить 146 сторінок друкованого тексту, 13 таблиць, 38 рисунків. Повний обсяг дисертації складає 203 сторінки.

РОЗДІЛ 1

КРИТИЧНІ СТАНИ ВИПИНАННЯ БУРИЛЬНИХ КОЛОН В КАНАЛАХ ГЛИБОКИХ КРИВОЛІНІЙНИХ СВЕРДЛОВИН

1 Стан проблеми стійкості бурильної колони в криволінійній свердловині.

1.1 Технічні аспекти випинання бурильних колон в глибоких криволінійних свердловинах.

За останні десятиліття «революція сланцевого газу» стала найбільш спонукальним стимулятором в зміні гравців на глобальному енергетичному ринку. Суттєвого впливу зазнав Північноамериканський енергетичний баланс, а також позиції нафти та газу в Європі та на Тихоокеанському узбережжі. Навіть якщо припустити, що «сланцева революція» є виключно регіональним явищем, проте, вона привела до перерозподілу глобальних енергетичних потоків у всьому світі.

Реалізація можливостей видобутку сланцевого газу і нафти, виявилася ефективною, завдяки створенню і розвитку методів похилого (горизонтального) буріння та процедури гідророзриву. Однак, як показує практика, надзвичайно швидкий і успішний розвиток технології розвідки і видобутку сланцевого газу і сланцевої нафти в усьому світі випереджають наукове розуміння основних особливостей їх здійснення. У зв'язку з цим виникає гостра необхідність в інтенсифікації наукових робіт, як в області польових досліджень, так і комп'ютерного моделювання всіх критичних аспектів, супутніх операції буріння протяжних нафтових і газових криволінійних свердловин.

Однією з позаштатних ситуацій, що найбільш часто зустрічаються, при криволінійному бурінні, є критичне випинання бурильної колони (БК). Вона обумовлена втратою конструкцією бурильної колони здатності нести осьову

стискаючи силу і виявляється пов'язаною з рядом ефектів, що негативно впливають на весь технологічний процес.

До них відносяться:

Збільшення розподілених сил контактної взаємодії між бурильною колоною і стінкою свердловини.

Збільшення розподілених сил тертя між колоною і стінкою свердловини.

Зростання інтенсивності згинальних напружень в трубах бурильної колони.

Збільшення інтенсивності зносу труб бурильної колони.

Погіршення провідності осьової сили і крутного моменту від привідного пристрою до долота.

Збільшення загальних енерговитрат на будівництво свердловини.

Оскільки точність прогнозування виникнення біфуркаційного випинання порівняно невелика, то на практиці часто ефект випинання (особливо в його початковій стадії) залишається непоміченим і технологічний процес триває при позаштатних умовах, коли БК в результаті випинання частково втратила свою несучу здатність. У цих умовах перераховані негативні ефекти посилюються і може наступити аварійна ситуація (прихват), пов'язана з повною втратою рухливості колони.

У зв'язку з цим при дослідженні стійкості пружної бурильної колони в каналі свердловини основну увагу слід приділяти знаходженню значень критичних навантажень і форм втрати стійкості. Для колони в криволінійній свердловині таке дослідження має бути проведено методами чисельного аналізу. За їх допомогою можна не тільки ідентифікувати настання критичного стану, але також визначати крок біфуркаційної гармоніки, ширину хвильового пакета і місце його локалізації.

Після встановлення характеру позаштатної ситуації намічаються заходи щодо її усунення. Вони можуть бути пов'язаними зі зміною

конструкції колони і бурового інструменту, зміною режиму буріння, а також перебудування всієї свердловини або окремих її ділянок.

1.2 Механічні дії, що призводять до випинання бурильних колон у глибоких криволінійних свердловинах.

Процеси буріння і виконання спуско-підйомних операцій в глибоких криволінійних свердловинах супроводжуються складними механічними явищами, зумовленими складністю системи бурильна колона – свердловина, складністю форм руху окремих її компонентів і складним характером механічної взаємодії між цими компонентами. Навіть якщо врахувати, що при біфуркаційних випинаннях бурильної колони в каналі свердловини можливо виключити з розгляду вплив привідного механізму і виду конструкції бурильного долота, то залишаються компоненти всієї структури, що включають бурильну колону, канал свердловини і промивну рідину, що складають складну механічну систему. По-перше, найскладнішим елементом є сама колона, оскільки вона складається з окремих трубчастих ділянок з різними діаметрами, а в нижній частині має додаткові опори – центратори. Крім того, вона з зазором вставлена в канал свердловини, осьова лінія якої може мати різні геометричні обриси. І нарешті, всередині БК і в міжтрубному зазорі рухається промивна рідина.

У процесі функціонування бурильна колона здійснює примусове обертання і рухається в осьовому напрямку. На неї діють розподілені сили тяжіння, сили контактної взаємодії зі стінкою свердловини, колові та поздовжні сили тертя і сили інерції від потоків промивної рідини, а на верхньому і нижньому кінцях вона схильна до впливу осьових сил і крутних моментів від привідного пристрою та долота. Під впливом цих збурень бурильна колона приходить в стан складної напруги і в режими коливання. При критичних комбінаціях діючих навантажень ці механічні стани можуть

втрачати стійкість і супроводжуватися випинанням колони. Як зазначено вище, в науковій літературі вказується, що випинання колон може відбуватися по двовимірним гармонійним (синусоїдальним) або тривимірним спіральним формам. Під час обговорення цієї особливості Cunha в статті [58] коментує: «Багато експериментів, виконаних Salies [118, 119], вказують на те, що колона під дією осьової сили спочатку випинається по синусоїдальній формі та потім, якщо осьова сила продовжує зростати, амплітуда синусоїдальної форми збільшується до деякого граничного стану, в якому ця форма переключенням переходить в спіральну».

Враховуючи дану обставину, можна зв'язати початок нестійкого випинання бурильної колони з її проклацуванням по синусоїдальній формі і в першу чергу досліджувати ці критичні стани. У нашій роботі показано, що ця біфуркаційна форма не просто є синусоїдальною, а має вигляд синусоїдального вейвлету, тому біфуркаційний аналіз зводиться до визначення критичного навантаження та побудови гармонійного вейвлету, що визначається кроком гармоніки, шириною вейвлету і місцем його локалізації.

При цьому необхідно враховувати, що зазначені характеристики визначаються складною комбінацією змінних силових і кінематичних величин, які в свою чергу, залежать від геометрії свердловини. Так, критичне значення осьової стискаючої сили в колоні в значній мірі залежить від балансу сил тяжіння, що діють на елементи системи, сил тертя і зовнішніх сил, прикладених до нижнього і верхнього кінців колони. Горизонтальні і вертикальні компоненти цих сил виражаються через кут нахилу траєкторії свердловини, який може змінюватися в межах від нуля до 90° . Від цього кута також сильно залежить контактна сила між колоною та стінкою свердловини, яка притискає колону до дна її поверхні і перешкоджає процесу випинання. І, нарешті, критичний стан системи визначається радіусом кривизни осьової лінії свердловини. Всі ці фактори мають бути враховані при розробці

математичної моделі ефектів біфуркаційного випинання колони в криволінійній свердловині.

1.3 Математичні аспекти задач стійкості бурильних колон в криволінійних свердловинах.

1.3.1 Модифікована теорія пружних криволінійних стрижнів і її особливості.

Слід зазначити, що при врахуванні контактної взаємодії бурильної колони зі стінкою свердловини задача дослідження її стійкості має особливості, що суттєво ускладнюють як постановку, так і методику розв'язання цієї задачі. Зміст першої особливості полягає в тому, що після випинання і вступу в контакт зі стінкою свердловини бурильна колона під дією все більшої стискаючої сили на нижньому кінці, розподіленої контактної сили, сил тяжіння і крутного моменту продовжує змінювати свою форму. У зв'язку з цим, моделювання даного процесу можна виконати тільки на основі нелінійної теорії гнучких криволінійних стрижнів. Враховуючи даний факт, процесу критичного і закритичного деформування БК в порожнині свердловини можна співставити рух її пружної лінії по відповідній каналовій поверхні.

Друга особливість явища пружного згинання БК в каналах криволінійних свердловин притаманна невеликим механічним системам, переміщення яких обмежені в'язями. Структура і складність рівнянь, які описують рух таких систем, залежать від вибраного для його моделювання підходу і системи координат. Як правило в таких випадках застосовують методи Лагранжа першого і другого роду. Якщо використовується перший підхід, то рух систем розглядається в декартових координатах і до розв'язувальних рівнянь приєднуються рівняння в'язів, а в рівняння статичної чи динамічної рівноваги вносяться складові з додатковими невідомими (невизначеними множниками Лагранжа), що відіграють роль

реакцій в'язей. При такій постановці, число шуканих змінних збільшується на число накладених в'язей, тоді даний прийом доцільно застосовувати тільки для систем з невеликим числом граничних умов.

Перевага методу Лагранжа другого роду (методу узагальнених координат) стає очевидною, зважаючи на те, що кожна накладена в'язь зменшує на одиницю число її ступенів вільності. Використання цього прийому дає можливість істотно спростити задачу, за рахунок можливості попереднього розгляду деяких інтегральних характеристик руху систем і подальшого переходу до аналізу деталей деформування і руху, та обчислення реакцій в'язів. Отже, труднощі, що виникають у зв'язку з наявністю в'язів у методі невизначених множників, виявляються перевагами в методі узагальнених координат.

У нашій роботі ці питання розглядаються спеціально із застосуванням методів диференціальної геометрії та з використанням спеціальних систем відліку (рухомих трієдрів), що дозволяють розділити шукані змінні і окремо знаходити їх в певній послідовності. В результаті виключення з розгляду реакції в'язів (сил контактної взаємодії) вдалося побудувати нову (модифіковану) теорію гнучких криволінійних стрижнів, в якій фігурує тільки одна шукана змінна. Нагадаємо, в відомій теорії [16,30,32] їх три (це координати, $x(s)$, $y(s)$, $z(s)$ точок стержня). Завдяки цьому, зменшений порядок диференціальних рівнянь і істотно спрощена загальна задача.

1.3.2 Сингулярно збурені рівняння в крайових задачах випинання колон в каналах криволінійних свердловин

Як зазначено вище, рівняння пружного згинання бурильних колон у глибоких свердловинах є сингулярно збуреними. У загальному випадку в математичній фізиці цю властивість диференціальних рівнянь пов'язують з наявністю малого коефіцієнта перед старшою похідною [5,39,51]. Тоді роль цього доданка в порівнянні з похідними нижчого порядку падає, проте

нехтувати ним не можна, так як в результаті його відкидання зміниться не тільки тип диференціального рівняння, а й структура його розв'язку. Як показує аналіз, наявність малого коефіцієнта при старшій похідній призводить до різних порушень регулярності та в структурі розв'язків, оскільки в них з'являються сингулярності в формі розривів, локалізованих сплесків або крайових ефектів.

Перелічені особливості мають місце і в задачах випинання бурильних колон, проте проявляються вони в дещо іншій формі. Справа в тому, що, наприклад, в теорії прямолінійних балок перед старшою (четвертою і єдиною) похідною зазвичай стоїть коефіцієнт EI , де E – модуль пружності матеріалу балки, I – момент інерції її поперечного перерізу, та, як правило, цей коефіцієнт не є малим. При цьому, якщо балка коротка, то ніяких особливостей в постановці задачі та в її розв'язанні не виникає. Однак, якщо цю балку встановити на пружну основу, то в рівнянні її згинання з'являється додатковий доданок у вигляді шуканої функції, помноженої на коефіцієнт постелі (нульова похідна). У цьому випадку роль четвертої похідної в рівнянні зменшується, а поперечне навантаження, яке діє на балку, починає сприйматися пружною основою, вплив якої зростає зі збільшенням її коефіцієнта постелі. І нарешті, розглянутий ефект ще більш посилюється зі збільшенням довжини балки, так як при цьому вона стає гнучкою, хоча її коефіцієнт згинальної жорсткості EI і не змінився.

Зазначені ефекти проявляються ще більш чітко в задачах випинання бурильних колон у каналах криволінійних свердловин, оскільки при цьому і коефіцієнт постелі (визначається жорсткістю гірської породи), і довжина балки (колони) виявляються незрівнянно великими в порівнянні з випадками, типовими для звичайної техніки. Тому можна стверджувати, що поставлені задачі про випинання криволінійних бурильних колон є істотно сингулярно збуреними. Отримані нами результати моделювання ефектів їх втрати стійкості дозволили вперше побудувати властиві їм моди випинання, що мають форми гармонійних вейвлетів, локалізованих у внутрішній або

прикрайовій зоні колони. При цьому виявилось можливим встановити також і основні характеристики вейвлетів, такі як його крок (відстань між двома сусідніми нулями) і ширину (умовна величина, що дорівнює відстані між його початком і кінцем).

За допомогою поняття сингулярно збурених систем вперше вдалося також відповісти на питання, що цікавить фахівців з проблеми випинання, а саме, як впливають граничні умови на критичні навантаження і моди. Виявилось, що якщо біфуркаційний вейвлет формується у внутрішній зоні колони, то граничні умови ніяк не впливають на цей процес, якщо ж випинання має місце в прикорній зоні, то вплив граничного опирання є досить слабким, так як він поширюється лише на один крайній сплеск вейвлету.

1.3.3 Прихвати та інваріантні (мертві) стани бурильних колон в криволінійних свердловинах

Одним з найбільш несприятливих станів, що виникають у практиці буріння, є прихват бурильної колони. Зазвичай цей ефект пов'язують з випадком місцевого обвалення стінки свердловини, заповненням шматками породи міжтрубного простору, перекосом колони і втратою її рухливості (рис. 1.1). Така ситуація є аварійною, оскільки може супроводжуватися повною втратою бурильної колони і свердловини.

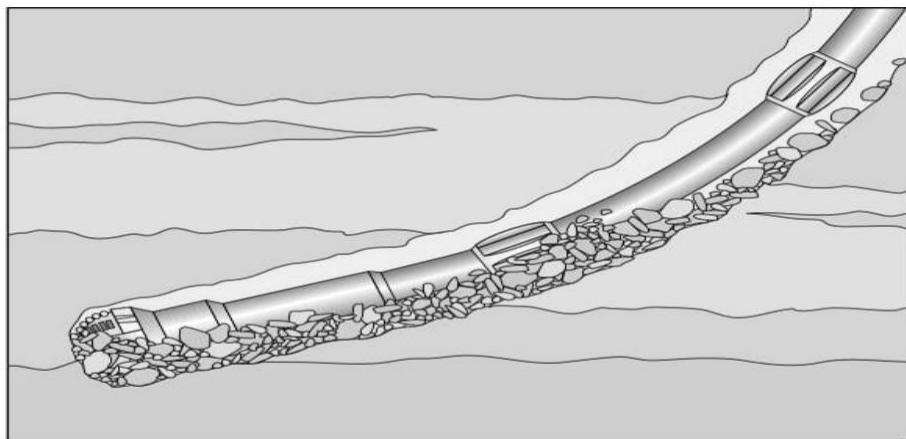


Рисунок 1.1 – Схема прихвату бурильної колони

Однак поряд з такими випадками при бурінні можуть виникати схожі ситуації, але вони мають зовсім іншу природу. У теорії машин і механізмів їх називають мертвими станами (dead lock states). Дані стани виникають, коли швидкість характерної точки провідної ланки виявляється перпендикулярною швидкості характерної точки веденої ланки і система сама себе замикає. Наприклад, в кривошипно-шатунному механізмі, призначеному для перетворення зворотно - поступального руху поршня B в обертальний рух кривошипа OA (рис.1.2 а), є положення, коли точки O , A і B лежать на одній прямій і тоді система не може бути виведена з цього стану рухом поршня B уздовж прямої OAB . Також положення є мертвим, якщо ланка B є провідною, але система виявляється нечутливою до спроби її переміщення. У більш загальних випадках в механіці та в математиці, коли система є нечутливою по відношенню до даного виду збурення, кажуть, що система інваріантна відносно такого виду збурення.

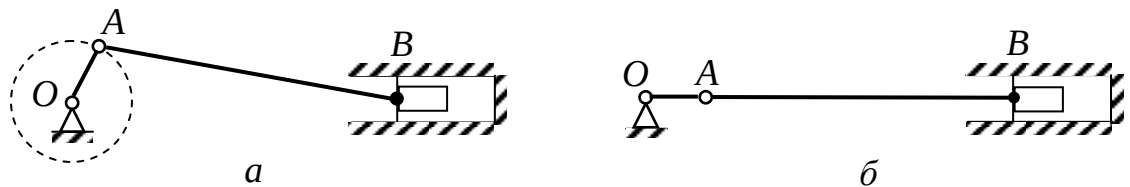


Рисунок 1.2 – Геометрично змінне (а) та мертве (б) положення двохланкового механізму

У механіці інваріантні різноманіття являють собою деякі функції, які під час руху не змінюються в силу деяких законів збереження – закону збереження енергії, закону збереження кількості руху, закону збереження моменту кількості руху, закону збереження маси і т. д. У динамічних системах величини, що підпорядковуються цим законам, пов'язують з інтегралами руху, які залишаються незмінними за весь час руху.

Поняття інваріантних станів широко зустрічається також в системах автоматичного управління, що реалізуються на основі принципу інваріантності (незалежності, нечутливості) до будь-яких зовнішніх впливів.

Як уже зазначалося, в теорії машин і механізмів відомі і так звані граничні (мертві) положення просторових кривошипно-шатунних механізмів, які зберігають незмінною статичну геометрію свого кінематичного ланцюга зі зміною деяких комбінацій діючих на нього сил, що варіюються, пропорційно деякому параметру.

Зазвичай інваріантні стани змінних систем реалізуються на основі необхідності виконання класичних умов інваріантності, що вимагають обертання на нуль правої частини диференціальних рівнянь, які описують даний процес.

Одним з найбільш очевидних прикладів інваріантних систем, що зустрічаються в будівельній механіці, може бути пружна балка, на яку діє вертикальна сила прикладена в одній з точок її спирання (рис. 1.3).

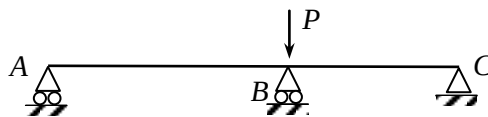


Рисунок 1.3 – Схема трьохопорної пружної балки

Очевидно, що напружено-деформований стан балки виявляється нечутливим (інваріантним) по відношенню до сили P і з її зміною змінюється тільки опорна реакція на опорі B .

У розглянутому прикладі сила P не входить в рівняння пружної рівноваги самої балки. Однак бувають випадки інваріантних систем, які описуються неоднорідними рівняннями. На рис. 1.4 показана схема замкнутої абсолютно гнучкої нерозтяжної нитки напруженої розподіленим навантаженням f рівної інтенсивності.

Важливе прикладне значення має приклад рівноваги гнучкого нерозтяжного шлангу з внутрішнім потоком рідини. Його форма інваріантна відносно швидкості потоку.

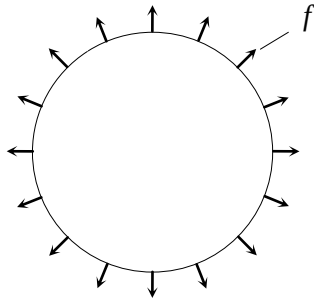


Рисунок 1.4 – Схема нерозтяжного ниткового кільця, напруженого розподіленим навантаженням

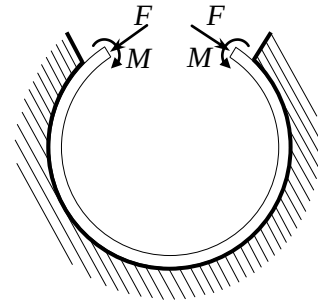


Рисунок 1.5 – Схема пружного стрижня в жорсткій обоймі

Інваріантною по відношенню до осьової сили P є також колова форма гнучкого стрижня, вміщеного в жорстку гладку обойму (рис. 1.5). Зі збільшенням сили P колова форма стрижня не змінюється і зростає тільки розподілена сила $f^{\text{конт}}$ контактної взаємодії його зовнішнього контуру з контуром обойми.

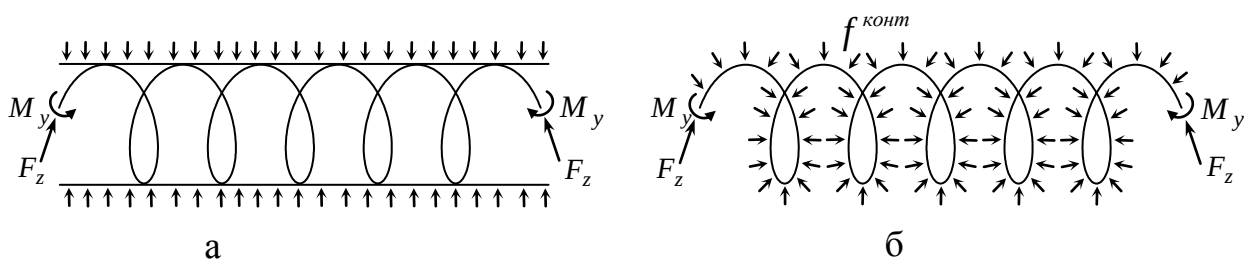


Рисунок 1.6 – Інваріантний стан згинного стрижня в циліндричній порожнині

Від цього прикладу можна перейти до складнішого випадку, коли обойма являє собою жорстку гладку циліндричну порожнину, в якій довгий пружний стрижень вставлений таким чином, що є регулярною циліндричною спіраллю, яка зберігається в рівновазі осьовою силою F , крутним моментом

M і розподіленими силами $f^{конт}$ контактної взаємодії стрижня з поверхнею циліндричної порожнини (рис. 1.6, а). Виявляється, створена таким чином циліндрична спіраль є інваріантною по відношенню до сили F і моменту M і з їх зміною змінюється тільки контактна розподілена сила $f^{конт}$ (рис. 1.6, б).

Ще більше узагальнення розглянутих прикладів досягається при переході від циліндричної поверхні до обмежуючої поверхні загального виду (що диференціюється необхідну кількість разів), до внутрішньої сторони якої притиснутий пружний стрижень, вигнутий по геодезичній кривій. Оскільки довжина геодезичної кривої між її крайніми точками є мінімальною на даній поверхні, при навантаженні стрижня осьовими силами і крутним моментом він набуває тенденції збереження своєї геометрії незмінною (інваріантною). Такі стани бурильних колон в криволінійних свердловинах аналогічні мертвим станам механізмів.

Для аналізу особливостей нелінійного згинання пружного стрижня, що контактує по всій своїй довжині з гладкою жорсткою поверхнею D , спочатку виділимо деякі особливості стану його рівноваги. Найпростіший випадок має місце, коли Гауссова кривизна поверхні додатна і абсолютно гнучка нерозтяжна нитка AB притиснута до неї з зовнішнього боку двома розтягуючими рівними по модулю осьовими силами F' і F'' що прикладені до її кінців (рис. 1.7).

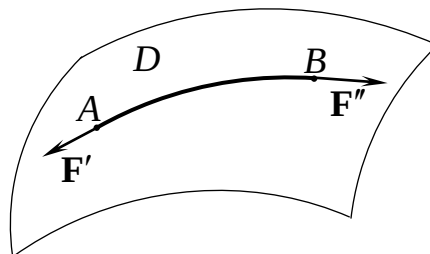


Рисунок 1.7 – Геодезична лінія AB на випуклій поверхні D .

Під дією цих сил нитка натягується та займає положення, в якому її довжина є меншою довжини будь-якої іншої кривої на D , що з'єднує точки A і B . Така крива AB називається геодезичною. Вона є найкоротшою на D між точками A і B , а кривизна її проекції на площину, дотичну до D , дорівнює нулю в кожній її точці.

В цьому випадку нитка знаходиться в рівновазі під дією сил $\mathbf{F}'$, $\mathbf{F}''$, і нормальної до D розподіленої сили $f^{\text{конт}}$ її контактної взаємодії з поверхнею, причому цей стан не змінюється зі зміною сил $\mathbf{F}'$ і $\mathbf{F}''$. Кажуть, що в цьому випадку система (нитка) інваріантна (нечутлива) по відношенню до сил $\mathbf{F}'$ і $\mathbf{F}''$ і стійка при будь-яких їхніх змінах.

Аналогічна ситуація, але з деякими відмінностями, має місце, якщо тонкий пружний стрижень притиснений до внутрішньої сторони поверхні D вздовж геодезичної кривої AB стискаючими осьовими силами $\mathbf{F}'$ і $\mathbf{F}''$. Тут стрижень також буде знаходитися в рівновазі під дією зовнішніх сил $\mathbf{F}'$, $\mathbf{F}''$, і розподіленої контактної сили $f^{\text{конт}}$, проте в кожній точці його осі виникає також внутрішній згинний момент і перерізуюча сила, що лежать в спрямній площині. Ці моменти і сили визначаються кривизною нормального перетину поверхні D спрямної площини і тому не залежать від сил $\mathbf{F}'$ і $\mathbf{F}''$.

Згинні моменти, що перерізують сили в площинах, дотичних поверхні AB , дорівнюють нулю, оскільки дорівнює нулю геодезична кривизна кривої AB . Таким чином згинний напружений стан пружного стрижня, притисненого силами $\mathbf{F}'$, $\mathbf{F}''$, до геодезичної AB на поверхні D , не залежить від значень сил $\mathbf{F}'$, $\mathbf{F}''$, і визначається тільки геометрією поверхні. У цьому випадку зі збільшенням $\mathbf{F}'$ і $\mathbf{F}''$ в стрижні збільшується тільки внутрішня осьова сила $\mathbf{F}$, яка по модулю дорівнює модулю цих сил, а також розподілена сила $f^{\text{конт}}$ контактної взаємодії стрижня з поверхнею, тобто стрижень тільки сильніше притискається до стінки свердловини. Ця сила нормальна до D і визначається з умов рівноваги зовнішніх сил, прикладених до стрижня.

В результаті виявляється, що, як і в прикладі з ниткою, яка розтягується на опуклій поверхні, деформований стан тонкого пружного стрижня, притиснутого двома осьовими силами до геодезичної кривої на увігнутій поверхні, виявляється нечутливим (інваріантним) по відношенню до величини цих сил, і з їх зміною, стрижень не змінює свою форму.

Однак ситуація приймає іншу форму, якщо крива AB не є геодезичною. Воно можливо, якщо до стрижня додані не тільки осові сили F' , F'' , а й інші зовнішні впливи (наприклад, сили тяжіння, тертя та ін.). Тоді зі зміною зовнішніх осьових сил F' і F'' поля внутрішніх сил, моментів і деформацій можуть еволюціонувати довільним чином, а осова лінія стрижня змінює свою геометрію. Для нього інваріантний стан може бути реалізованим тільки в результаті деяких спеціальних побудов.

Обидва види розглянутих станів можуть бути реалізовані і в бурильних колонах. Так, для вертикальної свердловини поверхня D є циліндричною і для неї геодезичні лінії – це регулярні спіралі, число яких нескінченне. Тому для такої системи можлива необмежена кількість інваріантних станів, які проявляються у вигляді мертвих станів (dead lock states). Вони майже не реагують на збільшення осьових сил і тільки сильніше притискаються до стінок свердловини. Однак, оскільки при цьому зростає і внутрішня осова сила F , то зі збільшенням F' і F'' врешті-решт настає такий стан інваріантної системи, що вона стає нестійкою і в результаті біфуркаційного випинання перескакує в інший інваріантний стан або просто деформується зі зменшенням кроку спіралі. Тому в загальному випадку, при аналізі стійкості бурильних колон в каналі свердловини особлива увага повинна бути приділена аналізу стійкості їх інваріантних станів. Відзначимо, що навіть для циліндричних свердловин це не просте завдання, так як з викривленням їх осьових ліній для їх аналізу необхідно створювати спеціальні обчислювальні комплекси, що базуються на застосуванні теорії геодезичних кривих на каналових поверхнях загального вигляду.

1.3.4 Роль фрикційних ефектів в загальному балансі силових впливів на колони в криволінійних свердловинах

В результаті примусового викривлення бурильної колони за формою осьової лінії свердловини в ній виникають згинні моменти. Під дією цих моментів істотно зростають сили контактної та фрикційної взаємодій колони зі стінкою свердловини. Розрахунок зазначених сил може бути виконаний за допомогою запропонованої нами модифікованої теорії гнучких криволінійних стрижнів.

Розроблена методика обчислення сил тертя і крутних моментів тертя дозволяє з високою точністю визначати ці величини в свердловинах практично будь-якої конфігурації з урахуванням геометричних недосконалостей бурильних колон і локальних відхилень осьової лінії свердловини від заданої. З її допомогою на більш простих прикладах встановлено, що ефекти формування сил тертя в прямолінійних і криволінійних свердловинах мають принципові відмінності. Так, в обох випадках при русі колони, сила тертя, що на неї діє дорівнює добутку коефіцієнта тертя на силу контактного тиску. Однак в прямолінійній свердловині сила контактного тиску залежить тільки від нормальної до осі свердловини компоненти зовнішньої сили тяжіння і не залежить від внутрішньої осьової сили в колоні. Тому вважають, що в даному випадку сила тертя є адитивною. У той же час для колони в криволінійному каналі ситуація істотно ускладнюється, оскільки в даному випадку сила контактного тиску на викривленій ділянці залежить не тільки від сили тяжіння, але також і від внутрішньої осьової сили в колоні та зростає зі збільшенням кривизни каналу. В результаті при русі колони в криволінійному каналі генеруються додаткові сили тертя. Ці сили призводять до збільшення осьових сил в колоні, через що зростають контактні сили, які призводять до зростання самих сил тертя. Ці сили ще більше збільшують осьові сили, внаслідок чого ще більше збільшуються контактні сили і т. д. У зв'язку з зазначеним в

даному випадку фрикційні ефекти є нелінійними, а описану властивість їх формування називають мультиплікативною.

Аналіз результатів, отриманих на основі нашої методики, дозволив зробити наступні висновки:

1. Оскільки напрямок сил тертя має різну орієнтацію при спуску і підйомі бурильної колони, вони по-різному взаємодіють з силами тяжіння. Так на ділянці збільшення глибини БК сили тертя додаються з силами тяжіння при підйомі колони і віднімаються при спуску. Тому підйом бурильної колони пов'язаний з прикладанням більшої сили на її верхньому кінці, ніж спуск.

2. Сили тертя на криволінійній ділянці залежать від згинальної жорсткості труби бурильної колони. З її збільшенням ці сили зростають. Вони збільшуються також в місцях швидкої зміни жорсткості колони. Ці ефекти виникають в місцях різьбових з'єднань труб бурильної колони і в місцях з'єднань труб різних діаметрів.

3. Сили тертя залежать від початкової кривизни κ_0 бурильної колони і зі збільшенням κ_0 вони зростають.

4. Сили тертя різко зростають в місцях швидкої зміни початкової кривизни ($d^2\kappa_0 / ds^2$).

5. Сили тертя зростають в місцях зменшення радіуса кривизни свердловини і в місцях швидкої зміни її кривизни (в точках різкого вигину і з'єднання ділянок різної кривизни).

6. Сили тертя зростають за рахунок крайових ефектів виникнення згинального моменту і пари перерізуючих сил на кінці бурильної колони. Значення цих сил (і сил тертя) швидко зростають зі збільшенням згинальної жорсткості EI труби бурильної колони при наближенні її діаметра до діаметра свердловини. Зі збільшенням діаметра свердловини відносно діаметра бурильної колони і зі зменшенням EI ці сили падають.

7. Так як на ділянках траєкторії свердловини, які наближаються до горизонтальних, сили нормального тиску труби на стінку свердловини зростають, то сили тертя на цих ділянках також збільшуються.

На завершення підкреслимо, що більш точний підрахунок внутрішніх і зовнішніх сил, які діють на криволінійну бурильну колону, дозволяє, згідно з даними експериментального вимірювання осьового переміщення і поздовжньої сили, а також кута закручування і крутного моменту, точніше визначати місця прихвату БК і вживати заходів щодо її звільнення.

Очевидно, що розрахунок сил тертя, які генеруються, необхідний також і при дослідженні випинання бурильних колон.

1.3.5 Теорія біфуркацій і задача випинання колони

Ефект втрати стійкості рівноваги і випинання бурильної колони є проявом одного з найбільш загальних законів філософії – закону переходу кількісних змін в якісні.

У різних сферах дійсності кількісні зміни в залежності від специфічних умов переходять в якісні по-різному. Конкретні форми переходу, стрибка з одного стану в інший, є предметом дослідження багатьох наук. У механіці їх вивчають на основі теорії стійкості рівноваги і біфуркацій.

Спільними і найбільш типовими формами стрибків вважають: 1) форму порівняно швидкого і різкого перетворення однієї якості в іншу, коли об'єкт як цілісна система відразу змінює свою структуру; 2) форму поступового якісного переходу, коли об'єкт змінюється не відразу, а шляхом постійного накопичення якісних змін. Обидві ці форми мають місце і в задачах стійкості механічних систем. Залежно від типу якісних змін при втраті стійкості розрізняють втрату стійкості I та II-го роду.

При аналізі стійкості стану рівноваги механічної системи зазвичай намагаються встановити межі зміни параметрів навантаження, при яких дана

система має єдину форму рівноваги. Ейлер, досліджуючи поздовжній вигин стрижня, вказав шлях відшукування цих меж на основі переходу до задачі на власні значення (задачі Штурма - Ліувілля). Цей метод згодом стали широко використовувати і був строго обґрунтований. В достатній мірі метод виправдав себе стосовно до стрижнів, стрижневих систем і пластин, чому сприяла та обставина, що лінеаризація в цих випадках проводиться в околі вихідного безмоментного напруженого стану, який можна розрахувати порівняно простими засобами.

Однак спроби використовувати лінеаризацію для вирішення істотно нелінійних задач стійкості часто виявляються невдалими, оскільки звичайний принцип лінеаризації дає спотворене уявлення про критичне навантаження та форми. Виявилося, що його слід застосовувати лінеаризуючи задачу в околі заздалегідь невідомого розв'язку, або ж взагалі відмовитися від лінеаризації і перейти до безпосереднього глобального дослідження нелінійних рівнянь, які описують деформацію системи. А так як ці співвідношення являють собою складну систему рівнянь в частинних похідних, що містить систему навантаження λ , то проблема зводиться до дослідження спектра деякої нелінійної крайової задачі [13,14].

Як правило, це дослідження не вдається провести строго. Істотні труднощі виникають також при спробі вирішення цієї проблеми наближеними методами і для бурильних колон у каналах криволінійних свердловин оскільки осьова лінія колони при втраті стійкості приймає форму, яка має ділянки плавної і швидкої зміни траєкторії, що істотно ускладнює задачу, так як в цьому випадку дуже важко форму осьової лінії наближати простими апроксимуючими функціями. Послідовна зміна форми деформованої осі при розвитку процесу навантаження призводить до необхідності дослідження колони як системи з великим числом ступенів свободи.

Зазначені труднощі можна подолати шляхом переходу до задачі Коші, використовуючи чисельні методи. В цьому випадку розв'язок системи нелінійних рівнянь

$$F(x) = \lambda b, \quad (1.1)$$

що описують згинання колони, ґрунтується на заміні нелінійного оператора F в околі стану узагальненим виразом Тейлора. Тут F – нелінійний оператор крайової задачі; x – вектор, що визначає деформований стан колони; λ – параметр, який характеризує збурення системи.

Обмеження числа членів в розкладі Тейлора дозволяє в околі стану $x_{(n)}$ ввести аналог алгоритмів Ньютона - Канторовича, дотичних гіпербол і їм подібних:

$$x_{(n+1)} = x_{(n)} + [F_{(n)}]^{-1} (\lambda_{(n+1)} b - F_{(n)} x_{(n)}) \quad (1.2)$$

де прогнозований елемент $x_{(n)}^a$ вибирають на базі елементів $x_{(m)} (m \leq n)$. Формула (1.2) описує операцію знаходження послідовності елементів $x_{(i)}$, що наближено задовольняють рівняння (1.1) при $\lambda = \lambda_{(i)}$. Вона добре поєднує простоту методу Ньютона і високу точність алгоритмів вищих порядків типу Чебишева і Ейткена.

На основі методів дискретизації операторне рівняння (1.1) зводиться до системи нелінійних алгебраїчних рівнянь, а похідна Фреше F' – до матриці Якобі.

Аналіз значення визначника J матриці Якобі дозволяє судити про появу розгалужених розв'язків і про стійкість стану системи.

У точках перетворення якобіана J в нуль задача продовження розв'язку методом (1.2) виявляється поставленою некоректно, так як незначним змінам параметрів збурення можуть відповідати великі зміни в

розв'язку задачі. Поняття коректності і приклад некоректної задачі математичної фізики дано на початку нашого століття Адамаром. Великий внесок у розвиток теорії і методів розв'язання задач математичної фізики, які не є коректними в класичному сенсі, внесли В.К. Іванов, М.М. Лаврентьєв, А.Н. Тихонов та інші.

Граничне значення параметра λ , при якому якобіан обертається на нуль, є критичним. У цих точках необхідно досліджувати можливість розгалуження розв'язку, тобто його біфуркацію. Нагадаємо, що точкою розгалуження розв'язку називається точка, в малому околі якої одному значенню параметра λ відповідають два або більше розв'язків. Зазвичай для дослідження траєкторії навантаження механічної системи в околі особливої точки використовується рівняння розгалуження, що базується на заміні в околі точки розгалуження нелінійного рівняння певним числом членів розкладання його в ряд Тейлора. Розв'язки рівняння розгалуження визначають напрямки розв'язків, що відгалужується в малому околі точки виродження. При цьому кратні розв'язки слід розглядати окремо. Продовження кривої навантаження відповідно до виразу (1.2) по кожному з знайдених напрямків дозволяє побудувати всі гілки біфуркаційних розв'язків.

Поєднання методу продовження по параметру з методами теорії розгалуження дає можливість знаходити розв'язки і значення параметра λ^b при якому відбувається розгалуження, визначати число розв'язків, що відгалужуються від x^b , вивчати поведінку цих розв'язків при різних значеннях λ .

Особливі математичні труднощі пов'язані з дослідженням стійкості механічних систем з односторонніми в'язями тобто в'язями, здатними сприймати зусилля тільки одного знаку. Такі задачі виникають і при дослідженні стійкості бурильної колони в порожнині криволінійної свердловини, оскільки в цьому випадку стінка свердловини обмежує

переміщення колони тільки в одному напрямку. Цей клас задач найменш вивчений, він зводиться до розв'язання нелінійної крайової задачі при додаткових умовах, заданих у вигляді нерівностей. Для її розв'язання необхідно залучати методи нелінійного програмування.

У загальному випадку розв'язок рівняння (1.1) може бути побудований методом продовження розв'язку по параметру.

Нехай дано нелінійне функціональне рівняння

$$F(x) = 0. \quad (1.3)$$

Диференційовний по Фреше k -разів нелінійний оператор F переводить елементи простору X в простір Y . Припустимо, $G(x; \lambda) = \Phi(x) - \lambda b$ ($x \in X$; $0 \leq \lambda \leq 1$) – такий оператор зі значеннями в Y ,

$$G(x; 1) = \Phi(x) - \lambda b \equiv F(x) \quad (1.4)$$

і рівняння

$$G(x; 0) = 0 \quad (1.5)$$

має очевидний розв'язок x^0 .

Розглянемо співвідношення

$$G(x; \lambda) = 0 \quad (1.6)$$

Припустимо, що рівняння (1.6) має неперервний розв'язок $x = x(\lambda)$, визначений при $0 \leq \lambda \leq 1$ і такий, що здовільняє умові

$$x(0) = x^0 \quad (1.7)$$

Якщо розв'язок $x(\lambda)$ відомий, то формула

$$x^* = x(1) \quad (1.8)$$

дає розв'язок рівняння (1.3).

Розіб'ємо проміжок $[0; 1]$ точками

$$\lambda_{(0)} = 0 < \lambda_{(1)} < \dots < \lambda_{(m)} = 1. \quad (1.9)$$

За формулою Тейлора в околі точки $x_{(n)}$ для оператора Φ маємо

$$\begin{aligned} \Phi_{(n)} + \Phi'_{(n)}(x_{(n+1)} - x_{(n)}) + \frac{1}{2!}\Phi''_{(n)}(x_{(n+1)} - x_{(n)}, x_{(n+2)} - x_{(n)}) + \dots + \\ + \frac{1}{r!}\Phi^{(r)}_{(n)}(x_{(n+1)} - x_{(n)}, \dots, x_{(n+1)} - x_{(n)}) \approx \lambda_{(n+1)}b \end{aligned} \quad (1.10)$$

Віднімаючи в розкладі (1.10) деяке число членів і маючи елемент $x_{(n)}$, можна наближено знайти $x_{(n+1)}$.

При $r=1$ співвідношення, що визначає $x_{(n+1)}$, має вигляд

$$x_{(n+1)} = x_{(n)} + [\Phi_{(n)}]^{-1}(\lambda_{(n+1)}b - \Phi_{(n)}x_{(n)}) \quad (1.11)$$

Ця формула і рівняння $x(0) = x^0$ описують послідовність операцій (рис. 1.8), яка приводить до елемента $x_{(m)}$, що наближено задовольняє рівняння (1.3)

Так як кожен етап процесу (1.11) являє собою один крок ітераційного методу Ньютона - Канторовича, для його збіжності достатньо задовольняти умовам, що впливають з умов збіжності останнього алгоритму [14].

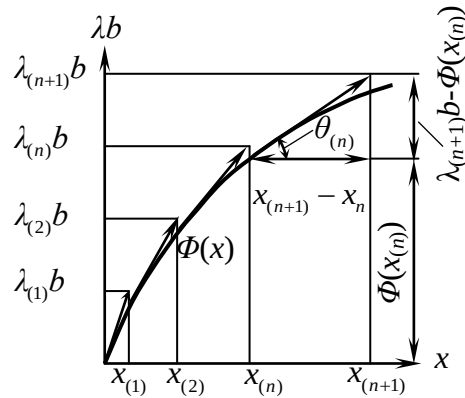


Рисунок 1.8 – Геометричне зображення алгоритма продовження розв'язку по дотичним

При розв'язанні нелінійних рівнянь (1.3) методом (1.11) доводиться мати справу з особливими точками $x_{(n)}^s$, в яких оператор $\Phi'(x_{(n)}^s)$ вироджується і продовження розв'язання стає неможливим. Якщо дефект лінеаризованої системи рівнянь дорівнює одиниці і права частина не сумісна з лівою, то перехід через особливу точку здійснюється зміною головного параметра. У загальному випадку розв'язок цього рівняння в особливій точці може виявитися розгалуженням. Для продовження розв'язку необхідно методами теорії розгалуження знайти всі гілки і продовжити розв'язок по кожній з гілок (рис. 1.9).

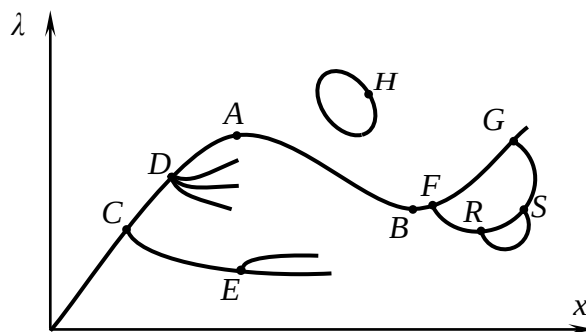


Рисунок 1.9 – Типи розв'язків нелінійних рівнянь, що розгалужуються

В будівельній механіці найпростішим ефектом, пов'язаним з розгалуженням (біфуркацією) розв'язку нелінійного рівняння рівноваги, є втрата стійкості прямолінійної форми шарнірно опертого пружного стрижня під дією осової стискаючої сили λ (рис. 1.10). Ця задача була вирішена Л. Ейлером в 1744 р. в результаті аналізу лінеаризованого рівняння вигину

$$EI \frac{d^4 u}{dx^4} - \lambda \frac{d^2 u}{dx^2} = 0, \quad (1.12)$$

де EI – жорсткість стрижня при вигині; $u(x)$ – функція його малого поперечного переміщення; x – координата, що має напрям вздовж його осі.

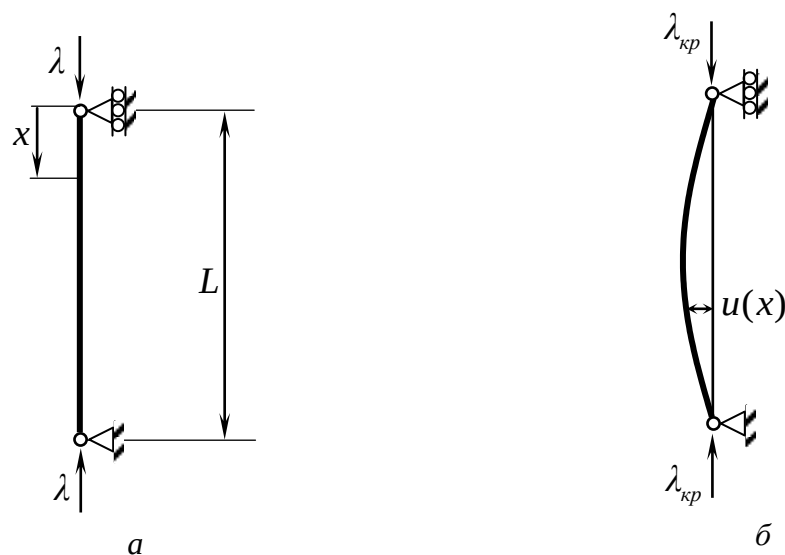


Рисунок 1.10 – Біфуркаційне випинання прямолінійного пружного стрижня

Рівняння (1.12) справедливе при $\lambda = \lambda_{kp}$. У випадку $\lambda = \lambda_{kp}$ вигини $u(x) = 0$ і зі зміною λ крива навантаження, що показана на рис. 1.8, зображується у вигляді вертикальної прямої (рис. 1.11).

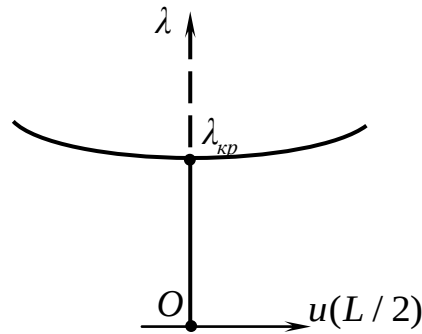


Рисунок 1.11 – Крива навантаження
прямолінійного стрижня осьовою силою λ

При $\lambda = \lambda_{кр}$ рівняння (1.12) вироджується і крім нестійкого розв'язку $u(x, \lambda) = 0$ ($\lambda = \lambda_{кр}$), (показаного пунктиром на вертикалі) воно має відомий ненульовий розв'язок у вигляді синусоїди, який відгалужується від вертикалі вліво ($u < 0$) і вправо ($u > 0$). Подальше дослідження стрижня в закритичних станах має проводитися на основі відповідного нелінійного рівняння. Як показав його розв'язок, в міру віддалення від вертикалі, розв'язки що відгалужуються піднімаються вгору. Це свідчить про те, що в закритичних станах стрижень зберігає свою несучу здатність, хоча і стає дуже деформативним.

В аналогічній постановці формулюється нами і задача про біфуркаційне випинання довгої бурильної колони, що лежить на дні каналу криволінійної свердловини.

Вважається, що в докритичних станах колона напружена осьовою силою, але зберігає свою несучу здатність і її поперечні переміщення рівні, а напружений стан обчислюється виходячи з цієї передумови. Зі збільшенням осьової сили в передкритичній стадії пропорційно параметру λ навантаження колони відбувається за схемою, показаною на рис. 1.11, тобто параметр λ зростає, але поперечні переміщення колони залишаються рівними нулю. Потім після досягнення параметром λ критичного значення $\lambda_{кр}$ лінеаризоване рівняння рівноваги колони вироджується і розв'язок

розгалужується, як це має місце на рис. 1.11 і замість одного розв'язку виникають три, один з яких (показано пунктиром) нестійкий, а стійкість двох інших (що відгалужується) повинна бути перевірена додатково в закритичних станах. Відзначимо, що в нашому випадку це дослідження не проводиться і подібно до того, як це зроблено Ейлером, знаходяться тільки критичні значення $\lambda_{кр}$ і форми розв'язку, що відгалужується (біфуркаційного), який визначає моду втрати стійкості.

1.4 Огляд результатів теоретичного моделювання явищ біфуркаційного випинання бурильних колон у каналах криволінійних свердловин.

Наведені в п. 1.3 особливості математичних моделей, що визначають процес випинання бурильної колони в криволінійній свердловині, істотно ускладнюють не тільки структуру цих моделей, але також і алгоритми проведення з їх допомогою прикладних комп'ютерних розрахунків. На ранній стадії вивчення процесів випинання ці труднощі не були сформульовані в явному вигляді, але, тим не менш, вони перешкоджали повному і достовірному аналізу цього явища. Тому на перших етапах проводилося вивчення лише деяких його частинних властивостей за допомогою вельми спрощених моделей, що відображають лише найпростіші характеристики цього процесу. Потім з усвідомленням його основних особливостей розрахункові моделі ускладнювалися і ставали більш достовірними.

Вперше питання біфуркаційного випинання для вільних коротких стрижнів сформулював Ейлер, однак його розв'язки виявляються практично непридатними для протяжних криволінійних БК. Спроби постановки і розв'язання цієї задачі в області проходки глибоких свердловин робилися багатьма авторами, однак, через її високу складність, як правило, вона формулювалася в дуже спрощених постановках і з використанням гіпотез

кінематичного і статичного характеру, які знижують цінність отриманих результатів.

Одним із прикладів є робота Г. Вудс і А. Лубінський (1960) [6] де детально досліджувався поздовжній вигин колони бурильних труб у вертикальній свердловині, він був описаний за допомогою диференціального рівняння III порядку, загальний розв'язок якого подавався у вигляді степеневих рядів. Вважаючи, що обидва кінці колони шарнірно оперті, ці автори отримали формулу першого наближення для критичної довжини бурильних труб. Вони повторили деякі результати, вперше отримані А.Н. Динник [19] і Ф. Виллерс. Разом з тим, А. Лубінський (A. Lubinski) [90] досліджував поздовжній вигин нижньої ділянки бурильної колони при осьових навантаженнях, які перевищують значення критичної сили першого порядку.

Також А. Lubinski [90] одним із перших визначив вплив бурового розчину на поздовжній вигин колони. Він показав, що в розрахунках стійкості при визначенні ваги одиниці довжини труб вплив розчину можна враховувати наближено.

Строгий розв'язок задачі про стійкість важкого пружного стрижня значної довжини вперше отримав М. Ротман. В його дослідженні деформація осі стрижня при вигині описувалася тим же рівнянням, що і у А. Лубинського, а загальний розв'язок подавався у вигляді лінійної комбінації інтегралів від функцій Ейрі. М. Ротман також знайшов значення критичної довжини першого порядку для важкого пружного шарнірно опертого стрижня.

Д. Дерінг і Б. Лівсі (1968) і D.W. Daring і E.L. Radzimovsky (1965) досліджували поздовжній вигин і поперечні коливання колони бурильних труб на основі розв'язку диференціального рівняння в частинних похідних четвертого порядку відносно прогину. Це рівняння зводиться до звичайного диференціального рівняння, загальний розв'язок якого подається у вигляді степеневого ряду. Основний недолік розв'язку пов'язаний з тим, що стійкість

бурильної колони досліджена за умов, які не характерні для роторного буріння (прийнято, що нижній кінець колони затиснений, а верхній закріплений шарнірно, крім того не врахована просторова робота колони).

Одним із явищ, які до цього часу не отримали вичерпного аналізу, є, наприклад, біфуркаційне випинання бурильної колони, що обертається. Оскільки безпосередній розв'язок цієї задачі стійкості ускладнений, став поширеним підхід, заснований на постановці оберненої задачі, яка пов'язана з аналізом закритичного стану колони. В процесі дослідження приймалося, що форма пружного стрижня в закритичному стані являє собою спіраль, крок якої визначається за допомогою методу можливих переміщень, і обчислюється поздовжня сила, яку здатна витримати ця спіраль. Основоположником цього підходу був Arthur Lubinski в 50-х роках минулого століття, пізніше ця методика була висвітлена в його монографії [90]. При дослідженні стійкості Lubinski нехтує обертанням, крутним моментом, граничними умовами та вважає, що по довжині нескінченного стрижня поздовжня стискаюча сила є постійною. За рахунок такого суттєвого спрощення задачі, йому вдалося отримати її аналітичний розв'язок. З часом постановка задачі ускладнювалася. R. Mitchell в 1986 р [107] врахував сили тертя між бурильною колоною та стінками свердловини. Далі він отримав наближений розв'язок задачі з урахуванням сил тяжіння [101, 103, 109], викривленості свердловини і наявності крутного моменту (1988). Kwon і W. Young [85], а також X.C. Tan et al. (1993) [123] побудували розв'язок у вигляді спіралі зі змінним кроком для вагової труби. De-Li Gao і співавтори [61,64,66,69] вивчали пластичне деформування спіралей в умовах високих температур і наявності сил тертя, але без крутного моменту і обертання. S. Edwards, B. Matsutsuyu і S. Willson (2004) вивчали втрату стійкості стінок свердловини при контактній взаємодії з БК, Chao Sun і S. Lukasiewicz (2006) досліджували стійкість подовженого стрижня в насосній системі свердловини.

Огляд результатів дослідження стійкості БК представлений в роботі J.C. Cunha [58]. У ній показано, що знайдені розв'язки стосуються закритичних станів гнучких стрижнів. Вони побудовані, як правило, без урахування конкретної довжини, граничних умов і наявності центруючих пристроїв, з нехтуванням обертанням і внутрішніми потоками рідини і з різними спрощуючими припущеннями про розподіл внутрішньої осевої сили і крутного моменту. Деякі загальні питання аналізу додаткових статистичних та динамічних ефектів в бурильних колонах, визначення критичних станів і ліквідації наслідків аварій розглянуті в публікаціях [58, 59].

У роботах [12, 57] запропонована методика визначення критичних станів і форм втрати стійкості вертикальних стиснуто-розтягнутих закручених БК великої довжини, що обертаються з урахуванням всіх факторів, використаних при побудові розв'язувальних рівнянь восьмого порядку. Для інтегрування цих рівнянь використовується метод початкових параметрів спільно з процедурою ортогоналізації. Матриця Коші будується високоточним методом Еверхарт. За допомогою цієї методики знайдено критичні значення характерних параметрів. Показано, що форма втрати стійкості БК має спіральний обрис переважно в її нижній частині, що відчуває зусилля стиснення, причому ця спіраль є нерегулярною і на неї накладаються більш дрібні спіральні хвилі (має місце суперпозиція великомасштабних і дрібномасштабних спіральних вейвлетів (2007)). Методика протестована на прикладах бурильних колон довжиною до 10 км. Вона дозволяє досліджувати стійкість БК спільно з декількома ділянками КНБК.

Задача про лінійне випинання БК в свердловині вперше була розглянута Paslay і Bogy (1964) [116]. Dawson і Paslay (1984) [59] асимптотичним методом побудували розв'язок задачі про випинання довгого стрижня. Chen et. al (1990) [53] досліджували втрату стійкості по спіральній формі довгих стрижнів в горизонтальних свердловинах. Huang і Pattillo

(2000) [79] за допомогою методу Релея-Рітца отримали розв'язок задачі про спіральне випинання труби в похилій свердловині. Втрата стійкості БК в похилих свердловинах з великим віддаленням від бурової установки була досліджена Mitchell (1988, 1997, 2002) [106, 101, 105]. Ним запропоновано критерії втрати стійкості по синусоїдальній і спіральній формам. Однак всі вищезгадані дослідження були проведені без урахування впливу фрикційних ефектів.

У той же час відомо, що ефекти прихватів БК, при яких вони втрачають можливість переміщення через фрикційну взаємодію зі стінкою свердловини, обмежують можливості проходки подовжених похилих свердловин. Оскільки в цих випадках тертя грає вирішальну роль у виникненні ефектів прихвата (переважно в горизонтальних свердловинах), дуже важливими є питання формулювання умов прихвата, особливо в свердловинах з малими кутами нахилу, в яких сила тертя досягає найбільших значень. Відомо, що на поведінку БК в свердловині основний вплив має два фактори, обумовлені тертям: по-перше, сили тертя мають вирішальний вплив на величину і розподіл внутрішньої осьової сили уздовж довжини стержня, і, по-друге, від фрикційного впливу істотно залежить рухливість колони на початковому етапі втрати стійкості.

Одним з перших вплив сил тертя на стійкість БК врахував Mitchell (1986). Потім з метою передбачення прихватів стержня, що спіральньо випинається всередині циліндричного каналу Wu і Juvkan-Wold (1993) [133-135] досліджували питання про його осьовий рух. Пізніше більш точний аналіз розподілу осьових сил в спіральньо зігнутій колоні в похилій свердловині був проведений Miska et. al. (1995) [95]. Відзначимо, однак, що цей аналіз був виконаний без урахування крайових ефектів.

Експериментальне дослідження впливу фрикційних явищ на процес випинання було проведено McCann і Suryanatayana (1994) [94], Martinez et.al. (2000) [93], а також Gao et.al. (1995) [62]. При теоретичному аналізі результатів експериментів вони обмежилися лише лінійною постановкою.

Подальший розвиток даної проблеми проводився із застосуванням різних методів і підходів. Він відображений у великій кількості публікацій останніх років. У 2008 р Wicks et.al [132] дали детальний огляд стану цієї проблеми на той період. З нього випливає, що перехід від форми втрати стійкості по плоскій гармонії до спіральної все ще слабо вивчений, і накопичено недостатньо експериментальних даних щодо ефекту згинання БК в циліндричній порожнині. Тим більш практично відсутні спроби дослідження впливу сил тертя на біфуркаційні процеси. Поряд з цим випробування втрати стійкості в лабораторних умовах навіть коротких стрижнів всередині циліндричної порожнини були проведені недостатньо повно. І до теперішнього часу механіка цих явищ проаналізована неповністю.

Як зазначено в науковій літературі, значна складність задач аналітичного дослідження випинання коротких стрижнів в циліндричних порожнинах обумовлена впливом сил тяжіння, сил тертя і граничних умов. Тому для їх розв'язання були використані також чисельні методи, такі як метод Гальоркіна (Mitchell, [96-99]), метод скінченних елементів (Liu і Wang, 2004) [88], і метод різницевих квадратур (Hakimi і Moradi, 2010) [75]. Ними показано, що дослідження біфуркаційних ефектів з урахуванням дії фрикційних і гравітаційних навантажень може бути проведено лише наближено, з застосуванням локальних підходів, таких як метод скінченних елементів. З іншого боку, якщо використовується глобальний підхід, наприклад, метод диференціальних квадратур, то може виникнути чисельна нестійкість, зумовлена великим числом вузлів чисельної дискретизації. У зв'язку з цим для подолання цих труднощів Gan et.al. (2009) [61] запропонували використовувати метод диференційно-квадратурних елементів.

Для вирішення цих задач Wei (1999, 2001, 2002) [129-131] запропонував метод дискретно-сингулярної згортки, що володіє властивістю підвищеної точності, яка властива глобальним методам, і універсальністю, властивою локальним методам. Запропонований підхід був в подальшому використаний

для аналізу стійкості БК (Civalek, 2007 [54]; Wei, et.al., 2002 [131]; Xiang et.al., 2002 [136]). Аналіз цих результатів дано у статті Wang і Yuan (2012 [128]).

Як зазначено в цих роботах, найбільш негативним ефектом, пов'язаним з випинання БК всередині свердловини, є погіршення умов контактної взаємодії між БК і стінкою свердловини, що призводить до істотного збільшення сил тертя.

Найбільш повний аналіз результатів досліджень в цьому напрямку представлений в оглядових статтях (Cunha, 2004 [58]; Mitchell, 2008 [110]; Gao and Huang, 2015 [67]). З них випливає, що, як правило, підходи, що використовуються в задачах біфуркаційного аналізу, базуються на апроксимації власних форм регулярними синусоїдами і спіралями, а значення критичних навантажень і форм випинання, в основному, вгадуються. У зв'язку з цим, як зазначає Cunha (2004), мабуть, ця обставина є причиною того, що розв'язок задач про втрату стійкості БК в криволінійних свердловинах, отримані різними авторами, суперечать один одному і реальним спостереженням.

Mitchell в огляді (2008) також акцентує увагу на те, що в області дослідження стійкості БК «Все ще є багато складних задач, які потребують розв'язку і багато важких питань, які потребують відповіді». Серед них невирішені фундаментальні проблеми залишаються пов'язаними з питаннями:

Як знайти критичне значення навантаження, що приводить до випинання БК в тривимірній криволінійній свердловині?

Яку роль відіграють сили тертя в ефекті ініціювання втрати стійкості?

Яку роль в біфуркаційних явищах відіграють крайові ефекти?

Останні досягнення в області аналізу біфуркаційної стійкості обговорюються в недавній статті Gao і Huang (2015). Вони відзначають, що фундаментальні невирішені питання в цьому напрямку залишаються пов'язаними з встановленням ролі, яку відіграють сили тертя в явищі втрати

стійкості, і яким чином вони повинні бути включені в аналітичні і чисельні моделі. Mitchell (2008) резюмує: «Можливо найбільш важливою силою і силою найменш вивченою в проблемах аналізу випинання БК виявляється сила, зумовлена фрикційними ефектами. Зазвичай неважко підрахувати величину сили тертя, але в той же час основна складність виявляється пов'язаною з визначенням напряму фрикційного вектора». Можна погодитися, що цей вектор не може бути визначений при наявності фрикційних контактів в нерухомих пружних системах, оскільки ця задача є статично невизначеною (Mitchell і Samuel 2009 [109]). Однак, як підкреслюється в наших роботах (Gulyayev, Shlyun 2016 [72]), якщо одне з контактуючих тіл ковзає по поверхні іншого, то вектори швидкості ковзання і фрикційної сили колінеарні, і тоді їх величини і напрямки можуть бути визначені. Ця особливість полегшує завдання аналізу фрикційних ефектів при біфуркаційних випинаннях БК.

Підкреслимо також, що у всіх розглянутих випадках досліджується стійкість бурильних колон невеликої довжини. Нами показано [71-73], що оскільки задачі дослідження випинання бурильних колон у глибоких свердловинах є сингулярно збуреними, заздалегідь передбачити зону локалізації біфуркаційної форми неможливо. Тому необхідно формулювати крайову задачу на власні значення в області всієї довжини колони. Такий підхід, на відміну від розглянутих вище, є глобальним.

1.5 Висновки до розділу 1

У розділі 1 виконано аналіз математичних і механічних аспектів проблеми випинання колон глибокого буріння в криволінійних свердловинах. Поданий огляд представлених в науковій літературі результатів досліджень, пов'язаних з постановкою задачі про теоретичне моделювання ефектів втрати стійкості колон глибокого буріння, та аналізом основних механічних ефектів, супутніх процесам їх випинання.

1. Показано, що в процесі функціонування в каналі криволінійної свердловини бурильна колона піддається силовому впливу навантажень складної комбінації, викликаних реакцією тиску кінця колони на дно свердловини, крутним моментом, неоднорідними по довжині силами тяжіння, а також силами контактної та фрикційної взаємодії колони зі стінкою свердловини. В результаті дії цих збурень на бурильну колону у ній можуть виникати внутрішні розтягуючі та стискаючі сили, що призводять до її біфуркаційного згинного випинання.

2. Зроблено висновок, що основною причиною відсутності в науковій літературі розв'язків задач визначення критичних станів БК є їх суттєва складність, яка зумовлена великою довжиною колони. В зв'язку з чим поставлені крайові задачі на власні значення стають сингулярно збуреними, а диференціальні рівняння, що їх описують, набувають так звану "обчислювальну жорсткість", яка істотно ускладнює методику їх розв'язання.

3. Відмічена особлива роль фрикційних ефектів в загальному балансі критичних впливів на колону, що сприяють виникненню прихватів і інваріантних станів бурильних колон в криволінійних свердловинах. Вказано на необхідність застосування модифікованої теорії гнучких криволінійних стрижнів для опису процесів буріння.

4. Підкреслено, що в зв'язку з зазначеними труднощами в науковій літературі досліджені лише досить спрощені окремі випадки, в яких розглянута біфуркація тільки нижньої прямолінійної ділянки бурильної колони.

5. Відзначено, що негативні ефекти, які сприяють виникненню критичних станів в бурильних колонах, залишаються практично не досліджені, і тому тема дисертаційної роботи, спрямована на моделювання критичних станів бурильних колон у процесі їх функціонування, є **актуальною**.

6. Результати досліджень даного розділу викладено у наступних публікаціях [18, 70, 74].

РОЗДІЛ 2

ВИПИНАННЯ БУРИЛЬНОЇ КОЛОНИ В ПОХИЛОМУ КАНАЛІ ПРЯМОЛІНІЙНОЇ СВЕРДЛОВИНИ

2.1 Характерні особливості задачі про біфуркаційне випинання бурильної колони в похилому каналі криволінійної свердловини

У зв'язку з тим, що явище настання критичного стану і випинання бурильної колони в порожнині криволінійної свердловини повністю аналогічне ефекту ейлерової втрати стійкості прямолінійного стрижня, стисненого осьовою силою, для його аналізу може бути прийнятий підхід, використаний Ейлером. Однак якщо для прямолінійного стержня аж до критичного значення $\lambda_{кр}$ на рис. 1.11 справедливе рівняння (1.12) з постійними коефіцієнтами і з тривіальним розв'язком $u(x)=0$, то для криволінійної колони необхідно будувати однорідне лінеаризоване рівняння нейтральної рівноваги зі змінними коефіцієнтами для балки, що лежить на геодезичній кривій і знаходиться в інваріантному стані, а при пошуку критичного значення $\lambda_{кр}$ кожен раз перевизначати контактні і фрикційні розподілені сили, потім переобчислювати внутрішню осьову силу і перепризначувати коефіцієнти в лінеаризованому біфуркаційному рівнянні, і лише після цього перевіряти, чи є параметр λ критичним. Тому в даному випадку на кожному кроці алгоритму біфуркаційного пошуку доводиться розв'язувати додаткову самостійну задачу – визначати напружено-деформований стан криволінійної колони при обраному λ . При цьому перша проблема вирішується шляхом постановки задачі Коші, друга – за допомогою постановки крайової задачі.

Інша особливість задачі про стійкість полягає в тому, що при випинанні колона продовжує залишатися на каналовій поверхні свердловини. Тому тут

доводиться використовувати також додатковий рухомий трієдр, одна з осей якого завжди залишається ортогональною каналовій поверхні.

І нарешті, в зв'язку зі складністю геометрії системи іноді виявляється зручним одночасно використовувати дві параметризації осьової лінії свердловини і колони – за допомогою безрозмірного і натурального параметрів.

2.2 Загальні рівняння пружного згинання вільного криволінійного стрижня

Припустимо, що в вихідному стані, коли бурильна колона (БК) знаходиться поза свердловиною, вона прямолінійна і не схильна до деформації, а при русі в криволінійному каналі бурильної свердловини вона деформується і приймає форму траєкторії свердловини (рис. 2.1).

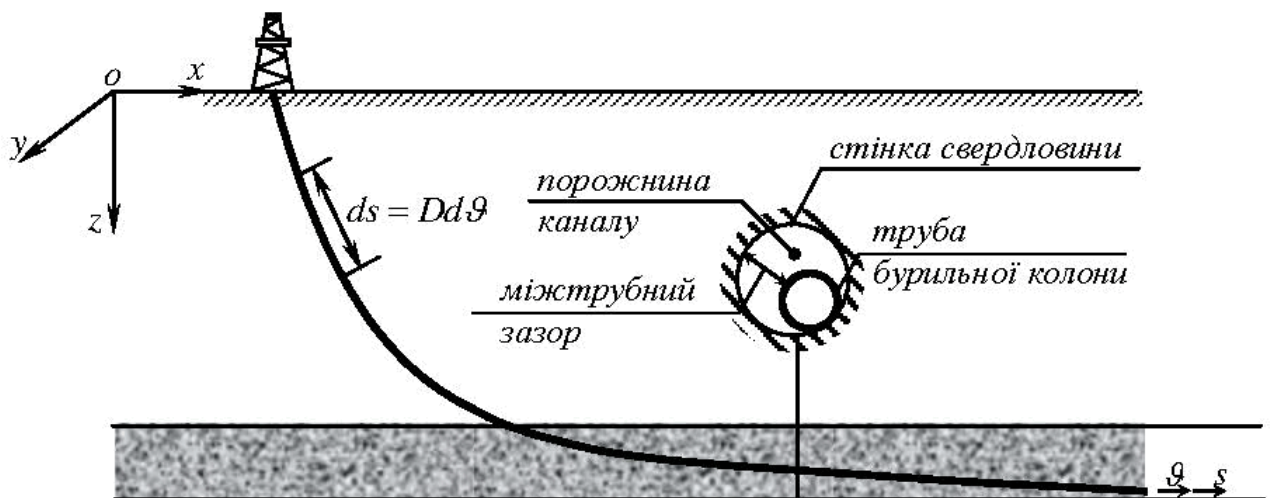


Рисунок 2.1 – Пружне згинання бурильної колони в порожнині похилої свердловини

З огляду на те, що конструкція БК при цьому зазнає значних викривлень, то описуючи її пружне деформування, неможливо застосовувати теорію прямолінійних балок. Тому для опису її деформування виникає потреба використання теорії гнучких криволінійних стрижнів. Це можливо зробити за допомогою двох підходів. У першому випадку осьова лінія БК

прирівнюється до кривої, на якій положення будь-якої точки задається довжиною від деякої початкової точки до поточної (природна параметризація). Тоді говорять, що метрика такої кривої задана довжиною її елемента. В даному розділі виведені основні розв'язувальні рівняння теорії гнучких криволінійних стрижнів в цій метриці. Такі рівняння зручні тим, що мають просту структуру, але нажаль, їх доречно застосовувати лише для криволінійних стрижнів з найпростішим обрисом осьової лінії.

Нижче досліджені випадки згинання БК у каналах зі складною геометрією, в яких незручно використовувати натуральну параметризацію. В зв'язку з цим, для дослідження згинання БК застосовується також підхід, що оснований на введенні довільної метрики їх осьової лінії за допомогою безрозмірного параметра. На базі цих рівнянь проведено аналіз стійкості криволінійних БК нетривіальної форми. У найбільш складних випадках обидві системи цих рівнянь застосовуються спільно.

В науковій літературі гнучкими стрижнями вважаються прямі або криві стрижні, лінійні розміри яких або радіуси кривини набагато перевищують розміри їх поперечних перерізів. При цьому важливим фактором даної теорії є те, що в процесі вигину геометрія БК зазнає суттєвих формозмін. Варто підкреслити, що в цих випадках для матеріалу колони зберігаються всі закони теорії пружності і вигин БК відбувається в пружній стадії. При цьому деформації стрижня будуть досить малими, а зміщення двох близьких поперечних перерізів гнучкого стрижня відносно один одного незначними і вони можуть бути описані за допомогою основних рівнянь теорії пружності, які базуються на лінійному законі Гука.

Пружні сили та моменти, що генеруються в перерізах криволінійного стержня, а також значення пружних переміщень у всіх точках його поперечних перерізів осьової лінії є нелінійними функціями від зовнішніх збурень. Тому теореми про взаємність і принципи суперпозиції напруг і переміщень в теорії гнучких стрижнів є не завжди доречними.

В ній вважається також, що пласкі поперечні перерізи стрижня, що є нормальними до траєкторії, залишаються пласкими і після деформації, оскільки зсуви не враховуються. Загальна довжина стрижня залишається незмінною, тобто розтягуванням або стисканням пружної лінії стрижня в процесі його деформації нехтують. При цьому внутрішні силові фактори визначаються з умов рівноваги.

Оскільки форма стрижня зазнає значних змін, то виникає необхідність окремого розгляду його внутрішньої та зовнішньої геометрії, із застосуванням для їх визначення підходів Лагранжа та Ейлера. Внутрішня геометрія стрижня задається натуральним параметром s (рис. 2.2), її зручно вимірювати довжиною осьової лінії від деякої початкової точки до поточної, крім того задається рухома права система координат (u, v, w) , що жорстко пов'язана з даним нормальним перерізом. Будемо вважати, що початок цієї системи знаходиться у центрі тяжіння площі нормального перерізу, причому осі u і v спрямовані вздовж головних центральних осей інерції площі перерізу, а вісь w – по дотичній до пружної лінії в сторону зростання s . Параметр s та час, разом складають змінні Лагранжа.

Слід відзначити, що зручність застосування поздовжньої координати і простота розв'язувальних рівнянь визначаються метрикою безрозмірної поздовжньої координати ϑ осьової лінії свердловини у тих випадках, коли вона найбільш прийнятна порівняно з параметром s . Дана метрика визначається квадратом дуги її елемента (рис. 2.1)

$$ds^2 = D^2 d\vartheta^2,$$

де D – множник, який задає метрику.

У випадку коли $D=1$, метрична сутність координати ϑ збігається з довжиною s і геометричні характеристики, що визначають цю криву, приймають найпростішу форму. Для свердловин зі складною геометрією їх осьової лінії не завжди буває можливим застосувати таку параметризацію,

тоді доводиться аналізувати її геометрію за допомогою параметра ϑ зі змінним метричним множником $D = D(\vartheta)$. Для розглянутої проблеми іноді буває зручно спільно використовувати параметри s і ϑ .

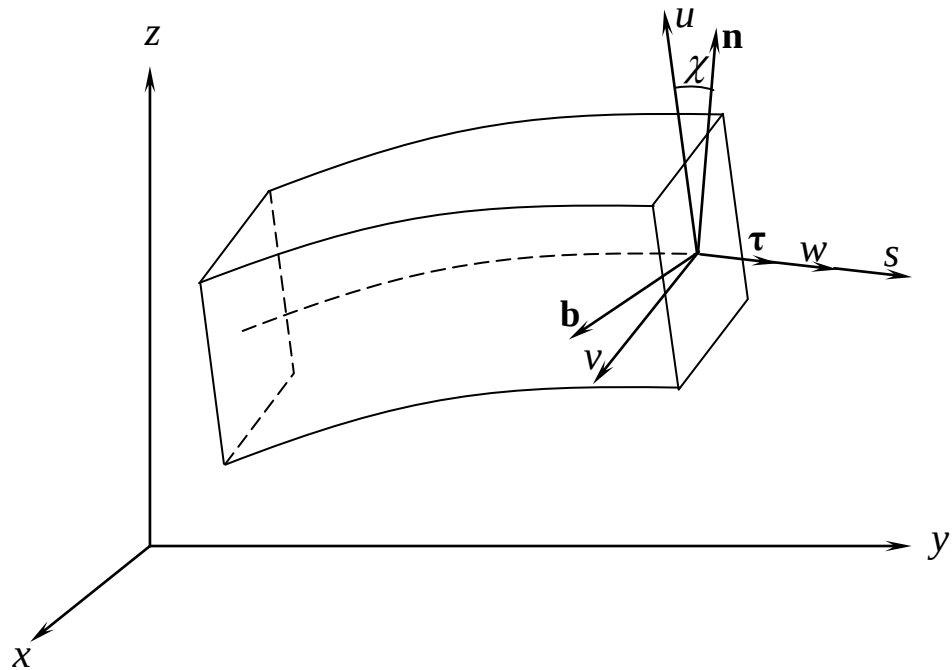


Рисунок 2.2 – Орієнтація осей u, v, w та осей рухомого триєдра

Введемо також природний тригранник пружної лінії стержня з одиничними векторами при цьому вісь w збігається з вектором τ , а орт $\mathbf{n}$ і вісь u (або $\mathbf{b}$ і v) в загальному випадку можуть не збігатися і утворюють між собою деякий змінний кут χ , який вимірюється від орта $\mathbf{n}$ до осі u . В такому випадку χ може змінюватися уздовж пружної лінії. При зміні зовнішніх сил стрижень деформується і набуває нової форми, що призводить в свою чергу до переорієнтації осей тригранника та його обертання.

Положення кожної точки стрижня та всієї пружної лінії в нерухомій системі координат $Oxyz$ визначається його зовнішньою геометрією. Геометричні змінні простору $Oxyz$ є координатами Ейлера.

Як правило буває зручно одночасно застосовувати змінні Лагранжа (для індивідуалізації точок стержня) та Ейлера (для опису його геометрії). В

цьому випадку основним завданням теорії криволінійних стрижнів стає встановлення зв'язку між координатами Лагранжа та Ейлера

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(\vartheta), \quad \text{або,} \quad \mathbf{r} = \mathbf{r}(s), \quad (2.1)$$

де $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$.

Для виведення нелінійних рівнянь теорії гнучких стрижнів сформулюємо спочатку основні співвідношення диференціальної геометрії. Покладемо, що точка Q з радіусом – вектором $\mathbf{r}$ описує деяку криву в просторі $Oxyz$. Ця крива називається годографом радіуса - вектора $\mathbf{r}$, а похідна вектора $\frac{d\mathbf{r}}{ds}$ – дотичним ортом $\boldsymbol{\tau}$, що визначають напрями головної нормалі, бінормалі і дотичної до кривої спрямованим в бік зростання s . Тоді [16,30,32],

$$\boldsymbol{\tau} = \frac{d\mathbf{r}}{ds}, \quad |\boldsymbol{\tau}| = 1. \quad (2.2)$$

де $\tau_x = dx/ds$, $\tau_y = dy/ds$, $\tau_z = dz/ds$.

За допомогою цих відношень обчислимо $\frac{d^2\mathbf{r}}{ds^2} = \frac{d\boldsymbol{\tau}}{ds}$. Так як $\boldsymbol{\tau}$ є дотичним ортом, то його похідна $\frac{d\boldsymbol{\tau}}{ds}$ становить вектор, нормальний до $\boldsymbol{\tau}$ і рівний за модулем $\lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta s}$. Тут $\Delta\varphi$ – кут між двома сусідніми одиничними дотичними векторами $\boldsymbol{\tau}$ і $\boldsymbol{\tau} + \Delta\boldsymbol{\tau}$, який називають суміжним кутом. Границя відношення $d\varphi/ds$ є кривиною кривої в даній точці і позначається так:

$$\lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta s} = \frac{1}{R} = k.$$

Для плоскої кривої кривина k знаходиться за формулою

$$k^2 = \frac{(x''y' - y''x')^2}{(x'^2 + y'^2)^3}$$

Векторний приріст $\Delta \boldsymbol{\tau}$, лежить в площині, яка проходить через дану дотичну і сусідню дотичну, то вектор $\lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta \boldsymbol{\tau}}{\Delta s} = \frac{d\boldsymbol{\tau}}{ds}$ буде знаходитися в дотичній площині. Разом з тим вектор $\frac{d\boldsymbol{\tau}}{ds}$ перпендикулярний дотичній $\boldsymbol{\tau}$ в даній точці. Тоді вектор $\frac{d^2 \mathbf{r}}{ds^2} = \frac{d\boldsymbol{\tau}}{ds}$ має величину $\frac{1}{R}$ і спрямований по головній нормалі в сторону вгнутості кривої, тобто лежить на перетині орта $\boldsymbol{\tau}$ і нормальної площин.

В зв'язку з цим, відповідно до орта $\boldsymbol{\tau}$ можна ввести одиничний орт $\mathbf{n}$, спрямований по головній нормалі в той же бік, що і $\frac{d\boldsymbol{\tau}}{ds}$. Звідси

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{ds^2} = \frac{d\boldsymbol{\tau}}{ds} = \frac{\mathbf{n}}{R}, \quad (2.3)$$

де $|\mathbf{n}| = 1$.

Таким чином отримуємо $n_x = R d^2 x / ds^2$, $n_y = R d^2 y / ds^2$, $n_z = R d^2 z / ds^2$, тут радіус кривини R знаходиться зі співвідношення $\frac{1}{R^2} = \frac{d^2 \mathbf{r}}{ds^2} \cdot \frac{d^2 \mathbf{r}}{ds^2}$, що приводить до формули

$$k = \frac{1}{R} = \sqrt{\mathbf{r}'' \cdot \mathbf{r}''} = \sqrt{(x'')^2 + (y'')^2 + (z'')^2}. \quad (2.4)$$

де штрихом позначено диференціювання по s .

Знайдемо третій орт $\mathbf{b}$, який доповнює орти $\boldsymbol{\tau}$, $\mathbf{n}$ до повної правої ортогональної трійки векторів. З цих умов слідує

$$\frac{d\mathbf{b}}{ds} = \frac{d(\boldsymbol{\tau} \times \mathbf{n})}{ds} = \frac{d\boldsymbol{\tau}}{ds} \times \mathbf{n} + \boldsymbol{\tau} \times \frac{d\mathbf{n}}{ds} = \boldsymbol{\tau} \times \frac{d\mathbf{n}}{ds}.$$

Отже, якщо вектор $d\mathbf{b}/ds$ ортогональний до $\mathbf{b}$, і до $\boldsymbol{\tau}$, то він колінеарний з $\mathbf{n}$, і його можна представити у вигляді

$$\mathbf{b}' = -\frac{\mathbf{n}}{T}, \quad (2.5)$$

тут T – радіус кручення кривої в точці Q .

Оскільки орт $\mathbf{b}$ – одиничний вектор, то $\mathbf{b}' = \frac{1}{T} = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta \psi}{\Delta s}$, де $\Delta \psi$ – кут між двома сусідніми бінормаллями. Враховуючи формули $\mathbf{n} = \mathbf{b} \times \boldsymbol{\tau}$, $\mathbf{b} = \boldsymbol{\tau} \times \mathbf{n}$, $\boldsymbol{\tau} = \mathbf{n} \times \mathbf{b}$ та розглядаючи зміну вектора $\mathbf{n}$ при русі вздовж s , отримуємо

$$\mathbf{n}' = (\mathbf{b} \times \boldsymbol{\tau})' = \mathbf{b}' \times \boldsymbol{\tau} + \mathbf{b} \times \boldsymbol{\tau}' = \mathbf{b}/T - \boldsymbol{\tau}/R. \quad (2.6)$$

З огляду на ці залежності, одержуємо $1/T = \mathbf{r}'(\mathbf{r}'' \times \mathbf{r}''') / (\mathbf{r}'' \cdot \mathbf{r}'')$ або в скалярній формі

$$\frac{1}{T} = R^2 \det A, \quad (2.7)$$

де $\det A$ визначник матриці $A = \begin{pmatrix} x' & y' & z' \\ x'' & y'' & z'' \\ x''' & y''' & z''' \end{pmatrix}$. Тут штрихом, як і вище,

позначено диференціювання по s .

За допомогою рівнянь (2.2), (2.3), (2.5), (2.6) зручно визначати геометричні характеристики кривої. Три останні рівняння Френе ввів в систему

$$\boldsymbol{\tau}' = \mathbf{n} / R, \quad \mathbf{n}' = -\boldsymbol{\tau} / R + \mathbf{b} / T, \quad \mathbf{b}' = -\mathbf{n} / T,$$

яка дістала назву тригранника Френе.

Дані векторні співвідношення еквівалентні дев'яти скалярним рівностям, що представлені через проекції векторів $\boldsymbol{\tau}$, $\mathbf{n}$, $\mathbf{b}$

$$\begin{aligned} \tau'_x &= n_x / R, & \tau'_y &= n_y / R, & \tau'_z &= n_z / R, \\ n'_x &= -\tau_x / R + b_x / T, & n'_y &= -\tau_y / R + b_y / T, & n'_z &= -\tau_z / R + b_z / T, \\ b'_x &= -n_x / T, & b'_y &= -n_y / T, & b'_z &= -n_z / T. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Система рівнянь (2.8) є визначеною, оскільки вона містить дев'ять рівнянь для знаходження трьох незалежних скалярних величин. Ця особливість усувається тим, що з умов ортонормованності базису Френе впливають чотири векторні рівняння

$$|\boldsymbol{\tau}|=1, \quad |\mathbf{n}|=1, \quad \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n} = 0, \quad \boldsymbol{\tau} \times \mathbf{n} = \mathbf{b},$$

які еквівалентні шести скалярним співвідношенням. Представимо дані співвідношення через компоненти ортів $\boldsymbol{\tau}$, $\mathbf{n}$, $\mathbf{b}$

$$\begin{aligned} \tau_x^2 + \tau_y^2 + \tau_z^2 &= 1, & n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 &= 1, & \tau_x n_x + \tau_y n_y + \tau_z n_z &= 0, \\ \tau_y n_z - \tau_z n_y &= b_x, & \tau_z n_x - \tau_x n_z &= b_y, & \tau_x n_y - \tau_y n_x &= b_z. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Безпосередньою підстановкою можливо переконатися, що шість рівнянь (2.9) є першими інтегралами диференціальних співвідношень (2.8), та

можуть бути використані для пониження порядку системи (2.8) з дев'ятого до третього. Зазвичай така процедура застосовувалась раніше при теоретичних перетвореннях геометричних співвідношень теорії пружних стрижнів. Однак з розвитком обчислювальної техніки та чисельних методів потреба в таких перетвореннях відпала, оскільки її застосування приводить до суттєвого ускладнення кінцевої системи трьох рівнянь. В той же час наявність сучасної обчислювальної техніки та методів чисельного інтегрування дозволяє використовувати безпосередню визначену систему (2.8). В такому випадку постановка задачі сильно спрощується, а шість перших інтегралів (2.9) використовуються після розв'язку задачі для перевірки точності проведених обчислень. Вона здійснюється шляхом підстановки знайдених функцій $\tau(x, y, z)$, n_x , n_y , n_z , b_x , b_y , b_z в рівняння (2.9) та перевіркою їх точності.

Дослідимо питання взаємної орієнтації головного (u, v, w) і природного $(\mathbf{n}, \mathbf{b}, \boldsymbol{\tau})$ тригранників при їхньому русі вздовж пружної лінії стержня і при її деформації. Осі u, v мають орієнтацію по головних осях вигину стержня, що є лініями перетину площини поперечного перерізу з головними площинами згину. Вони лежать в нормальній площині і повернені по відношенню до пари векторів $\mathbf{n}, \mathbf{b}$ на кут χ , який відраховується від орта $\mathbf{n}$ до осі u . Вісь w і орт $\boldsymbol{\tau}$ колінеарні.

При постановці задачі про пружне деформування стрижня необхідно також встановити взаємну орієнтацію головного тригранника (u, v, w) та природного тригранника (τ, n, b) при переході від однієї точки пружної лінії до іншої в процесі його деформування. Відзначимо, що за умовами задачі геометричних параметрів цієї лінії вісь w та орт $\boldsymbol{\tau}$ колінеарні, оскільки вони напрямлені вздовж її дотичної. В той же час осі u і v орієнтовані вздовж головних осей площі поперечного перерізу стрижня, при цьому однак, орти $\mathbf{n}$ та $\mathbf{b}$ визначаються положенням площини його головної кривини. В зв'язку з цим виявляється, що осі u, v та орти $\mathbf{n}, \mathbf{b}$ лежать в одній і тій же площині

нормального перерізу та повернуті відносно один одного на кут χ який відраховується від орта $\mathbf{n}$ до осі.

Деформування стрижня та рух головного та природного тригранників вдовж осьової лінії супроводжується переорієнтацією їх осей та зміною кута χ . Введемо до розгляду вектор Дарбу, що являє собою вектор повної кривизни $\mathbf{\Omega} = \mathbf{b}/R + \mathbf{\tau}/T$, в якості його компонент приймаються вектор кривини $\mathbf{b}/R$ та вектор $\mathbf{\tau}/T$. Його величину можливо умовно співставити з вектором кутової швидкості обертання природного тригранника відносно точки O при її русі з одиничною лінійною швидкістю вдовж осьової лінії в напрямку зростання координати s .

В такому випадку вектор $\mathbf{\omega}_\chi = \mathbf{\Omega} + \mathbf{\tau} d\chi/ds$ складе вектор кутової швидкості головного тригранника (u, v, w)

Компоненти вектора $\mathbf{\omega}_\chi$ вдовж осей u, v, w визначають кривизни проєкцій криволінійного елемента ds на площини (v, w) і (u, w) та кручення кривої, що розглядається. Величини p, q, r цих векторів визначаються співвідношеннями

$$p = \frac{1}{R} \sin \chi, \quad q = \frac{1}{R} \cos \chi, \quad r = \frac{1}{T} + \frac{d\chi}{ds}. \quad (2.10)$$

Для вихідного недеформованого стану стрижня величини p, q, r, R, T, χ будемо позначати індексом 0. Якщо в цьому стані стрижень прямолінійний і не закручений, то $p_0 = q_0 = r_0 = 0$, $P_0 = T_0 = \infty$ $\chi_0 = \text{const}$ та $p_0 = q_0 = 0$, $P_0 = T_0 = \infty$ для випадку коли стрижень прямолінійний і природно закручений, але $r_0 = 0$, $\chi_0 \neq \text{const}$.

Будемо вважати, що пружний стрижень деформується під дією зовнішніх розподілених сил інтенсивністю $\mathbf{f}(s)$ і розподілених моментів інтенсивністю $\mathbf{m}(s)$. Для випадку диференціальних рівнянь стрижня в цьому стані, виділимо двома поперечними перерізами його елемент довжиною ds ,

прийемо, що під дією цих збурень в стрижні виникають: внутрішні сили, головний вектор яких складає $\mathbf{F}$ і внутрішні моменти з вектором головного моменту $\mathbf{M}$ (рис. 2.3)

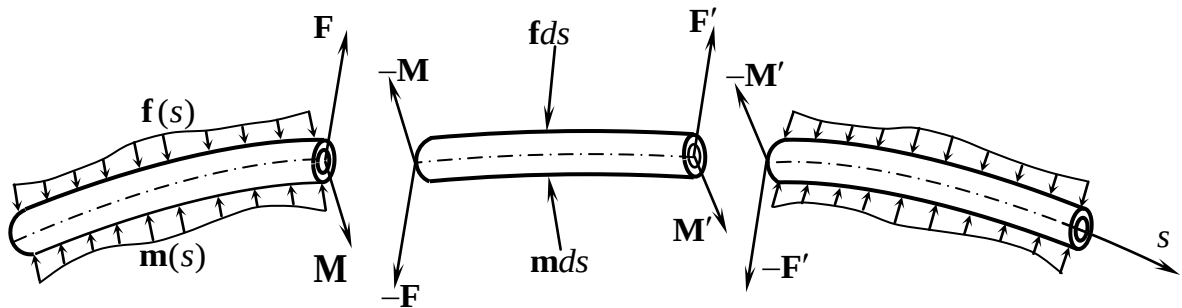


Рисунок 2.3 – Зовнішні та внутрішні сили та моменти, що діють на елемент стрижня

Разом з тим величини, що належать поперечному перерізу елемента і мають велике значення параметра s , будемо вважати додатними, а для малого значення цієї величини – від’ємними. Тоді на правому кінці елемента ds діють силові величини $\mathbf{F}' = \mathbf{F} + d\mathbf{F}$, $\mathbf{M}' = \mathbf{M} + d\mathbf{M}$ обумовлені змінами векторів $\mathbf{F}$ і $\mathbf{M}$ вдовж осьової лінії s . Тут d визначає повний приріст відповідних векторів. Вважаючи, що величина Δs мала, введемо елементарний вектор $\overline{D_1 D'} = \boldsymbol{\tau} ds$. Тоді момент сили $\mathbf{F}$ відносно точки D' складе $[\boldsymbol{\tau} ds \times \mathbf{F}] = [\boldsymbol{\tau} \times \mathbf{F}] ds$. Відповідний момент відносно цієї точки, що викликаний навантаженням $\mathbf{f} ds$ є нескінченно малою величиною другого порядку і нею можна знехтувати. Враховуючи ці фактори сформулюємо в векторній формі диференціальне рівняння пружної рівноваги елемента, що розглядається

$$\frac{d\mathbf{F}}{ds} = -\mathbf{f}, \quad \frac{d\mathbf{M}}{ds} = -\boldsymbol{\tau} \times \mathbf{F} - \mathbf{m}. \quad (2.11)$$

Підкреслимо, що воно інваріантне по відношенню до будь-якої системи координат. Однак вибором рухомої системи відліку можна будувати різні форми відповідних скалярних рівнянь. Як правило, в загальному випадку в якості такої системи вибирають осі головного тригранника та повні похідні в рівняннях (2.11) виражаються через похідні системи координат (u, v, w) . Відзначимо, однак, що як показано далі такий підхід виявляється ефективним лише для випадків деформування вільних стрижнів, на які не накладені додаткові в'язі, що їх обмежують. Оскільки в даній дисертації досліджується випинання БК в каналах криволінійних свердловин для їх дослідження виявляється більш ефективним використання інших рухомих систем координат. Тим не менш в даному розділі ми розглянемо загально прийняту в науковій літературі постановку даної задачі.

При векторних рівняннях (2.11) врахуємо, що абсолютна похідна деякого вектора $\mathbf{a}$ в рухомій системі відліку складається з відносної похідної цього вектора, цієї системи $\tilde{d}\mathbf{a}/dt$ і векторного добутку кутової швидкості рухомої системи координат на сам вектор, тобто $d\mathbf{a}/dt = \tilde{d}\mathbf{a}/dt + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{a}$. В такому випадку ліві частини рівнянь (2.11) представляються у формі

$$\frac{d\mathbf{F}}{ds} = \frac{\tilde{d}\mathbf{F}}{ds} + \boldsymbol{\omega}_\chi \times \mathbf{F}, \quad \frac{d\mathbf{M}}{ds} = \frac{\tilde{d}\mathbf{M}}{ds} + \boldsymbol{\omega}_\chi \times \mathbf{M}.$$

За допомогою даних підстановок рівняння (2.11) зводиться до вигляду

$$\frac{\tilde{d}\mathbf{F}}{ds} = -\boldsymbol{\omega}_\chi \times \mathbf{F} - \mathbf{f}, \quad \frac{\tilde{d}\mathbf{M}}{ds} = -\boldsymbol{\omega}_\chi \times \mathbf{M} - \boldsymbol{\tau} \times \mathbf{F} - \mathbf{m}. \quad (2.12)$$

Для побудови відповідних скалярних співвідношень спроектуємо рівняння (2.12) на осі u, v, w . Тоді перше векторне рівняння системи (2.12) можна замінити трьома скалярними рівняннями рівноваги сил

$$\begin{aligned}
dF_u/ds &= -qF_w + rF_v - f_u, \\
dF_v/ds &= -rF_u + pF_w - f_v, \\
dF_w/ds &= -pF_v + qF_u - f_w
\end{aligned}
\tag{2.13}$$

Проектування другого рівняння (2.12) на ці осі призводить до трьох скалярних рівнянь рівноваги моментів

$$\begin{aligned}
dM_u/ds &= -qM_w + rM_v + F_v - m_u, \\
dM_v/ds &= -rM_u + pM_w - F_u - m_v, \\
dM_w/ds &= -pM_v + qM_u - m_w.
\end{aligned}
\tag{2.14}$$

В цих співвідношеннях $F_u(s)$ і $F_v(s)$ – відповідні компоненти перерізуючої сили; $F_w(s)$ – поздовжня сила; $M_u(s)$ і $M_v(s)$ – згинні моменти відносно відповідних осей; $M_w(s)$ – крутний момент.

Побудована система диференціальних співвідношень (2.13) і (2.14) має назву Кірхгофа. Вона містить дев'ять невідомих величин: $F_u(s), F_v(s), F_w(s), M_u(s), M_v(s), M_w(s), p(s), q(s), r(s)$, тому має бути доповнена відповідними рівняннями стану. Вони виписуються у вигляді [16,30]

$$M_u = A(p - p_0), \quad M_v = B(q - q_0), \quad M_w = C(r - r_0), \tag{2.15}$$

Величини A, B, C виражаються через модуль пружності E матеріалу БК при розтягуванні, модуль пружності G – при зсуві і відповідні осьові моменти інерції I_u, I_v – та полярний момент інерції I_w .

За допомогою формул

$$A = EI_u, \quad B = EI_v, \quad C = GI_w,$$

Як відмічено вище, в даній дисертації розглядаються задачі про випинання невідного стрижня, поперечні переміщення якого обмежені стінками каналу свердловини. Дослідження цієї задачі почнемо з найпростішого випадку, коли свердловина прямолінійна, але нахилена під деяким кутом до горизонталі. На практиці така модель може бути використана для аналізу нижньої ділянки протяжної криволінійної свердловини.

2.3 Геометричні передумови аналізу згинання бурильної колони в циліндричній порожнині.

Нехай прямолінійна БК лежить на нижній твірній циліндричної поверхні похилої свердловини. Її вісь розташована в площині XOZ нерухомої системи координат $OXYZ$ і нахилена під кутом β по відношенню до вертикалі OZ (рис. 2.4). Внутрішня геометрія БК визначається координатою s , що вимірюється довжиною осьової лінії від деякої початкової до поточної точки (природна параметризація). Будемо вважати, що якщо БК нерухома, то на неї діють зовнішні розподілені сили тяжіння ($f^{тяж}$) і контактні сили ($f^{конт}$), а також додані до її кінців осьові сили $F_z(0)$ і $F_z(S)$. Тут S – повна довжина колони.

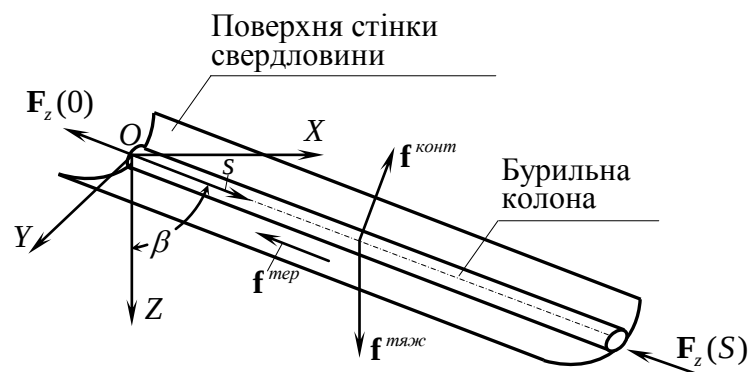


Рисунок 2.4 – Схема бурильної колони в похилій свердловині

У стані осьового руху БК до цих сил додається розподілена сила тертя $f^{тер}$, що виражається через контактну силу за допомогою закону Кулона

$$f^{тер}(s) = \pm \mu f^{конт}(s) \quad (2.16)$$

де μ – коефіцієнт тертя, а знаки «+» і «–» вибираються в залежності від напрямку руху БК.

В результаті дії цих факторів в деяких зонах БК формуються стискаючі осьові сили. При досягненні ними критичних значень бурильна колона випинається і її осьова лінія L приймає нову форму рівноваги всередині циліндричної порожнини радіуса a , що дорівнює величині міжтрубного зазору. Потрібно методами теоретичного моделювання знайти значення критичних впливів на БК і побудувати форму її біфуркаційного випинання. Оскільки це дослідження буде виконано методами нелінійного аналізу з використанням процедури лінеаризації, сконструюємо спочатку нелінійні рівняння рівноваги бурильної колони та лінеаризуємо їх в околі розглянутого напружено-деформованого стану. У цьому випадку зовнішні навантаження, що відповідають виродженню лінеаризованого оператора, є біфуркаційними, а власна форма цього оператора є формою випинання БК.

Характерна особливість цієї задачі полягає в тому, що якщо кут β нахилу свердловини не малий, то БК притискається до стінки свердловини силами тяжіння $f^{тяж}(s)$, які перешкоджають її від'єднанню від поверхні каналу свердловини і стабілізують її рівновагу. Внаслідок цього при втраті стійкості бурильна колона ковзає по поверхні каналу і залишається в контакті з нею по всій своїй довжині під час процесу випинання. У зв'язку з цим її геометрія не може змінюватися довільно та визначається геометрією циліндричної поверхні, на якій вона лежить. При аналізі геометричного трансформування БК, що випинається, ця обставина змушує залучати методи

Тут $\rho(s)$ – радіус вектор кривої L в нерухомій системі координат $OXYZ$, R - радіус кривизни осьової лінії БК.

Вектори (2.17) визначають орієнтацію елементів стержня і форму кривої L . З їх використанням може бути введений вектор Дарбу

$$\Omega = k_R \mathbf{b} + k_T \mathbf{t}, \quad (2.18)$$

де $k_R = 1/R$ - кривизна кривої, k_T - її скрут. Ці параметри обчислюються за формулами [17,29].

$$k_R = \mathbf{n} \frac{d^2 \rho}{ds^2}, \quad k_T = t \left(\mathbf{n} \times \frac{d\mathbf{n}}{ds} \right). \quad (2.19)$$

Однак більш зручним виявляється представити параметри k_R і k_T в рухомій системі координат $oxuz$ і вивчати в ній згинання БК, оскільки, її використання дозволяє перетворити труднощі задачі, пов'язані з існуванням обмежуючої каналової поверхні Σ , в перевагу, обумовлену тим, що геометрія оьовлі лінії L колони може бути представлена через параметри поверхні Σ . З огляду на це, замість вектора Дарбу Ω (див. (2.18)) введемо вектор

$$\omega = k_x \mathbf{i} + k_y \mathbf{j} + k_z \mathbf{k}, \quad (2.20)$$

що умовно представляє кутову швидкість системи $oxuz$ при її русі з одиничною швидкістю вздовж кривої L в uoz і xoz відповідно; k_z – параметр, що характеризує кручення. Вони виражаються через відомі кривизни циліндричної поверхні Σ , параметризовані за допомогою параметра u , спрямованого уздовж твірної, і параметра v , що визначає положення точки на направляючому колі радіуса a (рис. 2.5). В даному випадку метрика поверхні Σ визначається формулою

$$(ds)^2 = (du)^2 + a^2 (dv)^2. \quad (2.21)$$

З урахуванням цього можна зробити висновок, що кривизна k_x представляє геодезичну кривизну k^{geod} кривої L на поверхні Σ і може бути виражена таким чином [17,29]

$$k_x = k^{geod} = \frac{\pm \sqrt{EG - F^2}}{(Eu'^2 + 2u'v' + Gv'^2)^{3/2}} (u''v' - v''u' + Au' - Bu'), \quad (2.22)$$

де символ штрих позначає диференціювання по s ; A, B, E, F, G – геометричні величини, які визначаються, в загальному випадку, через символи Крістофеля. Якщо крива L і поверхня D задаються в загальній формі, то вирази для змінних k_x , k_y , k_z мають досить громіздкий вигляд. Однак для каналових поверхонь, що розглядаються вони приймають більш просту форму, завдяки ортогональності координатних кривих u , v . В цьому випадку геодезична кривизна визначається співвідношенням [29]

$$k_x = k^{geod} = \sqrt{a_{11}a_{22}} [a_{11}(u')^2 + a_{22}(v')^2]^{-3/2} (u''v' - v''u' + Av' - Bu')$$

де a_{11} , a_{22} – параметри першої квадратичної форми каналової поверхні; множники A , B виражаються через символи Крістофеля другого роду

$$A = \Gamma_{11}^1 (u')^2 + 2\Gamma_{12}^1 u'v' + \Gamma_{22}^1 (v')^2, \quad B = \Gamma_{11}^2 (u')^2 + 2\Gamma_{12}^2 u'v' + \Gamma_{22}^2 (v')^2$$

Як і раніше, в цих формулах штрихом позначено диференціювання по s .

Для циліндричної поверхні ці величини істотно спрощуються і формула (2.22) може бути зведена до вигляду

$$k_x = k^{zeo\partial} = -a(u''v' - v''u'), \quad (2.23)$$

Площина xOz ортогональна поверхні Σ , тому кривизна k_y кривої L дорівнює нормальній кривизні $k^{норм}$ цієї поверхні в напрямку орта $\mathbf{t}$. Тому, відповідно до теореми Ейлера [17,29], вона визначається через головні кривизни k_1, k_2 циліндричної поверхні

$$k_y = k^{норм} = k_1 \cos^2 \theta + k_2 \sin^2 \theta, \quad (2.24)$$

де $k_1 = 0$, $k_2 = 1/a$, θ - кут між ортом $\mathbf{t}$ і координатною лінією u .

Тоді оскільки $\sin \theta = adv / ds$, випливає

$$k_y = a(v')^2. \quad (2.25)$$

Скрут k_z кривої L визначається формулою

$$k_z = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \psi / \Delta s$$

Тут ψ – кут повороту осі ox відносно осі oz при переході системи $oxyz$ із точки s в точку $s + \Delta s$.

В нашому випадку ця формула зводиться до вигляду

$$k_z = u'v' \quad (2.26)$$

Отримані геометричні співвідношення дозволяють побудувати розв'язувальні нелінійні рівняння згинання БК в прямолінійній свердловині.

2.4 Рівняння нелінійного згинання і випинання прямолінійної бурильної колони (безфрикційна модель)

За допомогою побудованих геометричних співвідношень сформулюємо задачу про пружне нелінійне згинання БК всередині циліндричної порожнини похилої прямолінійної свердловини. Прийmemo, що БК навантажена розподіленими силами тяжіння $\mathbf{f}^{тяж}(s)$ уздовж осі OZ (рис. 2.4) по всій своїй довжині і на її нижньому кінці $s = S$ діє осьова стискаюча сила $F_z(S)$. Дія цих сил призводить до генерування внутрішньої пружної сили $\mathbf{F}(s)$ і моменту $\mathbf{M}(s)$, а також зовнішньої розподіленої контактної сили $\mathbf{f}^{конт}(s)$ і сили тертя $\mathbf{f}^{тер}(s)$.

Вище вже було зазначено, що питанню створення сил тертя має бути приділена особлива увага. У нашому випадку, коли в передкритичному стані БК нерухома і коли вона випинається в процесі спуску або підйому (в основному, спуску) і коли нестійкий стан реалізується в процесі буріння можна припустити, що в першому випадку колона може бути схильна до дії різних вібрацій (наприклад, викликаних нестационарними зовнішніми і внутрішніми потоками промивної рідини), які знімають фрикційні ефекти, і тоді можна покласти $\mathbf{f}^{тер} = 0$. У той же час при поздовжньому русі колони і її обертанні ці сили визначаються рівністю (2.16). Таким чином можна зробити висновок, що істотний інтерес представляє питання про встановлення основних особливостей впливу параметрів системи і сил тертя на процес випинання. В результаті дії цих сил БК може бути розтягнута в її верхній частині та стиснута в межах її нижнього сегмента. Тому можна зробити висновок, що критичне випинання бурильної колони в похилій свердловині переважає в її нижній частині, де свердловина майже прямолінійна.

У процесі критичного деформування БК може приймати складні форми, тому для їх аналізу доцільно застосовувати нелінійні рівняння рівноваги криволінійного стержня.

Зазвичай рівняння (2.11) формулюються в рухомій системі відліку, осі якої збігаються з головними центральними осями інерції поперечних перерізів гнучкого стрижня. Тоді ці рівняння зводяться до виду (2.12). За допомогою такої постановки в роботах [15,70] розглянуті питання моделювання спуско-підйомних операцій в криволінійних свердловинах. У випадку, що розглядається зазначена необхідність відпадає, оскільки перетин БК коловий і всі його центральні осі є головними. У той же час дана задача пов'язана з іншим ускладненням, обумовленим наявністю зв'язку у вигляді жорсткої поверхні свердловини, що обмежує переміщення БК, і появою додаткових невідомих контактних сил $\mathbf{f}^{kont}(s)$, які збільшують число шуканих функцій. Однак, якщо, як зазначено вище, розглядати деформування БК в супутній системі відліку $oxuz$, то тим самим можна не тільки розділити змінні і тимчасово виключити з розгляду невідому реакцію в'язі $\mathbf{f}^{kont}(s) = f^{kont}(s)\mathbf{i}$, а й зменшити загальне число шуканих функцій. Такий підхід аналогічний використанню узагальнених координат в методі рівнянь Лагранжа другого роду в порівнянні з застосуванням рівнянь Лагранжа першого роду.

На основі зазначеного, надамо абсолютним похідним $d\mathbf{F}/ds$, $d\mathbf{M}/ds$ в (2.11) форму

$$d\mathbf{F}/ds = \tilde{d}\mathbf{F}/ds + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{F}, \quad d\mathbf{M}/ds = \tilde{d}\mathbf{M}/ds + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{M} \quad (2.27)$$

тут $\tilde{d}\dots/ds$ – локальна похідна. В системі відліку $oxuz$ рівняння (2.11) набувають вигляду

$$\tilde{d}\mathbf{F}/ds = -\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{F} - \mathbf{f}, \quad \tilde{d}\mathbf{M}/ds = -\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{M} - \mathbf{k} \times \mathbf{F} \quad (2.28)$$

Підкреслимо, що система (2.28) принципово відрізняється від системи (2.12), оскільки вона розглядається в рухомому трієдрі $oxuz$.

Враховуючи рівності (2.20) зведемо рівняння (2.28) до скалярного вигляду окремо для співвідношень силової і моментної груп.

$$\begin{aligned} dF_x / ds &= -k_y F_z + k_z F_y - f_x^{\text{тяж}} - f_x^{\text{конт}} \\ dF_y / ds &= -k_z F_x + k_x F_z - f_y^{\text{тяж}} \end{aligned} \quad (2.29)$$

$$\begin{aligned} dF_z / ds &= -k_x F_y + k_y F_x - f_z^{\text{тяж}} \\ dM_x / ds &= -k_y M_z + k_z M_y + F_y \\ dM_y / ds &= -k_z M_x + k_x M_z - F_x \\ dM_z / ds &= -k_x M_y + k_y M_x \end{aligned} \quad (2.30)$$

В рівняннях (2.30) моменти M_x , M_y обчислюються за формулами [16]

$$M_x = EI k_x, \quad M_y = EI k_y \quad (2.31)$$

де, як і вище, E – модуль пружності матеріалу труби БК; I – центральний осьовий момент інерції площі поперечного перерізу труби.

З цих рівностей випливає, що права частина третього рівняння системи (2.30) дорівнює нулю,

$$M_z = \text{const} \quad (2.32)$$

і його значення визначається з граничних умов.

Співвідношення (2.20) – (2.32) разом з відповідними граничними умовами визначають нелінійне деформування БК в каналовій порожнині криволінійної свердловини. Розглянемо більш просту задачу про пружне згинання БК в циліндричній порожнині. Оскільки більшість похило-скерованих свердловин в нижній частині закінчуються, як правило, прямолінійними ділянками, можна вважати, що така задача представляє найбільший практичний інтерес.

Для циліндричної поверхні Σ відповідно до рівнянь (2.23), (2.25), (2.36) компоненти вектора ω визначаються за формулами

$$k_x = -a(u''v' - v''u'), \quad k_y = a(v')^2, \quad k_z = u'v' \quad (2.33)$$

Використовуючи рівності (2.31), (2.33), перші дві рівності системи (2.30) і першу рівність системи (2.29), отримаємо

$$\begin{aligned} F_x &= -2EIv'v'' - EIk_xk_z + M_zk_x \\ F_y &= EIdk_x / ds + M_zk_y - EIk_yk_z \\ f^c &= -k_yF_z + k_zF_y - dF_x / ds - f_x^{\text{тяж}}. \end{aligned} \quad (2.34)$$

За допомогою рівностей (2.29), (2.30) можна сформулювати систему шести диференціальних рівнянь першого порядку відносно шести шуканих функцій u, v, v', k_x, F_y, F_z

$$\begin{aligned} dF_y / ds &= k_z(2EIv'v'' + EIk_xk_z - M_zk_x) + F_zk_x - f_x^{\text{тяж}}av', \\ dF_z / ds &= -k_x[EI(k_x)' + M_zk_y - EIda(v')^2k_z] + a(v')^2(-2EIv'v'' - EIk_xk_z + M_zk_x) - f_z^{\text{тяж}}, \\ dk_x / ds &= 1/EIda(v')^2M_z + a(v')^2k_z + 1/EIF_y \\ dv / ds &= (v'), \\ d(v') / ds &= 1/ak_x\sqrt{1-a^2(v')^2}, \\ du / ds &= \sqrt{1-a^2(v')^2} \end{aligned} \quad (2.35)$$

Тут $f^{\text{тяж}} = g(\rho_{cm} - \rho_{pid})e$, де $g = 9.81 \text{ м/с}^2$, ρ_{cm} – щільність матеріалу колони, ρ_{pid} – щільність промивної рідини, e – площа поперечного перерізу труби колони.

Важливо відзначити, що завдяки використаному підходу і вибору орієнтації осей $oxyz$, з системи (2.35) виключені шукані змінні $F_x(s)$ і $f^{kont}(s)$, що спростило її структуру.

Вхідні в цю систему компоненти сил тяжіння обчислюються за формулами

$$\begin{aligned} f_x^{тяж} &= -f^{тяж} \sin \beta \cos v \\ f_y^{тяж} &= f^{тяж} (\cos \beta \cdot av' + \sin \beta \sin v \cdot u') . \\ f_z^{тяж} &= f^{тяж} (\cos \beta \cdot u' - \sin \beta \sin v \cdot av') \end{aligned} \quad (2.36)$$

Підкреслимо також, що крім наведених в лівій частині системи (2.35) шести шуканих змінних в цю систему входять також невідомі змінні v'' , $(k_x)'$ і k_z . Для визначення перших двох з них використовуються праві частини п'ятого і третього рівнянь системи, а функція скруту k_z обчислюється за допомогою третьої формули системи (2.33).

Побудована система шостого порядку (2.35) разом з відповідними граничними умовами визначає нелінійний вигин бурильної колони в циліндричній порожнині прямолінійної похило-скерованої свердловини. З її допомогою можна знайти всі шість шуканих змінних, що входять до неї, після чого використовуючи рівності (2.34) підрахувати перерізуючу силу $F_x(s)$ і силу контактної взаємодії $f^{kont}(s)$.

Рівняння (2.35) істотно нелінійні. Для їх чисельного аналізу може бути використаний метод продовження розв'язку по параметру спільно з методом Ньютона-Канторовича [14] за схемою (1.11). На кожному кроці реалізації такого підходу система (2.35) і відповідні граничні умови лінеаризуються в околі стану, що розглядається. Стани, в яких лінеаризований оператор задачі вироджується, є біфуркаційними. У них бурильна колона, що вигинається втрачає або відновлює стійкість рівноваги.

Нехай бурильна колона довжиною L лежить на дні циліндричної порожнини, вісь якої складає кут β з вертикаллю. На нижньому кінці вона

шарнірно закріплена і на неї діє поздовжня стискаюча сила R і крутний момент M_z , на верхньому кінці вона жорстко затиснена. Цим закріпленням відповідають граничні умови

$$u=0, \quad v=0, \quad v'=0 \quad \text{при } s=0 \quad (2.37)$$

$$v=0, \quad k_x=0, \quad F_z=-R \quad \text{при } s=L$$

В вихідному стані колона прямолінійна, тому $u'(s)=0$ $v(s)=0$, $k_x(s)=0$, $k_y(s)=0$, $k_z(s)=0$, $F_z(s)=g(\rho_{\text{ст}}-\rho_{\text{рід}})e(L-s)\cos\beta-R$. Знайдемо значення R , при якому колона втрачає стійкість, і форму втрати стійкості. Для цього лінеаризуємо рівняння (2.35) в околі початкового стану

$$\begin{aligned} \frac{d}{ds}\delta F_y &= F_z\delta k_x - f^{\text{тяж}}a\delta v', \quad \frac{d}{ds}\delta F_z = -f^{\text{тяж}}, \quad \frac{d}{ds}\delta k_x = \frac{1}{EI}\delta F_y, \\ \frac{d}{ds}\delta v &= \delta v', \quad \frac{d}{ds}\delta v' = \frac{1}{a}\delta k_x, \quad \frac{d}{ds}\delta u = 0 \end{aligned} \quad (2.38)$$

тут символом δ позначені малі варіації шуканих функцій.

Важлива особливість побудованої системи полягає в тому, що в неї не входить крутний момент M_z . Це означає, що якщо під дією сил тяжіння колона так притискається до дна $v=0$ прямолінійної свердловини, що в результаті критичного випинання під дією стискаючої сили R лінія L продовжує лежати на поверхні Σ , то настання критичного стану не залежить від крутного моменту M_z . І, як впливає з нелінійної системи (2.35), вплив M_z починає проявлятися тільки, коли лінія L стає кривою і величини k_x , k_y , k_z відмінні від нуля.

Системі (2.38) можна надати звичну форму, яка використовується в теорії випинання балок. Для цього позначимо $\delta u = a\delta v$.

Оскільки в цій системі друге та шосте рівняння виявляються не пов'язаними з іншими, їх можна розглядати окремо і системі четвертого порядку, що залишилася можна надати форму, яка використовується в теорії стійкості стрижнів. У цьому випадку $\delta k_x = a\delta v''$, $\delta F_y = EIa\delta v'''$ тоді, з першого рівняння системи (2.38) отримуємо

$$EI\delta y^{IV} - [f^{\text{тяж}} \cos \beta(L-s) - R]\delta y'' + f^{\text{тяж}} \cos \beta \delta y' + (f^{\text{тяж}} \sin \beta / a)\delta y = 0 \quad (2.39)$$

Для колони в горизонтальній свердловині $\beta = 90^\circ$, і це рівняння (2.39) приймає найпростішу форму

$$EI\delta y^{IV} + R\delta y'' + (f^{\text{тяж}} / a)\delta y = 0. \quad (2.40)$$

Воно виявляється аналогічним рівнянню випинання балки на пружній основі з коефіцієнтом постелі $f^{\text{тяж}} / a$ і для випадку $L = \infty$ визначає критичне значення

$$R_{\lambda}^{kp} = \pi^2 EI / \lambda^2 + \lambda^2 f^{\text{тяж}} / (\pi^2 a), \quad (2.41)$$

відповідне формі втрати стійкості

$$\delta y_{\lambda} = \delta C \sin(\pi s / \lambda) \quad (2.42)$$

з довжиною λ півхвилі.

Мінімізуючи R_{λ}^{kp} по λ , отримаємо мінімальне значення R_{λ}^{kp} і відповідне йому λ^{kp}

$$R^{kp} = 2\sqrt{EI f^{\text{тяж}} / a}, \quad \lambda^{kp} = \pi \sqrt[4]{EI a / f^{\text{тяж}}} \quad (2.43)$$

Якщо вісь свердловини нахилена під кутом β , ($0 < \beta < 90^\circ$) рівняння (2.39), що визначає критичні стани, ускладнюється і для нього, в силу наявності змінного коефіцієнта перед $\delta y''$, побудова розв'язку в замкнутій формі стає неможливою. Для цих випадків розв'язок крайової задачі на власні значення для рівняння (3.39) здійснюється методом початкових параметрів [4,12]. При цьому відповідні розв'язки задачі Коші для рівняння (2.39) будувалися методом Рунге-Кутта. Оскільки, як зазначено вище, поставлена задача є сингулярно збуреною, серед її власних розв'язків є швидко зростаючі і швидко спадні функції. Для подолання обчислювальних труднощів, пов'язаних з цим фактором, при застосуванні методу Рунге-Кутта доводилося використовувати також процедуру ортогоналізації власних розв'язків [4,12].

2.5 Рівняння нелінійного згинання і випинання прямолінійної бурильної колони (фрикційна модель)

Побудуємо рівняння пружного згинання і випинання БК для випадку, коли вона рухається в каналі свердловини. Тоді на всі її елементи діють розподілені сили тяжіння $f^{тяж}(s)$, а до верхнього і нижнього кінців прикладені осьові сили $F_z(0)$ і $F_z(S)$. Як правило сила $F_z(0)$ – розтягуюча, сила $F_z(S)$ – стискаюча. Дія цих сил пов'язана з формуванням внутрішніх сил $F_z(s)$ і моментів $M_z(s)$, а також зовнішніх контактних ($f^{конт}(s)$) і фрикційних ($f^{мер}(s)$) сил.

У рухомій системі $oxyz$ компоненти сил тяжіння задаються рівностями (2.36), в той час як в цій системі контактні й фрикційні сили мають по одній компоненті

$$\mathbf{f}^{конт}(s) = f_x^{конт}(s)\mathbf{i}, \quad \mathbf{f}_z^{мер}(s) = f^{мер}(s)\mathbf{k} \quad (2.44)$$

Тому скалярні аналоги рівнянь (7.40) набувають форми

$$\begin{aligned} dF_x / ds &= -k_y F_z + k_z F_y - f_x^{тяж} - f_x^{конт}, \\ dF_y / ds &= -k_z F_x + k_x F_z - f_y^{тяж}, \end{aligned} \quad (2.45)$$

$$\begin{aligned} dF_z / ds &= -k_x F_y + k_y F_x - f_z^{тяж} - f_z^{мер}, \\ dM_x / ds &= -k_y M_z + k_z M_y + F_y, \\ dM_y / ds &= -k_z M_x + k_x M_z - F_x, \\ dM_z / ds &= -k_x M_y + k_y M_x. \end{aligned} \quad (2.46)$$

Як бачимо, вони відрізняються від співвідношень (2.29), (2.30) тільки наявністю доданка $f_z^{мер}$ в третьому рівнянні системи (2.40). Ця перевага стала можливою, завдяки застосуванню рухомих осей $oxuz$.

В цьому випадку рівності (2.34) зберігають свій вигляд, а рівняння (2.45) (2.46) замінюються системою

$$\begin{aligned} \frac{dF_y}{ds} &= 2EIau'(v')^2 v'' - (M_z - EIU'v')u'v'k_x + k_x F_z - f_y^{тяж} \\ \frac{dF_z}{ds} &= -k_x F_y - 2EIa^2(v')^3 v'' + a(M_z - EIU'v')(v')^2 k_x - f_z^{тяж} - f_z^{мер} \\ \frac{dk_x}{ds} &= -\frac{1}{EI}a(v')^2 M_z + au'(v')^3 + \frac{1}{EI}F_y \\ \frac{dv}{ds} &= v' \\ \frac{du}{ds} &= \sqrt{1 - a^2(v')^2} \end{aligned} \quad (2.47)$$

Щоб побудувати рівняння втрати стійкості БК, що лежить на дні каналу свердловини, необхідно систему (2.47) лінеаризувати в околі стану $u(s) = s$, $v(s) = 0$, $k_x(s) = k_y(s) = k_z(s) = 0$, $M_x(s) = M_y(s) = 0$. Тут

$$f_x^{конт}(s) = -f_x^{тяж}, \quad (2.48)$$

а сила тертя дорівнює

$$f_z^{тер}(s) = \pm \mu f_x^{конт}(s) = \mp \mu f_x^{тяж}(s). \quad (2.49)$$

В результаті, інтегруючи друге рівняння системи (2.47), можна знайти осьову силу $F_z(s)$, що виникає в БК при її русі

$$F_z(s) - F_z(0) = - \int_0^s (f_z^{тяж} + f_z^{тер}) ds = -(f_z^{тяж} + f_z^{тер})s - R. \quad (2.50)$$

Якщо розглядається режим спуску БК, то з цієї рівності випливає

$$F_z(s) = f^{тяж}(\cos \beta - \mu \sin \beta)(S - s) - R, \quad (2.51)$$

де $R = F_z(0)$ - осьова сила, що діє на долото і вважається відомою.

Вважаємо, що при випинанні БК із стану, що розглядається її переміщення, кривизни, сили і моменти набувають малих змін. Тоді їх можна знайти з системи (2.47), лінеаризованої в околі цього стану. Її можна звести до наступного вигляду

$$\begin{aligned} d\delta F_y / ds &= F_z \delta k_x - a f^{тяж} \cos \beta \delta v', \\ d\delta F_z / ds &= -\delta f_z^{тяж} = 0, \\ d\delta k_x / ds &= (1 / EI) \delta F_y, \\ d\delta v / ds &= \delta v', \\ d\delta v' / ds &= (1 / a) \delta k_x, \\ d\delta u / ds &= 0. \end{aligned} \quad (2.52)$$

Врахуємо, що $\delta k_x = a\delta v''$, $\delta F_y = EIa\delta v'''$, $\delta f_x^{тяж}(s) = 0$,

$f^{конт}(s) = f^{тяж} \sin \beta$, $f^{тяж} = g(\rho_{cm} - \rho_{pid})F$, де $g = 9.81 \text{ м/с}^2$; ρ_{cm} , ρ_{pid} –

щільності матеріалу труби БК і промивної рідини, відповідно; F – площа поперечного перерізу труби БК. В цьому випадку друге та шосте рівняння системи (2.52) задовольняються тотожно і далі не розглядаються, а інші чотири рівняння зводяться до одного лінійного диференціального рівняння четвертого порядку

$$\begin{aligned} \delta y^{IV} + \left[-\frac{f^{тяж}(\cos \beta - \mu \sin \beta)}{EI}(S-s) + \frac{R}{EI} \right] \delta y'' + \\ + \frac{f^{тяж}(\cos \beta - \mu \sin \beta)}{EI} \delta y' + \frac{f^{тяж} \sin \beta}{aEI} \delta y = 0, \end{aligned} \quad (2.53)$$

де $\delta y(s) = a\delta v(s)$.

Перш за все зазначимо, що це рівняння аналогічне рівнянням стійкості балки, що лежить на пружній основі, і тому їх розв'язки мають однакові властивості. По-перше, як рівняння (2.53), так і рівняння стійкості балки на пружній основі є сингулярно збуреними, тому форми втрати їх стійкості мають вигляд крайових ефектів або гармонійних вейвлетів, локалізованих (збурених) всередині області, яку займає колона. По-друге, як правило, гармоніки вейвлетів швидко зменшуються. Важлива властивість рівняння (2.53) полягає в тому, що воно не містить функції крутного моменту $M_z(s)$, який втрачений внаслідок лінеаризації нелінійної системи в околі стану, який розглядається. Цей факт свідчить про те, що в даному стані біфуркаційний ефект системи є нечутливим до впливу крутного моменту.

2.6 Аналіз випинання колон в каналах похилих прямолінійних свердловин

Необхідно ще раз підкреслити, що рівняння (2.39) і (2.53) мають змінні коефіцієнти, тому їх власні значення і власні форми не можуть бути знайдені аналітичними методами. У зв'язку з цим, їх дослідження проводилося методами скінченних різниць. Крім того, дана задача є багатопараметричною. Дійсно, процес випинання залежить від довжини БК, розмірів свердловини, величини міжтрубного зазору, відсутності або наявності фрикційних ефектів і значення коефіцієнта тертя, значення стискаючої сили на нижньому кінці, від виду граничних умов і т.д. Оскільки всебічне дослідження таких процесів випинання неможливе, нижче наведені результати розрахунків для деяких обраних значень характерних параметрів системи. Вони склали: $E = 2,1 \cdot 10^{11}$ Па, $I = 2,7 \cdot 10^{-4}$ м⁴, $\rho_{cm} = 7,8 \cdot 10^3$ кг/м³, $\rho_{pid} = 1,3 \cdot 10^3$ кг/м³, $d_1 = 0,2$ м, $d_2 = 0,18$ м, $F = \pi(d_1^2 - d_2^2) / 4 = 5,97 \cdot 10^{-3}$ м², $\mu = 0,2$. Вважалось, що на верхньому і на нижньому кінцях БК має шарнірне обпирання, тому

$$\delta y(0) = \delta y(S) = 0, \quad \delta y''(0) = \delta y''(S) = 0 \quad (2.54)$$

Спочатку була досліджена стійкість бурильних колон довжинами $S = 500$ і 1000 м при величині міжтрубного зазору $a = 0,166$ м. У таблиці 2.1 наведені результати комп'ютерних досліджень для БК довжиною $S = 500$. Дві ліві колонки цієї таблиці відносяться до безфрикційної моделі, дві праві містять інформацію, пов'язану з аналізом впливу сил тертя на біфуркаційний процес. Для кожного розглянутого випадку при відповідному значенні кута нахилу наведені критичні значення осьової сили $R_{кр}$ і діаграми розподілу по довжині $0 \leq s \leq S$ внутрішньої осьової сили $F_z(s)$ і поперечного переміщення $\delta y(s)$.

Можна бачити, що якщо кут β не дуже великий ($\beta = 45^\circ$ і $\beta = 60^\circ$) то розтягуюча поздовжня компонента сили тяжіння $f_z^{тяж}(s)$ призводить до суттєвого зменшення осьової стискаючої сили $F_z(s)$ на верхньому кінці і форма втрати стійкості набуває вигляду крайового ефекту, локалізованого в околі нижнього кінця (рис. 2.6). При цьому сили тертя лише незначно впливають на критичне значення $R_{кр}$ і функції $\delta y(s)$ (див. позиції 1, 2, в табл. 2.1). Однак з наближенням кута β до значення $\beta = \text{arctg } \mu$ (кута тертя), сили тяжіння $f^{тяж} \cos \beta$ і сили тертя $f^{тер} = -f^{тер} \mu \sin \beta$ в рівнянні (2.53) врівноважують одна одну і поздовжня сила $F_z(s) = R$ стає постійною. Тоді це рівняння набуває вигляду

$$\delta y^{IV} + \frac{R}{EI} \delta y'' + \frac{f^{тяж} \sin \beta}{aEI} \delta y = 0 \quad (2.55)$$

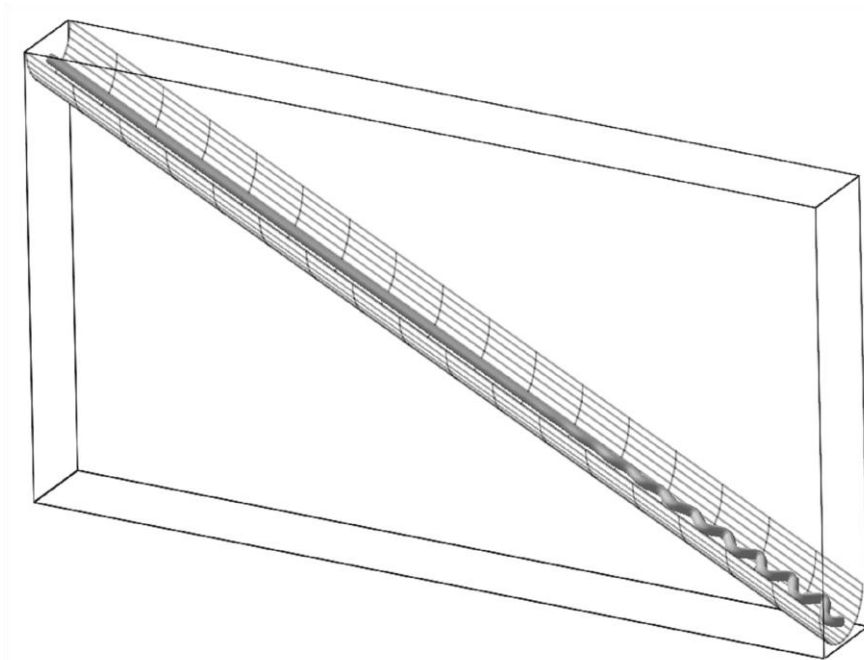
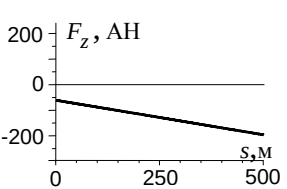
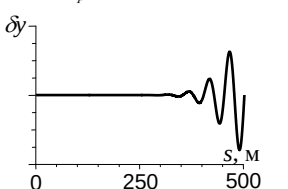
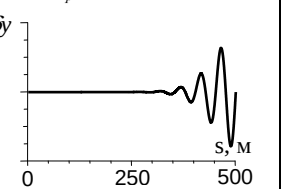
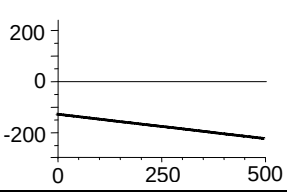
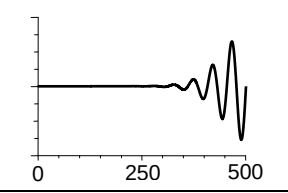
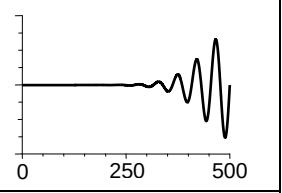
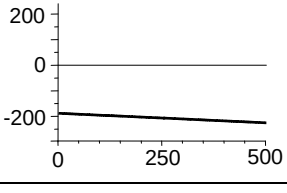
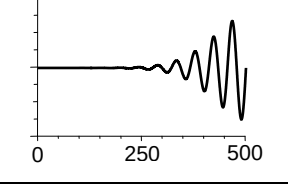
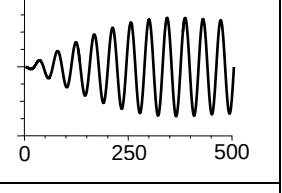
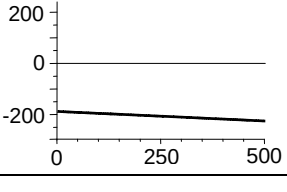
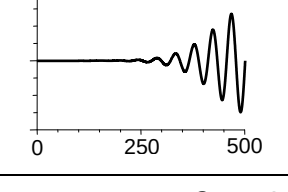
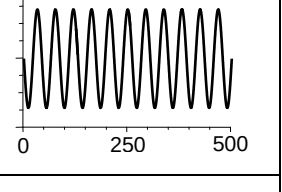
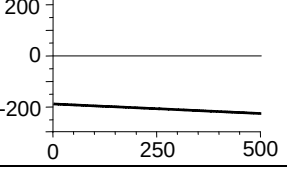
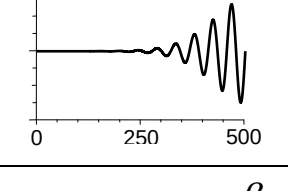
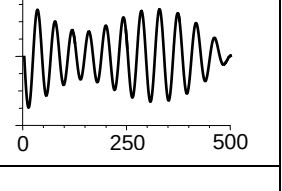
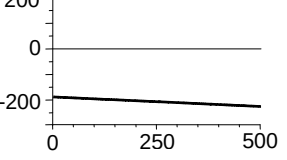
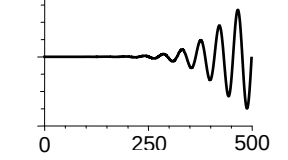
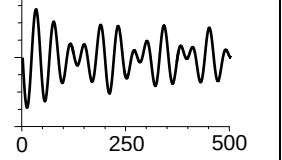


Рисунок 2.6 – Крайовий ефект в біфуркаційній формі бурильної колони в похилій свердловині

Таблиця 2.1 – Критичні значення осьової сили $R_{кр}$ і моди втрати стійкості $\delta y(s)$ для випадку $S=500$ м і $a=0,166$ м

	Безфрикційна модель		Фрикційна модель	
1	Кут нахилу $\beta = 45^\circ$			
		$R_{кр} = 203,772 \text{ кН}$ 	$R_{кр} = 202,129 \text{ кН}$ 	
2	$\beta = 60^\circ$			
		$R_{кр} = 221,771 \text{ кН}$ 	$R_{кр} = 219,441 \text{ кН}$ 	
3	$\beta = 78,495^\circ$			
		$R_{кр} = 230,962 \text{ кН}$ 	$R_{кр} = 224,922 \text{ кН}$ 	
4	$\beta = 78,69^\circ$			
		$R_{кр} = 230,942 \text{ кН}$ 	$R_{кр} = 225,856 \text{ кН}$ 	
5	$\beta = 79,06824^\circ$			
		$R_{кр} = 230,997 \text{ кН}$ 	$R_{кр} = 227,518 \text{ кН}$ 	
6	$\beta = 85^\circ$			
		$R_{кр} = 230,962 \text{ кН}$ 	$R_{кр} = 229,450 \text{ кН}$ 	

Власне значення $R_{кр}$ і власна форма $\partial y_{кр}$ цього рівняння при граничних умовах (2.54) можуть бути знайдені аналітично. Дійсно, прийmemo

$$\delta y(s) = \delta C \sin \frac{\pi n s}{S} \quad (2.56)$$

Підставляючи (2.56) в (2.55), отримаємо

$$\left(\frac{\pi n}{S} \right)^4 - \frac{R}{EI} \left(\frac{\pi n}{S} \right)^2 + \frac{f^{тяж} \sin \beta}{aEI} = 0. \quad (2.57)$$

Це рівняння дозволяє знайти R_n для вибраного числа n

$$R_n = EI \left(\frac{\pi n}{S} \right)^2 + \frac{f^{тяж} \sin \beta}{a} \left(\frac{S}{\pi n} \right)^2. \quad (2.58)$$

Насправді БК буде втрачати стійкість при значенні n , що забезпечує мінімальні по модулю значення $R_{кр}$. Для визначення використовуємо умову

$$dR_n / dn = 0. \quad (2.59)$$

Тоді

$$\frac{dR_n}{dn} = 2EI \left(\frac{\pi}{S} \right)^2 n - \frac{2f^{тяж} \sin \beta}{a n^3} \left(\frac{S}{\pi} \right)^2 = 0 \quad (2.60)$$

і

$$n_{кр} = \frac{S}{\pi} \sqrt[4]{\frac{f^{тяж} \sin \beta}{aEI}} \quad (2.61)$$

Відзначимо, що ця сила не залежить від довжини S . В цьому випадку $\beta = 90^\circ - \arctg \mu = 78,69^\circ$ і критичні значення характерних параметрів $n_{кр} = 22,45$, $R_{кр} = 225856 \text{ Н}$. Розглянутий випадок представлений позицією 4 в табл. 2.1.

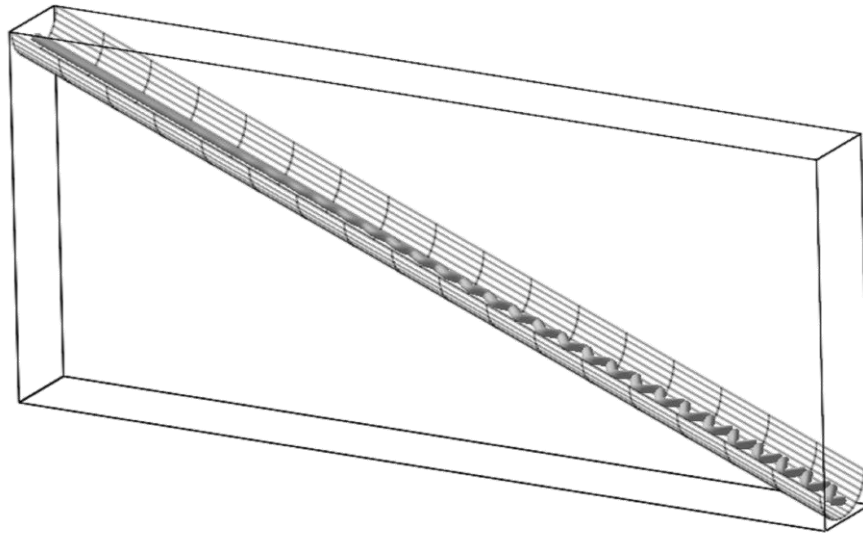


Рисунок 2.7 – Розширення зони крайового ефекту в біфуркаційній формі

Як видно з результатів, представлених в двох лівих колонках таблиці 2.1, для випадку коли відсутні сили тертя критична сила $R_{кр}$ змінюється несуттєво зі збільшенням β (від $R_{кр} = 203 \text{ кН}$ до $R_{кр} = 231 \text{ кН}$), мало змінюються і форми втрати стійкості. Це пов'язано з тим, що максимальне значення сили $F_z(s)$ має місце на нижньому кінці. Однак якщо процес спуску колони в свердловині супроводжується також і виникненням сил тертя, то коли свердловина наближається до горизонталі, наявність поздовжніх сил тертя призводить до того, що поздовжня сила $F_z(s)$ зростає при віддалені від нижнього кінця. Тому зі збільшенням β зона крайового ефекту розширюється (рис. 2.7) і поширюється на всю довжину колони (див. позиції 3-6 в правій колонці табл. 2.1). При нахилі свердловини під кутом тертя форма втрати стійкості стає чисто гармонійною (див. позицію 4 в табл. 2.1 і рис. 2.8).

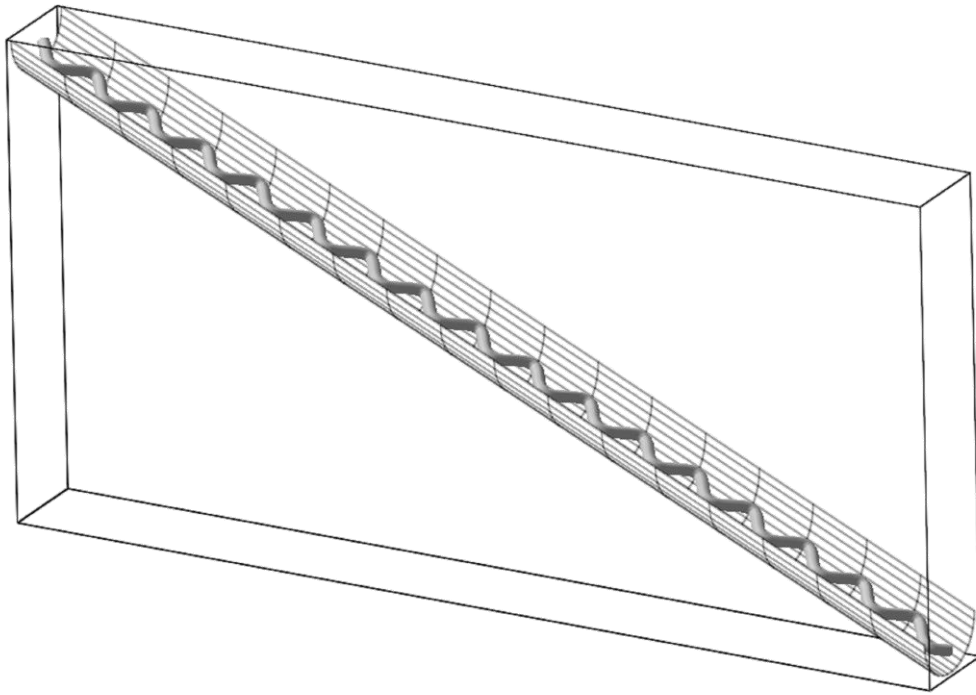


Рисунок 2.8 – Синусоїдальна форма втрати стійкості бурильної колони в свердловині, нахилений під кутом тертя

Маючи в своєму розпорядженні величину $n_{кр}$, можна за допомогою рівності (2.56) знайти довжину $\lambda_{кр}$ півхвилі біфуркаційної гармоніки

$$\lambda_{кр} = S / n_{кр} = \pi \sqrt[4]{aEI / (f^{тяж} \sin \beta)} \quad (2.62)$$

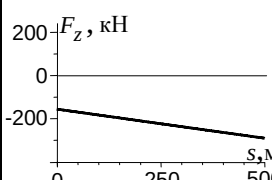
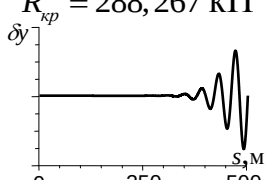
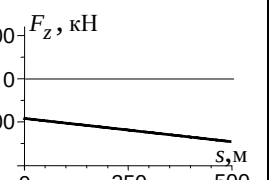
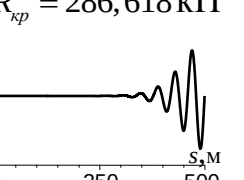
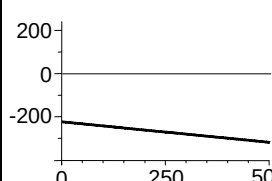
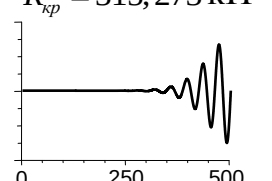
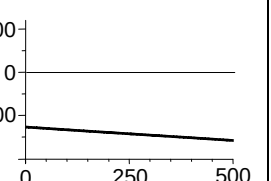
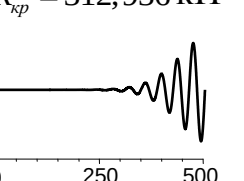
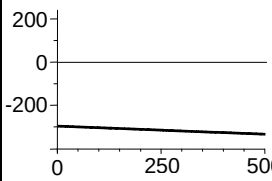
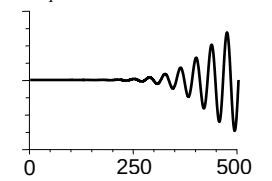
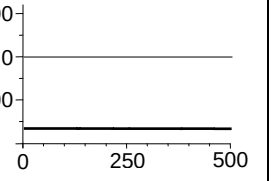
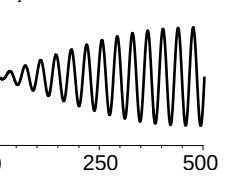
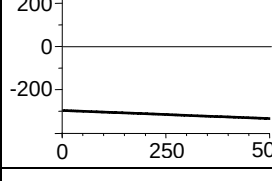
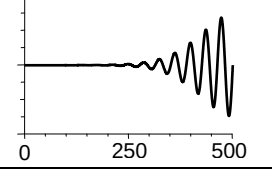
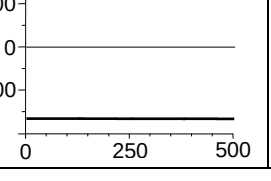
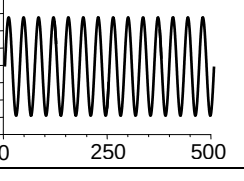
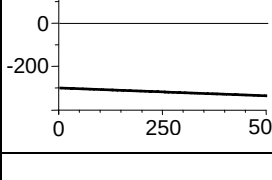
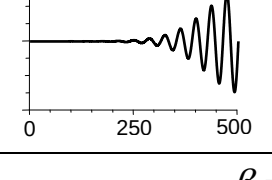
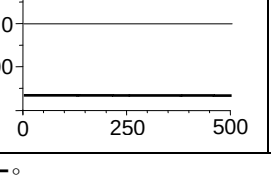
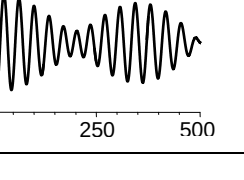
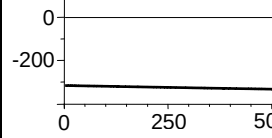
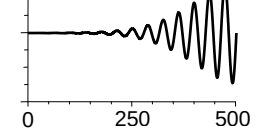
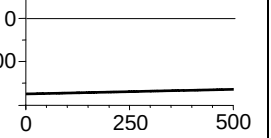
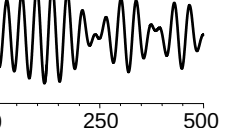
Як свідчать результати чисельного дослідження і ця формула, довжина півхвилі кроку гармоніки для всіх прикладів, представлених в табл. 2.1, дорівнює $\lambda_{кр} \approx 22,72$ м.

Вище показано, що поставлена задача є сингулярно збуреною, а отже, її розв'язки, як правило, мають форми крайових ефектів, локалізованих в малому околі нижнього кінця БК. Проблеми цього типу відомі також як некласичні [60]. Тому можна очікувати, що вони нечутливі до збільшення довжини БК.

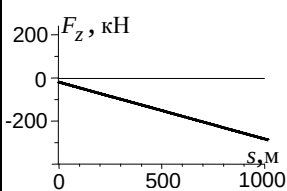
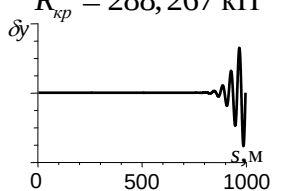
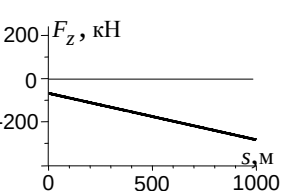
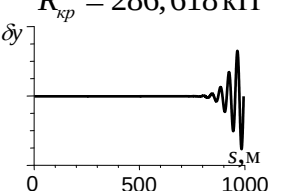
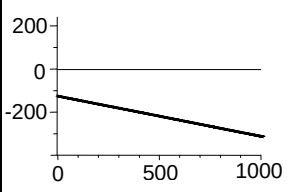
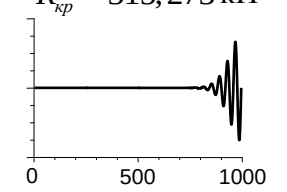
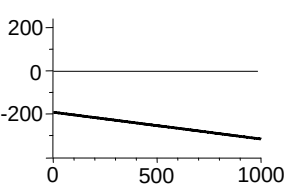
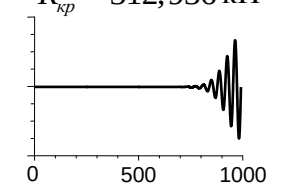
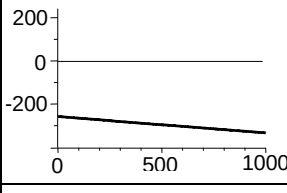
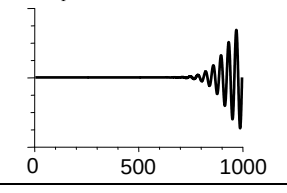
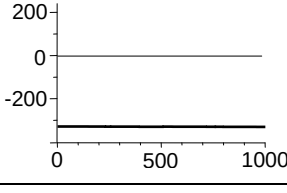
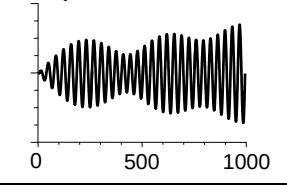
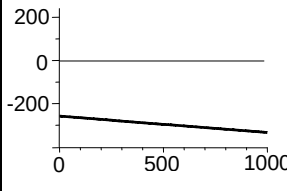
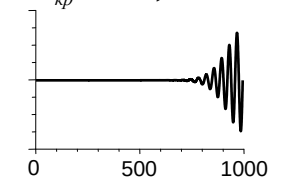
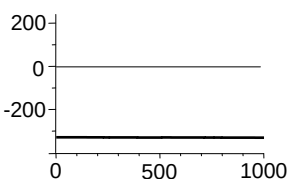
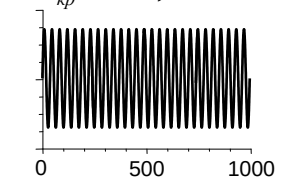
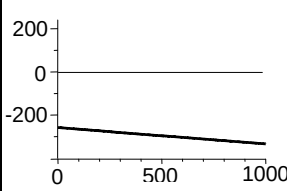
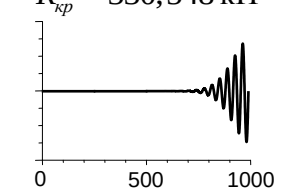
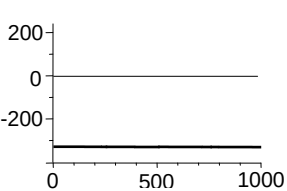
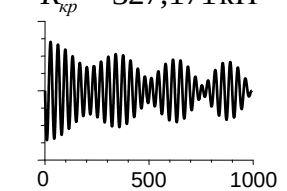
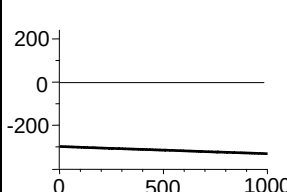
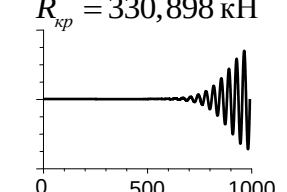
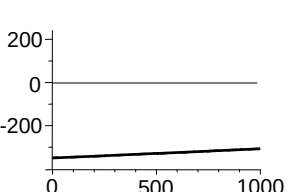
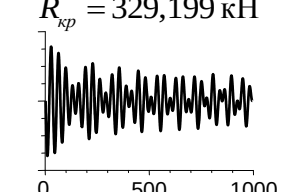
Таблиця 2.2 – Критичні значення осьової сили $R_{кр}$ і моди втрати стійкості $\delta y(s)$ для випадку $S=1000$ м і $a=0,166$ м

Безфрикційна модель		Фрикційна модель	
Кут нахилу $\beta = 45^\circ$			
	$R_{кр} = 203,772 \text{ кН}$ 		$R_{кр} = 202,129 \text{ кН}$
2	$\beta = 60^\circ$		
	$R_{кр} = 221,771 \text{ кН}$ 		$R_{кр} = 219,441 \text{ кН}$
3	$\beta = 78,495^\circ$		
	$R_{кр} = 230,942 \text{ кН}$ 		$R_{кр} = 227,993 \text{ кН}$
4	$\beta = 78,69^\circ$		
	$R_{кр} = 230,962 \text{ кН}$ 		$R_{кр} = 225,856 \text{ кН}$
5	$\beta = 79,06824^\circ$		
	$R_{кр} = 230,995 \text{ кН}$ 		$R_{кр} = 227,684 \text{ кН}$
6	$\beta = 85^\circ$		
	$R_{кр} = 230,622 \text{ кН}$ 		$R_{кр} = 228,841 \text{ кН}$

Таблиця 2.3 – Критичні значення осової сили $R_{кр}$ і моди втрати стійкості $\delta y(s)$ для випадку $S=500$ м і $a=0,08$ м

	Безфрикційна модель		Фрикційна модель	
1	Кут нахилу $\beta = 45^\circ$			
		$R_{кр} = 288,267 \text{ кН}$ 		$R_{кр} = 286,618 \text{ кН}$ 
2	$\beta = 60^\circ$			
		$R_{кр} = 315,273 \text{ кН}$ 		$R_{кр} = 312,936 \text{ кН}$ 
3	$\beta = 78,495^\circ$			
		$R_{кр} = 330,396 \text{ кН}$ 		$R_{кр} = 325,342 \text{ кН}$ 
4	$\beta = 78,69^\circ$			
		$R_{кр} = 330,450 \text{ кН}$ 		$R_{кр} = 325,342 \text{ кН}$ 
5	$\beta = 79,06824^\circ$			
		$R_{кр} = 330,548 \text{ кН}$ 		$R_{кр} = 327,035 \text{ кН}$ 
6	$\beta = 85^\circ$			
		$R_{кр} = 330,898 \text{ кН}$ 		$R_{кр} = 325,406 \text{ кН}$ 

Таблиця 2.4 – Критичні значення осьової сили $R_{кр}$ і моди втрати стійкості $\delta y(s)$ для випадку $S=1000$ м і $a=0,08$ м

Безфрикційна модель		Фрикційна модель	
Кут нахилу $\beta = 45^\circ$			
	$R_{кр} = 288,267 \text{ кН}$ 		$R_{кр} = 286,618 \text{ кН}$ 
2	$\beta = 60^\circ$		
	$R_{кр} = 315,273 \text{ кН}$ 		$R_{кр} = 312,936 \text{ кН}$ 
3	$\beta = 78,495^\circ$		
	$R_{кр} = 330,390 \text{ кН}$ 		$R_{кр} = 327,364 \text{ кН}$ 
4	$\beta = 78,69^\circ$		
	$R_{кр} = 330,450 \text{ кН}$ 		$R_{кр} = 325,342 \text{ кН}$ 
5	$\beta = 79,06824^\circ$		
	$R_{кр} = 330,548 \text{ кН}$ 		$R_{кр} = 327,171 \text{ кН}$ 
6	$\beta = 85^\circ$		
	$R_{кр} = 330,898 \text{ кН}$ 		$R_{кр} = 329,199 \text{ кН}$ 

Дійсно, це припущення підтверджується результатами аналізу БК довжиною 1000 м. Як випливає з табл. 2.2 критичні значення осьової сили $R_{кр}$ зберегли свої значення як для безфрикційної моделі (два лівих стовпчика), так і для випадку наявності сил тертя (два правих стовпця), хоча вони не суттєво збільшилися при великих значеннях кута β . При цьому форми втрати стійкості також не змінили ні свій вигляд, ні свої довжини хвиль.

Особливий інтерес викликає питання про те, як залежить процес випинання БК від міжтрубного зазору a . У таблицях 2.3 і 2.4 представлені результати розрахунків стійкості при величині зазору $a = 0,08$ м. Як випливає з цих даних, при зменшенні величини a , модуль $R_{кр}$ зростає і при цьому його значення для колон з довжинами $S = 500$ м і $S = 1000$ м майже збігаються. Також, істотну цікавість являє собою ефект трансформування біфуркаційної форми для колони довжиною $S = 500$ м. Так, якщо БК нерухома і сили тертя відсутні, то сили $R_{кр}$ ростуть із зростанням кута β , хоча форми втрати стійкості при цьому змінюються мало. Однак у присутності сил тертя ефект поступового трансформування біфуркаційної форми зі збільшенням β від крайового ефекту до неупорядкованих гармонік стає більш очевидним.

Цікаво відзначити також, що при збільшенні β відстань між двома сусідніми нулями в формі втрати стійкості зменшується від $\lambda \approx 40,5$ м для $\beta = 45^\circ$ до $\lambda = 31$ м для $\beta = 85^\circ$.

Зазначені особливості випинання БК зумовлені декількома факторами. Так, якщо кут β не великий, то БК переднапружена розтягуючою осьовою силою $F_z(s)$ в верхній частині та стискаючою силою в її нижній частині. В цьому випадку напружено-деформований стану БК істотно неоднорідний. У той же час нормальна компонента сил тяжіння $f^{тяж}(s)$, що притискає БК до стінки свердловини і перешкоджає її випинанню, мала. Тому БК майже вільно випинає в зоні нижнього кінця. Зі збільшенням кута β розтягуючі сили зменшуються, напружено-деформований стан БК стає більш

однорідним і стабілізуючий ефект розтягуючих сил зменшується. При цьому контактні й фрикційні сили, а також нормальна компонента сил тяжіння збільшуються. В результаті ці особливості стають відповідальними за зростання ефекту стабілізації колони. Разом з тим, взаємодія цих властивостей, що суперечать одна одній призводить до деякого незначного збільшення критичної сили $R_{кр}$ зі збільшенням кута β .

2.7 Висновки до розділу 2

В розділі 2 поставлена та розв'язана задача про пружну стійкість бурильної колони в каналі похилої свердловини з прямолінійною віссю.

1. На основі теорії криволінійних гнучких стрижнів розроблена математична модель біфуркаційного випинання бурильних колон в каналах похилих прямолінійних свердловин. Застосування спеціальної рухомої системи відліку (узагальненого тригранника Дарбу) дозволила розділити шукані змінні та зменшити порядок розв'язувальних рівнянь з дванадцятого до четвертого.

2. Для виведених рівнянь сформульована крайова задача на власні значення (задача Штурма-Ліувілля). Показано, що вона є сингулярно-збуреною, в наслідок чого її розв'язки (форми випинання) мають вигляд крайових ефектів або короткохвильових вейвлетів. Запропонована методика чисельного розв'язку поставленої задачі.

3. Виконані дослідження біфуркаційного випинання бурильних колон в каналах прямолінійних похилих свердловин. Знайдені критичні значення діючих навантажень, побудовані форми втрати стійкості. Встановлено, що якщо кут нахилу траєкторії свердловини в її нижній зоні перевищує значення кута тертя колони об її стінку, то форма втрати стійкості має вигляд короткохвильового крайового ефекту. Для свердловин з кутом нахилу нижньої ділянки меншим кута тертя, форми втрати стійкості мають вигляд високочастотних вейвлетів, зміщених в верхню зону траєкторії свердловини.

4. Результати досліджень даного розділу викладено у публікаціях [1, 15, 24, 25, 42, 56, 60, 70, 73].

РОЗДІЛ 3

ВИПИНАННЯ БУРИЛЬНОЇ КОЛОНИ В КАНАЛІ СВЕРДЛОВИНИ КОЛОВОГО ОБРИСУ

3.1 Основні концептуальні особливості проблеми моделювання біфуркацій бурильної колони в криволінійній свердловині

Задача дослідження біфуркаційного випинання бурильної колони в каналі похилої свердловини істотно ускладнюється, якщо вісь свердловини має криволінійний обрис. В цьому випадку стінка свердловини є каналовою поверхнею двійної кривизни і для її опису доводиться використовувати такі поняття як перша та друга квадратичні форми. Крім того, більш помітним виявляється також вплив сингулярної збуреності розглянутих явищ, які призводять до того, що біфуркаційні форми колони набувають вигляду гармонійних вейвлетів, зони локалізації яких заздалегідь невідомі. Тому навіть, для криволінійних свердловин з найпростішими траєкторіями у вигляді дуг кола, в науковій літературі є лише загальні міркування про методи моделювання ефектів біфуркаційного випинання. І, незважаючи на більш ніж піввікову історію ці задачі все ще залишаються далекими до завершення. З цього приводу Cunha в роботі [58] зазначає: «Характерним важливим моментом, зафіксованим, у даному літературному огляді є те, що багато результатів, представлених багатьма авторами, як може бути зазначено, є досить суперечливими за значеннями критичних сил та формами випинання».

У даній роботі завдання про випинання бурильної колони в свердловині колового обрису розв'язується на основі нового, глобального підходу, що дозволяє аналізувати бурильну колону в межах її повної довжини, знаходити критичні значення діючих сил, і знаходити зони і форми випинання колони. Наведемо основні концептуальні особливості цієї проблеми. Перш за все, ще раз акцентуємо увагу на те, що розглянута задача

є сингулярно збуреною, тому її розв'язок має вигляд гармонійних вейвлетів, місця локалізації яких заздалегідь не відомі. У зв'язку з цим задачу необхідно розв'язувати в глобальній постановці на повній довжині колони. Як правило, розв'язок цих задач має погану збіжність.

Друга характерна особливість цього підходу, що використовується у переважній більшості в науковій літературі, пов'язана з припущенням про безвідривний рух колони по стінці свердловини в процесі її випинання. Оскільки поверхня стінки свердловини з коловим поперечним перерізом є коналовою, вона описується складними аналітичними виразами, тому в'язь, яка обмежує переміщення колони є істотно нелінійною. Зазвичай при аналізі механічних систем з накладеними в'язями використовується 1-й або 2-й методи Лагранжа. Як зазначено в п. 1.3.1. при застосуванні методу Лагранжа 1-го роду рівняння в'язів додаються в систему розв'язувальних рівнянь, а множники Лагранжа відіграють роль додаткових шуканих змінних. У той же час метод Лагранжа другого роду заснований на використанні узагальнених координат. Цей метод є більш громіздким при постановці задачі, зате в нашому випадку його застосування дає можливість порядок системи розв'язувальних рівнянь зменшити до чотирьох. Нижче для розв'язання поставленої задачі використовується метод Лагранжа другого роду.

До третього аспекту нашої задачі відноситься питання про вплив крутного моменту на стійкість бурильної колони та на форми втрати стійкості. Якщо БК знаходиться в вертикальній свердловині і на початковому етапі випинання не обмежена її стінками, то як встановив Greenhill 1983 р крутний момент є основною причиною її спірального випинання. Якщо на колону накласти обмежуючу в'язь, то, як показано в розділі 2 крутний момент на початковому етапі випинання не впливає на біфуркаційних процес. Більш того нижче аналогічний висновок для цього явища зроблено для криволінійної свердловини. Так якщо БК лежить на дні плоскої криволінійної свердловини і тільки її поперечні переміщення є вільними, то крутний момент також не впливає на біфуркаційних процес. Однак, якщо БК

знаходиться всередині свердловини з тривимірною геометрією, то дія крутного моменту має бути прийнята до уваги.

Четверте питання, що очікує свого розв'язання, пов'язане з урахуванням впливу сил тертя на критичний стан БК. Як зазначено вище, якщо бурильна колона знаходиться в каналі похилої прямолінійної свердловини, то функція сили тертя є адитивною і вона легко обчислюється через нормальну компоненту сили тяжіння. Однак якщо свердловина є криволінійною, то сили тертя залежать не тільки від напрямку сил тяжіння, але також від радіуса кривизни осьової лінії каналу. При цьому, як правило, вона збільшується зі зменшенням цього радіуса та залежить від осьового і обертального рухів БК. Раніше було зазначено, що ефект формування сили тертя в цьому випадку є мультиплікативний. У зв'язку з цим стійкість бурильної колони в каналі свердловини колового обрису розв'язується в двох постановках. У першій постановці прийнято, що БК є нерухомою і сили тертя між нею та стінкою свердловини відсутні. У другій постановці прийнято, що бурильна колона знаходиться в режимі осьового руху і між її поверхнею та стінкою свердловини формуються спрямовані в осьовому напрямку розподілені сили тертя.

П'ята особливість проблеми, яка обговорюється, полягає в тому, що пружне деформування БК описується істотно нелінійними диференціальними рівняннями зі змінними коефіцієнтами. Тому її стійкість має бути досліджена на основі застосування методу лінеаризації та розв'язання крайової задачі на власні значення для цих лінеаризованих рівнянь. В даному розділі всім виділеним питанням приділяється особлива увага, і показано, що випинання бурильної колони з накладеними в'язями обмежуючої каналової поверхні може бути описано звичайними диференціальними рівняннями четвертого порядку зі структурою, аналогічною рівнянню, що визначає ейлерову стійкість прямолінійної балки.

3.2 Геометрія каналової поверхні з коловою осьовою лінією

Розглянемо деформування пружної бурильної колони радіусу r_2 в порожнині криволінійної свердловини в процесі її спуску або здійснення буріння. Бурильна колона може випинати під дією внутрішніх і зовнішніх сил, але, тим не менш, в процесі згинання вона по всій своїй довжині продовжує залишатися в контакті зі стінкою свердловини. Щоб параметризувати геометрію цієї поверхні приймемо, що вона може бути утворена безперервним рухом твірного кола уздовж осі свердловини. У диференціальній геометрії такі поверхні називаються каналовими.

Оскільки в деформованому стані осьова лінія L БК продовжує лежати на каналовій поверхні Σ радіуса a , що дорівнює величині міжтрубного зазору, геометрія лінії L виявляється залежною від геометрії поверхні Σ , тому спочатку параметризуємо цю поверхню. Введемо нерухому систему координат $OXYZ$ і визначимо поверхню Σ за допомогою параметра u , який задає лінію T центрів твірних кіл радіусу a :

$$X_T = X_T(u), \quad Y_T = Y_T(u), \quad Z_T = Z_T(u), \quad (3.1)$$

і параметра v , що визначає положення точки на твірному колі (рис. 3.1). У загальному випадку лінія T може бути як просторовою, так і плоскою. Для простоти уявлення приймемо, що вона лежить в площині $X_T(u) = 0$ тоді рівняння поверхні Σ може бути представлено у вигляді (рис. 3.1):

$$\begin{aligned} X(u, v) &= a \sin v, \\ Y(u, v) &= Y_T(u) - a \cos v \sin[\varphi(u)], \\ Z(u, v) &= Z_T(u) + a \cos v \cos[\varphi(u)]. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Тут $X_T(u) = 0$, $Y_T(u) = -R \cos u$, $Z_T(u) = R \sin u$ – координати осьової лінії каналової (тороїдальної) поверхні Σ ; R – радіус осьової лінії каналу; a –

радіус твірного кола тору; $\varphi = \arctg(\partial Y_T / \partial Z_T)$ – кут нахилу твірного кола.
(рис.3.1).

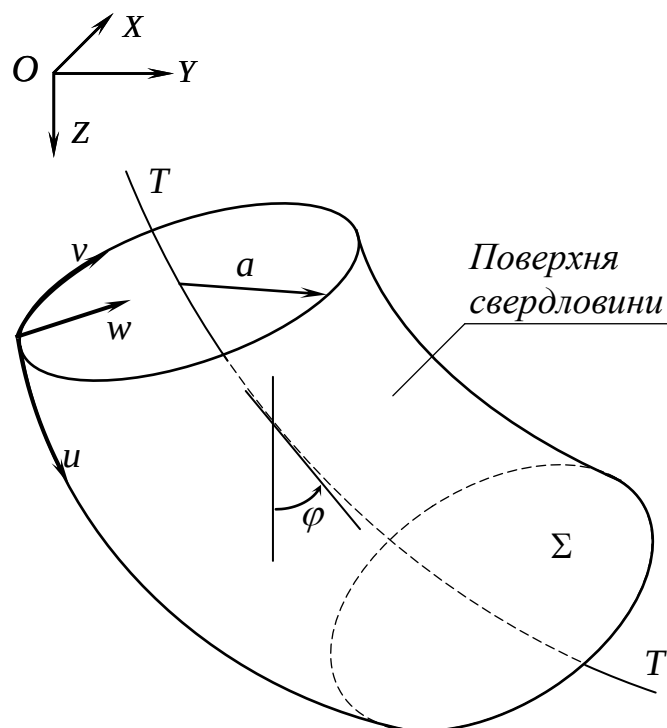


Рисунок 3.1 – Схема каналової поверхні, що обмежує переміщення осьової лінії БК в криволінійній свердловині

У цьому випадку лінії $u = const$ і $v = const$ утворюють систему криволінійних координат на каналовій поверхні Σ . При цьому лінії являють собою кола радіуса a , а лінія $v = 0$ лежить на дні каналу.

У початковому (недеформованому) стані положення кривої L визначається рівністю

$$v(s) = 0, \quad (3.3)$$

де s – натуральний параметр, що дорівнює довжині відрізка лінії L від деякої початкової точки до даної.

В деформованому стані положення кривої L на поверхні Σ задається рівностями (рис. 3.2):

$$u = u(s), \quad v = v(s).$$

Далі ці змінні будуть використані для визначення деформування БК. Характерно, що їх число, дорівнює двом, хоча дана проблема є тривимірною. Поняття розмірності задачі стало можливим завдяки неявному обліку обмежень (3.2) і використання змінних $u(s)$ і $v(s)$ в якості узагальнених координат.

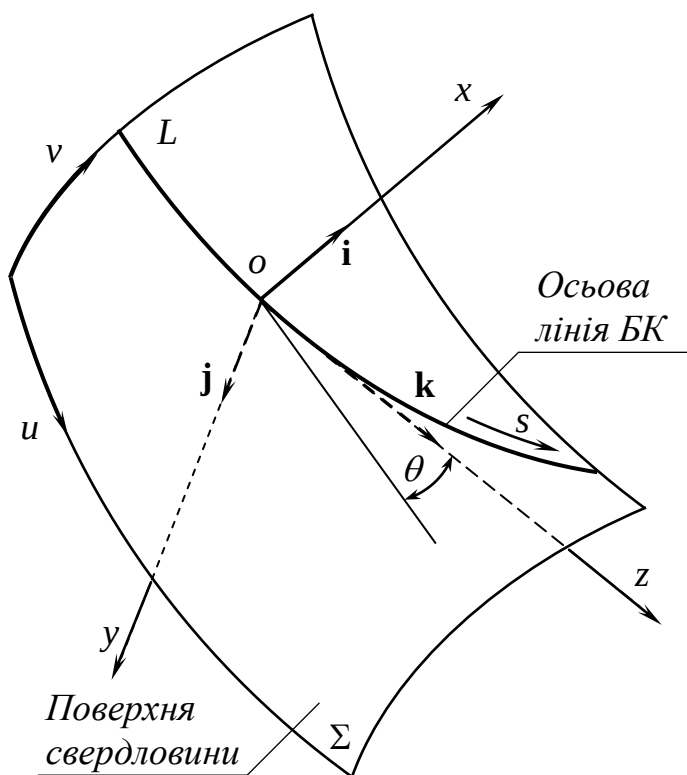


Рисунок 3.2 – Схема системи координат охуз осьової лінії L , що рухається вздовж бурильної колони

При вивченні пружного згинання вільного стрижня, який не піддається дії обмежуючих в'язей, зазвичай використовується рухома система відліку пов'язана з осьовою лінією. Як правило, це рухомий тригранник Френе з

ортами нормалі $\mathbf{n}$, бінормалі $\mathbf{b}$ та дотичної $\mathbf{t}$. При її русі вздовж осьової лінії з одиничною швидкістю цей тригранник повертається з кутовою швидкістю

$$\boldsymbol{\omega}_\Sigma = k_n \mathbf{n} + k_t \mathbf{t} \quad (3.4)$$

який називається вектор Дарбу. Тут як завжди k_n – нормальна кривизна кривої, k_t – її кручення. В даному випадку БК не є вільною, оскільки осьова лінія L лежить і ковзає по поверхні Σ . Тому геометрія кривої L визначається внутрішньою і зовнішньою геометрією Σ , які відомі та не змінюються з трансформацією кривої L . З цієї причини більш зручним виявляється ввести додатковий тригранник $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$, що рухається вздовж кривої L по поверхні Σ (рис. 3.2). Її орт $\mathbf{i}$ перпендикулярний до обмежуючої поверхні Σ , а вектор $\mathbf{k}$ дотичний до кривої L . Зв'яжемо осі ox , oy , oz з відповідними ортами цього тригранника. Цей прийом дозволяє розділити змінні і спростити проблему, яка розглядається, тоді можна використовувати узагальнений вектор Дарбу $\boldsymbol{\omega}$ в формі

$$\boldsymbol{\omega} = k_x \mathbf{i} + k_y \mathbf{j} + k_z \mathbf{k}. \quad (3.5)$$

Тут k_x – кривизна кривої L на площині oyz , k_y її кривизна на площині xoz , і k_z – кручення кривої, що обумовлене рухом тригранника уздовж кривої. Завдяки тому, що крива L лежить на поверхні Σ , всі ці геометричні величини можуть бути виражені в термінах параметрів цієї поверхні. Так кривизна k_x визначається як геодезична кривизна k^{geod} кривої L , в то час як кривизна k_y є нормальною кривизною k^{norm} поверхні Σ , що обчислена вздовж дотичної кривої L [29]. Ці змінні обчислюється через параметри a_{ij} і b_{ij} першої та другої квадратичних форм

$$\begin{aligned}\Phi_1(u, v) &= a_{11}(u, v)du^2 + 2a_{12}(u, v)dudv + a_{22}(u, v)dv^2, \\ \Phi_2(u, v) &= b_{11}(u, v)du^2 + 2b_{12}(u, v)dudv + b_{22}(u, v)dv^2\end{aligned}\quad (3.6)$$

У загальному випадку, коли поверхня Σ задана в довільній формі, функції k_x , k_y , k_z описуються складними функціями проте, якщо поверхня є каналовою то координатні лінії $u = const$ і $v = const$ ортогональні та мають місце рівності $a_{12}(u, v) = 0$, $b_{12}(u, v) = 0$. Тоді вираз для геодезичної кривизни спрощується і приймає форму [29]

$$k_x = k^{geod} = \sqrt{a_{11}a_{22}} \left[a_{11}(u')^2 + a_{22}(v')^2 \right]^{-3/2} (u''v' - v''u' + Av' - Bu'). \quad (3.7)$$

тут множники A і B виражаються через символи Крістофеля Γ_{jj}^i за допомогою формул:

$$A = \Gamma_{11}^1 (u')^2 + \Gamma_{22}^1 (v')^2, \quad B = \Gamma_{11}^2 (u')^2 + \Gamma_{22}^2 (v')^2.$$

Нормальна кривизна k_y виражається через головні кривизни k_1 і k_2 поверхні Σ за допомогою теореми Ейлера [29],

$$k_y = k^{norm} = k_1 \cos^2 \theta + k_2 \sin^2 \theta, \quad (3.8)$$

де θ – кут між напрямками кривої L і координатною лінією u (рис. 3.2)

Величина k_z – визначається обертанням системи $oxuz$ навколо вектора $\mathbf{k}$ при русі вздовж лінії L , вона обчислюються за допомогою формули:

$$k_z = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \Delta \psi / \Delta s.$$

3.3 Нелінійні рівняння згинання бурильної колони в каналі свердловини з коловою осьюовою лінією (безфрикційна модель)

Як і при аналізі випинання бурильної колони в прямолінійній похилій свердловині (див. р. 2) моделювання випинання БК в свердловині з коловою осьюовою лінією будемо проводити в припущенні, що довжина БК і радіус кривизни її осьюової лінії на багато перевищують розміри поперечного перерізу бурильної колони. Тоді можна вважати, що довжина БК не змінюється при її згинанні, а деформації є пружними. Завдяки цьому, для їх опису можна застосувати теорію гнучких криволінійних стрижнів.

Нехай як і в розділі 2 бурильна колона підвішена за верхній кінець і до її нижнього кінця прикладена осьюова сила $F_z(S)$ і крутний момент $M_z(S)$. Крім того на кожний її елемент діють розподілені сили тяжіння ($f^{тяж}(s)$), сила контактної взаємодії ($f^{конт}(s)$) і сила тертя ($f^{тер}(s)$). Геометрія осьюової лінії свердловини і величина міжтрубного зазору a задані, БК не обертається, вплив потоків промивної рідини не враховується. Необхідно визначити критичні значення силових факторів $F_z(S)$ і $M_z(S)$, а також побудувати форму випинання БК. Аналіз цього процесу виконується в чотири етапи.

На першому етапі виводяться нелінійні рівняння пружної рівноваги бурильної колони.

На другому етапі будуються рівняння рівноваги БК лінеаризовані в околі початкового стану.

На третьому етапі будується функція внутрішніх зусиль $F_z(s)$, виражена через зовнішні розподілені сили тяжіння $f^{тяж}(s)$ і стискаючу силу на нижньому кінці $F_z(S)$.

На четвертому етапі розв'язується крайова задача на власні значення для побудованої лінеаризованої системи, обчислюються критичні навантаження, і будується форма випинання.

Щоб вивести розв'язувальні рівняння деформування БК в свердловині з коловою траєкторією, як і в розділі 2, розглянемо рівновагу елемента БК під дією головних векторів $\mathbf{F}(s)$, $\mathbf{M}(s)$ внутрішніх сил, внутрішніх моментів і головного вектора $\mathbf{f}(s)$ зовнішніх розподілених сил тяжіння і контактної взаємодії. Так як рівняння рівноваги (2.28) виведені для стержня з довільною геометрією, вони справедливі і в даному випадку. При цьому знову стають очевидними переваги прийнятого підходу, коли ці рівняння записуються в системі осей охуз обраного рухомого трієдра. Тут знову шукані змінні розділяються, а сила контактної взаємодії може бути тимчасово виключена з розгляду.

Тоді компонента $F_x(s)$ внутрішньої сили $\mathbf{F}(x)$ може бути представлена у формі

$$F_x = -EI k'_y - EI k_x k_z + M_z k_x. \quad (3.9)$$

І системи (2.29), (2.30) зведені до вигляду

$$\begin{aligned} \frac{dF_y}{ds} &= EI k_x k_z^2 - M_z k_x k_z + EI k'_y k_z + F_z k_x - f_y^{тяж}, \\ \frac{dF_z}{ds} &= EI k_x k'_x - EI k_y k'_y - f_z^{тяж}, \\ \frac{dk_x}{ds} &= -\frac{M_z}{EI} k_y + k_y k_z + \frac{1}{EI} F_y. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Ця система справедлива для каналової поверхні загального виду, однак при розгляді конкретного виду свердловини величинам k_x , k_y , k_z повинна бути надана конкретна форма, оскільки виведення формул для цих величин в

загальному випадку пов'язане зі значними труднощами. В порівняно доступній формі ці величини можуть бути побудовані для свердловини з коловим обрисом осьової лінії. Відзначимо, що хоча в практиці буріння свердловин, обриси яких повністю є коловими, навряд чи зустрічаються, проте, розглянута проблема має практичний інтерес, так досить часто колову форму мають ділянки криволінійних свердловин. Крім того на прикладі поставлених задач для колових свердловин встановлюються деякі загальні закономірності випинання криволінійних бурильних колон.

Отже, нехай осьова лінія T свердловини являє собою коло радіуса R . Тоді поверхня Σ є торовою і її рівняння (3.2) набувають вигляду

$$X = a \sin v, \quad Y = R(1 - \cos u), \quad Z = R \sin u + a \sin u \cos v. \quad (3.11)$$

На їх основі за допомогою рівностей

$$\begin{aligned} a_{11} &= \left(\frac{\partial X}{\partial u} \right)^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial u} \right)^2 + \left(\frac{\partial Z}{\partial u} \right)^2, \\ a_{12} &= \frac{\partial X}{\partial u} \cdot \frac{\partial X}{\partial v} + \frac{\partial Y}{\partial u} \cdot \frac{\partial Y}{\partial v} + \frac{\partial Z}{\partial u} \cdot \frac{\partial Z}{\partial v}, \\ a_{22} &= \left(\frac{\partial X}{\partial v} \right)^2 + \left(\frac{\partial Y}{\partial v} \right)^2 + \left(\frac{\partial Z}{\partial v} \right)^2 \end{aligned} \quad (3.12)$$

обчислюються параметри a_{ij} першої квадратичної форми $\Phi_1(u, v)$ (3.6), вони дорівнюють

$$a_{11} = (R + a \cos v)^2, \quad a_{12} = 0, \quad a_{22} = a^2. \quad (3.13)$$

Головні кривизни k_1, k_2 поверхні Σ визначаються через величини (3.12) і параметри b_{ij} другої квадратичної форми $\Phi_2(u, v)$ (3.6). Тут $b_{12} = 0$, а величини b_{11}, b_{22} знаходяться за формулами

$$b_{11} = \frac{1}{\sqrt{a_{11}a_{22}}} \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 X}{\partial u^2} & \frac{\partial^2 Y}{\partial u^2} & \frac{\partial^2 Z}{\partial u^2} \\ \frac{\partial X}{\partial u} & \frac{\partial Y}{\partial u} & \frac{\partial Z}{\partial u} \\ \frac{\partial X}{\partial v} & \frac{\partial Y}{\partial v} & \frac{\partial Z}{\partial v} \end{vmatrix}, \quad b_{22} = \frac{1}{\sqrt{a_{11}a_{22}}} \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 X}{\partial v^2} & \frac{\partial^2 Y}{\partial v^2} & \frac{\partial^2 Z}{\partial v^2} \\ \frac{\partial X}{\partial u} & \frac{\partial Y}{\partial u} & \frac{\partial Z}{\partial u} \\ \frac{\partial X}{\partial v} & \frac{\partial Y}{\partial v} & \frac{\partial Z}{\partial v} \end{vmatrix} \quad (3.14)$$

Підставляючи (3.11), (3.12), отримаємо

$$b_{11} = \cos v (R + a \cos v), \quad b_{12} = 0, \quad b_{22} = a$$

Звідси випливає, що для поверхні Σ головні кривизни дорівнюють

$$k_1 = \frac{\cos v}{R + a \cos v}, \quad k_2 = \frac{1}{a}. \quad (3.15)$$

В цьому випадку геодезична кривизна (3.7) обчислюється за формулою

$$k_x = k^{\text{geod}} = - \frac{a(R + a \cos v)}{\left[(R + a \cos v)^2 (u')^2 + a^2 (v')^2 \right]^{3/2}} \times \\ \times \left\{ u'' v' - v'' u' - \sin v \left[\frac{2a u' (v')^2}{R + a \cos v} + \frac{(R + a \cos v) (u')^3}{a} \right] \right\}. \quad (3.16)$$

а нормальна кривизна $k_y = k^{\text{норм}}$, обумовлена рівністю (3.82), набуває вигляду

$$k_y = k^{\text{норм}} = \cos v (R + a \cos v)^3 (u')^2 + a^3 (v')^2. \quad (3.17)$$

Присутні в рівностях (3.16), (3.17) шукані змінні u' , v' не є незалежними і можуть бути виражені один через одного за допомогою співвідношення

$$a_{11}(du)^2 + a_{22}(dv)^2 = (ds)^2.$$

Тоді з урахуванням (3.13) отримаємо

$$du/ds = u' = \pm \frac{\sqrt{1 - a^2(v')^2}}{R + a \cos v}. \quad (3.18)$$

Для обчислення компонент $f_x^{тяж}$, $f_y^{тяж}$, $f_z^{тяж}$ розподіленої сили тяжіння $\mathbf{f}^{тяж}$, спроектуємо цей вектор на відповідні осі:

$$\begin{aligned} f_x^{тяж} &= -f^{тяж} \sin u \cos v, \\ f_y^{тяж} &= f^{тяж} (\sin u \sin v \cos \theta + \cos u \sin \theta), \\ f_z^{тяж} &= f^{тяж} (-\sin u \sin v \sin \theta + \cos u \cos \theta). \end{aligned} \quad (3.19)$$

Тут $f^{тяж}$ - погонна сила тяжіння, знайдена з урахуванням сили, що виштовхує промивну рідину; $\sin \theta = av'$, $\cos \theta = (R + a \cos v)u'$

В результаті, використовуючи співвідношення (3.10), (3.16) – (3.19), можна побудувати систему розв'язувальних рівнянь відносно $F_y(s)$, $F_z(s)$, $k_x(s)$, $v(s)$, і $u(s)$. Представимо її у вигляді системи рівнянь першого порядку

$$\begin{cases}
\frac{dF_z}{ds} = EI k_x k_z^2 - M_z k_x k_z + EI k_y' k_z + k_x F_z - f^{мряж}(\sin u \sin v \cos \theta + \cos u \sin \theta), \\
\frac{dF_z}{ds} = EI k_x k_x' - EI k_y k_y' - f^{мряж}(-\sin u \sin v \sin \theta + \cos u \sin \theta), \\
\frac{dk_x}{ds} = -\frac{M_z}{EI} k_y + k_y k_z + \frac{1}{EI} F_y, \\
\frac{dv}{ds} = v', \\
\frac{d(v')}{ds} = k_x \frac{[(R + a \cos v)^2 (u')^2 + a^2 (v')^2]^{3/2}}{a(R + a \cos v) u'} - \\
- \sin v \left[\frac{2a(v')^2}{R + a \cos v} + \frac{(R + a \cos v)(u')^2}{a} \right] + \frac{u'' v'}{u'}, \\
\frac{du}{ds} = \frac{\sqrt{1 - a^2 (v')^2}}{(R + a \cos v)}.
\end{cases} \quad (3.20)$$

На перший погляд здається, що загальний порядок системи дорівнює шести, і він перевищує порядок рівняння плоского згинання балки, що дорівнює чотирьом. Однак необхідно відзначити, що друге рівняння цієї системи використовується для визначення осьової сили $F_z(s)$, яка в прямолінійних стержнях вважається заданою, а змінна $u'(s)$ в п'яти перших рівняннях може бути виражена через праву частину шостого рівняння. Якщо виключити ці дві змінні, то порядок системи (3.20) може бути зведений до чотирьох, як і в теорії плоского випинання прямолінійних стрижнів.

Побудована система є однорідною. Вона може бути використана для нелінійного аналізу згинання БК в коловій свердловині під дією осьових сил і крутних моментів без урахування сил тертя. Стани, в яких лінеаризований оператор цієї системи вироджується, є біфуркаційними. У цих випадках власні значення і власні форми лінеаризованої системи визначають критичні навантаження і форми випинання. Тому для аналізу явища втрати стійкості рівноваги і випинання бурильної колони, що лежить на дні каналу свердловини, необхідно рівняння (3.20) лінеаризувати в околі цього стану.

Розглянемо задачу про випинання БК, що лежить на дні увігнутої ділянки колової свердловини (тобто на зовнішньому екваторі $v=0$ тороїдальної поверхні Σ (3.2)). В цьому стані $u = u_0 + \frac{1}{R+a}s$, $u' = \frac{1}{R+a}$, $u'' = 0$, $v = 0$, $v' = 0$, $v'' = 0$, $k_x = 0$, $k_y = \frac{1}{R+a}$, $k_z = 0$ і після лінеаризації рівняння (3.20) приймають форму

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{ds} \delta F_y = F_z \delta k_x - f^{тяж} \sin\left(u_0 + \frac{s}{R+a}\right) \delta v + f^{тяж} a \cos\left(u_0 + \frac{s}{R+a}\right) \delta v', \\ \frac{d}{ds} \delta F_z = f^{тяж} \sin\left(u_0 + \frac{s}{R+a}\right) \delta u, \\ \frac{d}{ds} \delta v = \delta(v'), \\ \frac{d}{ds} \delta(v') = -\frac{1}{a(R+a)} \delta v + \frac{1}{a} \delta k_x, \\ \frac{d}{ds} (\delta u) = 0. \end{array} \right. \quad (3.21)$$

Як впливає з шостого рівняння цієї системи, $\delta u(s) = const$. Тоді, виходячи з граничної умови $\delta u(0) = 0$, можна отримати $\delta u(s) = 0$. В результаті друге рівняння системи зводиться до вигляду $d\delta F_z / ds = 0$ і також маємо $\delta F_z(s) = 0$. В останніх чотирьох рівняннях функція $F_z(s)$ є невідомою. Вона обчислюється за допомогою другого рівняння системи (3.20), яке в околі стану $u(s) = 0$ набуває вигляду

$$\frac{dF_z}{ds} = -f_z^{тяж} = -f^{тяж} \cos\left(u_0 + \frac{s}{R+a}\right). \quad (3.22)$$

Воно має розв'язок

$$F_z(s) = -f^{тяж}(R+a)\sin\left(u_0 + \frac{s}{R+a}\right) + C \quad (3.23)$$

в якому константа C знаходиться з початкових умов. Її зручно вироджувати через відоме значення стискаючої сили $F_z(S)$ на нижньому кінці колони.

Інші чотири рівняння першого порядку в системі (3.21) зводяться до одного звичайного однорідного диференціального рівняння четвертого порядку

$$\begin{aligned} \delta v^{IV} + \left[\frac{1}{a(R+a)} - \frac{F_z}{EI} \right] \delta v'' - \frac{f^{тяж}}{EI} \cos\left(u_0 + \frac{s}{R+a}\right) \delta v' + \\ + \left[\frac{f^{тяж}}{aEI} \sin\left(u_0 + \frac{s}{R+a}\right) - \frac{F_z}{aEI(R+a)} \right] \delta v = 0. \end{aligned} \quad (3.24)$$

Це рівняння має нетривіальний розв'язок при значенні $F_z(s)$ в його коефіцієнтах, що обертає його в виродження. При цьому стан, що відповідає даному вигляду $F_z(s)$, є критичним. Тоді $F_z(s)$ є власною функцією рівняння (3.24), а його нетривіальний розв'язок $\delta v(s)$ – власною формою, що являє собою форму біфуркаційного випинання. Можна бачити, що завдяки застосуванню запропонованого підходу, пов'язаного з введенням нового рухомого триєдра $охуз$, вдалося проблему тривимірного деформування колони в криволінійному каналі звести до проблеми, аналогічній проблемі ейлерового плоского випинання прямолінійного стержня.

Важливою властивістю рівняння (3.24) є відсутність в його коефіцієнтах крутного моменту $M_z(s)$. Це означає, що на початковій стадії випинання БК момент $M_z(s)$ не впливає на процес випинання (як і для випадку втрати стійкості БК в похилій прямолінійній свердловині, що розглянута в розділі 2). Хоча далі, в закритичному стані, його вплив стає помітним. Як свідчить структура рівнянь (3.20), вплив моменту $M_z(s)$ на

біфуркаційний процес істотний також, якщо осьова лінія свердловини тривимірна.

3.4 Результати моделювання випинання бурильної колони в коловій свердловині (безфрикційна модель)

Очевидно, що дослідження розв'язків рівнянь (3.24) не може бути виконано аналітичними методами. Нижче наведені результати його чисельного моделювання. Воно було проведене методом скінченних різниць. Функція $F_z^{kp}(s)$ внутрішньої осової сили формувалася в результаті спільної дії осової стискаючої сили $F_z^{kp}(S)$ на нижньому кінці $s=S$ бурильної колони і розподіленої сили тяжіння $\mathbf{f}^{тяж}(s)$. Задача розв'язувалася перебором величин $F_z(S)$ методом половинного ділення. Розглянуто випадки, коли БК лежить на опуклому і увігнутому сегментах каналу свердловини (на зовнішньому і внутрішньому екваторах торів поверхні Σ). БК шарнірно закріплена на обох кінцях. Дослідження впливу довжини S бурильної колони, радіуса R , величини міжтрубного зазору a і положення БК в каналі на критичні стани і форми випинання було проведено при наступних значеннях характерних параметрів: $E = 2,1 \cdot 10^{11}$ Па, $\rho_{cm} = 7,8 \cdot 10^3$ кг/м³, $\rho_{pid} = 1,3 \cdot 10^3$ кг/м³, $d_1 = 0,1683$ м, $d_2 = 0,1483$ м.

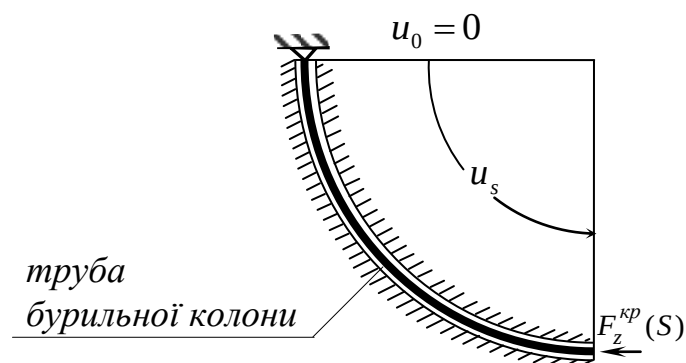


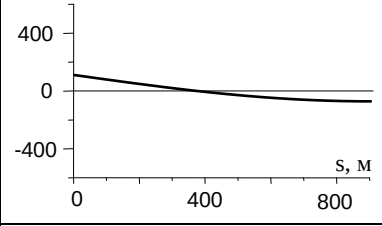
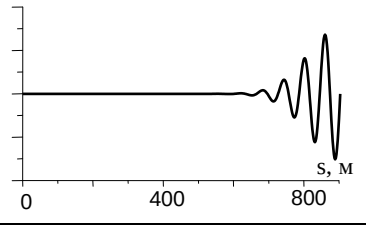
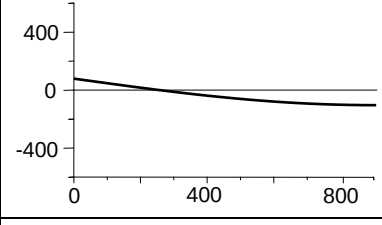
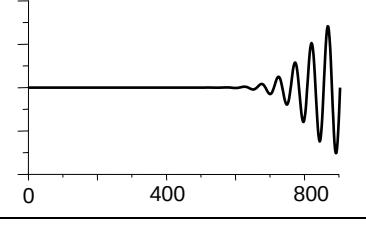
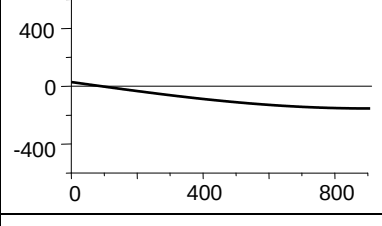
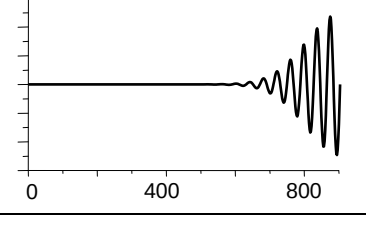
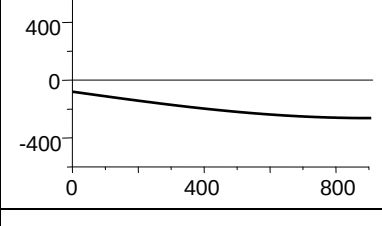
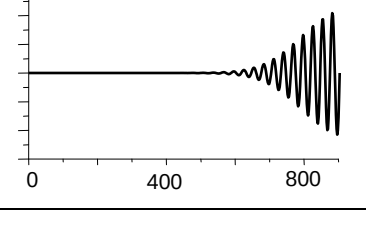
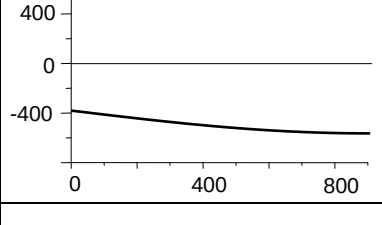
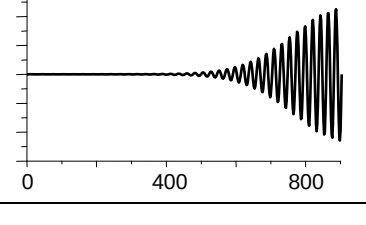
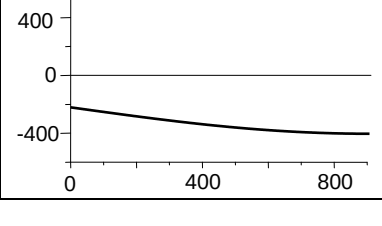
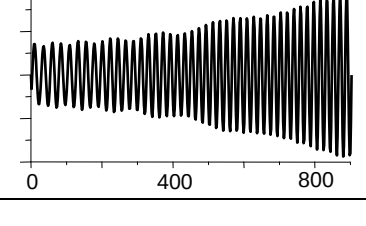
Рисунок 3.3 – Схема положення бурильної колони всередині тороїдального каналу

Спочатку було розглянуто випадок, представлений на рис.3.3, коли БК лежала на увігнутій ділянці колової свердловини, а на нижньому кінці дотична до її осі була паралельна горизонталі.

Початкове значення змінної u_0 на верхньому кінці БК склало $u_0 = 0$, а кут охоплення дуги кола свердловини дорівнює $u(S) = \pi / 2$ (90°). Обчислення були проведені при значеннях міжтрубного зазору $a = 1, 0,5, 0,25, 0,1, 0,05$, і $0,03$ м, тоді як радіус R осьової лінії свердловини був фіксований і склав $R = 573$ м. Відзначимо, що хоча перші два значення величини a далекі від реальних, вони також включені в аналіз, щоб простежити за тенденцією еволюції критичних значень навантаження зі зміною величини міжтрубного зазору. При розрахунках відрізок $0 \leq s \leq S$ був розбитий на 500 кінцево-різницевих ділянок.

Результати чисельного аналізу показали, що якщо довжина БК порівняно мала ($S < 20$ м), а міжтрубний зазор a відносно величин ($a > 0,25$ м), то БК втрачає стійкість як прямолінійний стержень з напівсинусоїдальною формою випинання і ейлеровою критичною силою $F_z^{kp}(S) \approx P_{Eйл}^{kp} = \pi^2 EI / S^2$. Так, $F_z^{kp} = -327,4$ кН для випадку $S = 10$ м і $a = 1$ м в той же час як $P_{Eйл}^{kp} = -324,1$ кН. Цей факт в певній мірі може бути свідченням адекватності розрахункової моделі і точності результатів. Збільшення довжини колони і зменшення міжтрубного зазору призводять до перевищення величини ейлерової сили $P_{Eйл}^{kp}$ величиною $F_z^{kp}(S)$ і суттєвого ускладнення біфуркаційної форми, яка набуває вигляду крайового ефекту (рис. 3.4). У таблиці 3.1 показані результати моделювання для свердловини довжиною в чверть довжини кола ($u_0 = 0$, $u_s = \pi / 2$). Ці дані включають значення критичної осьової сили $F_z^{kp}(s)$ на нижньому кінці, обрис функції $F_z(S)$ і форму випинання $\partial v(s)$.

Таблиця 3.1 – Критичні сили $F_z^{kp}(S)$ і форми випинання $v(s)$ для випадку $S=900$ м. $u_0 = 0^\circ$, $u_s = 90^\circ$ $u_0 + u_s = 90^\circ$, $P^{kp} = 0,040 \cdot 10^3$ Н.

№	a , м	Критична сила $F_z^{kp}(S)$ на кінці $s = S$, кН	Функція осьової сили $F_z(s)$, кН	Форма $v(s)$ втрати стійкості
1	1	-72,14		
2	0,5	-104,5		
3	0,25	-153,7		
4	0,1	-262,7		
5	0,05	-404,3		
6	0,03	-564,5		

Вони вказують на те, що критичні значення $F_z^{kp}(S)$ порівняно малі, коли $a \geq 0,25$ м і верхній кінець колони розтягнутий. Тому випинання БК переважає в нижній, стислій зоні і відбувається за формою крайового ефекту, типового для сингулярно збурених систем. Однак зі зменшенням величини a критична сила $F_z^{kp}(S)$ збільшується і зона стиснення БК починає перевищувати її розтягування силами тяжіння (див. графіки $F_z(s)$ в таблиці).

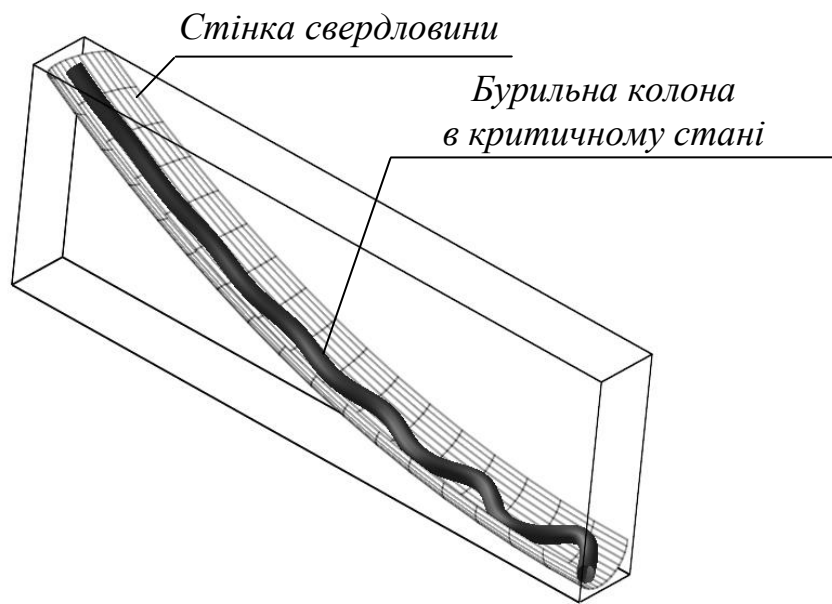


Рисунок 3.4 – Форма втрати стійкості бурильної колони в нижній зоні криволінійної свердловини

При цьому зона крайового ефекту розширюється, а крок його синусоїдальної гармоніки зменшується і при $a = 0,03$ м зона крайового ефекту поширюється на всю довжину колони.

Цікавим є випадок, коли арка колового каналу свердловини розташована симетрично відносно вертикалі (рис. 3.5). Обчислення виконані для $R = 1145$ м і $u_s = \pi/2$ (90°), $2\pi/3$ (120°), $5\pi/6$ (150°), і π (180°). Результати розрахунків для $u_s = \pi/2$ (90°) представлені в табл. 3.2 вона містить додаткову колонку значень осьової сили $F_z^{kp}(S/2)$ в середньому перерізі $s = S/2$, що визначає максимальне значення цієї сили. Встановлено, що при інших рівних умовах ця сила не залежить від кута охоплення арки осьової

лінії u_s , оскільки випинання відбувається у вигляді гармонійного вейвлету, локалізованого в центральній зоні арки. Цікаво відзначити також, що напівкрок синусоїдального вейвлету зменшується від 27,2 м до 10 м зі збільшенням міжтрубного зазору від $a = 1$ м до $a = 0,03$ м. Тривимірна форма цього вейвлету показана на рис. 3.6. В цьому випадку сингулярне збурення проявляється в центральній зоні колони. При цьому критичні значення сили $F_z^{kp}(S/2)$ і форма випинання не залежить від граничних умов на кінцях БК.

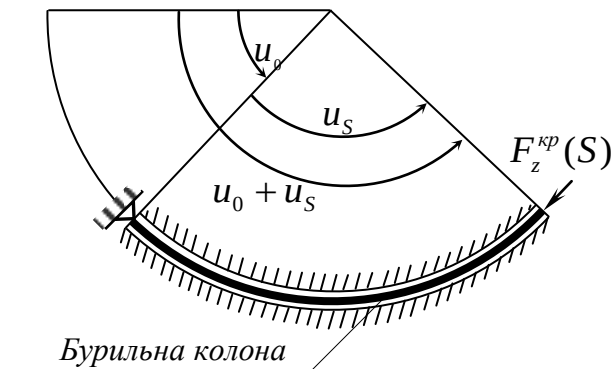


Рисунок 3.5 – Схема симетричного положення бурильної колони на зовнішньому екваторі тороїдальної свердловини

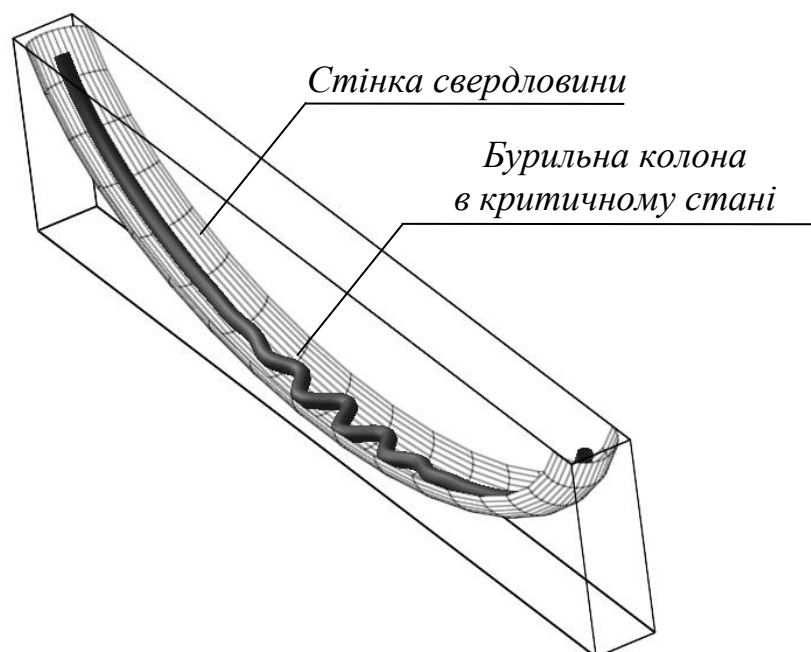
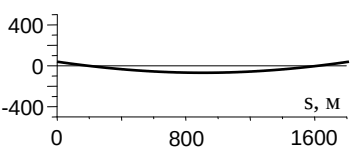
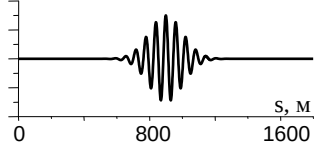
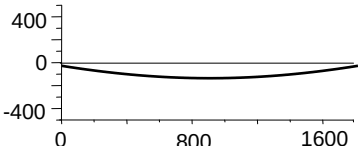
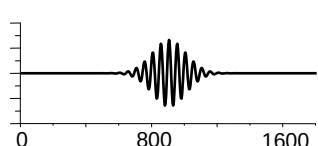
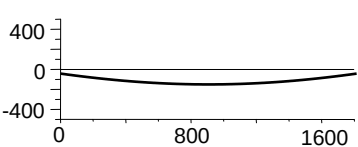
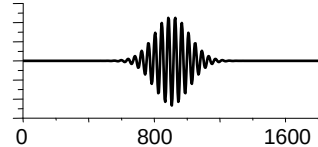
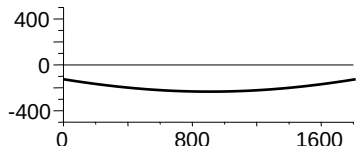
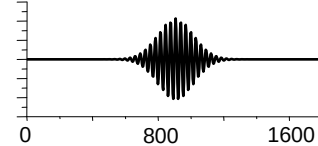
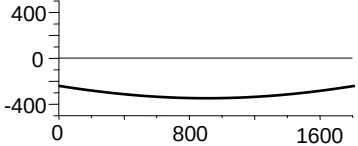
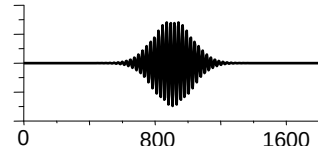
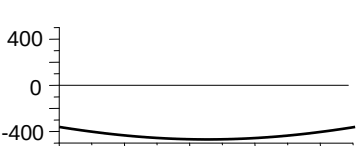


Рисунок 3.6 – Форма втрати стійкості бурильної колони в центральній зоні криволінійної свердловини

Таблиця 3.2 – Критичні сили $F_z^{kp}(S)$ і форми випинання $v(s)$ для випадку $S=1800$ м, $u_0 = 45^\circ$, $u_s = 90^\circ$, $u_0 + u_s = 135^\circ$, $P^{kp} = 0,010 \cdot 10^3$ Н

№	a , м	Критична сила $F_z^{kp}(S)$ на кінці $s = S$, кН	Екстремум осьової сили $F_z^{екс}(S/2)$ кН	Функція осьової сили $F_z(s)$, кН	Форма втрати стійкості $v(s)$
1	1	37,7	-68,73		
2	0,5	8,120	-98,31		
3	0,25	-35,4	-141,8		
4	0,1	-127,5	-233,9		
5	0,05	-240,7	-347,1		
6	0,03	-362	-469,1		

Якщо БК лежить на опуклій частині траєкторії свердловини (рис.3.7), вона стикається з внутрішнім екватором каналного тора. Тоді в розв'язувальних рівняннях (3.20) потрібно покласти $v = \pi$. В цьому випадку процес випинання набуває інший характер. Розглянуто випадки, коли на нижньому кінці дотична до осьової лінії вертикальна ($u_0 + u_s = 2\pi$), а кут

охоплення дуги колової арки становить $1^\circ, 2^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 40^\circ, 60^\circ, \text{ з } 90^\circ$. Радіус осьової лінії свердловини дорівнює $R = 285 \text{ м}$.

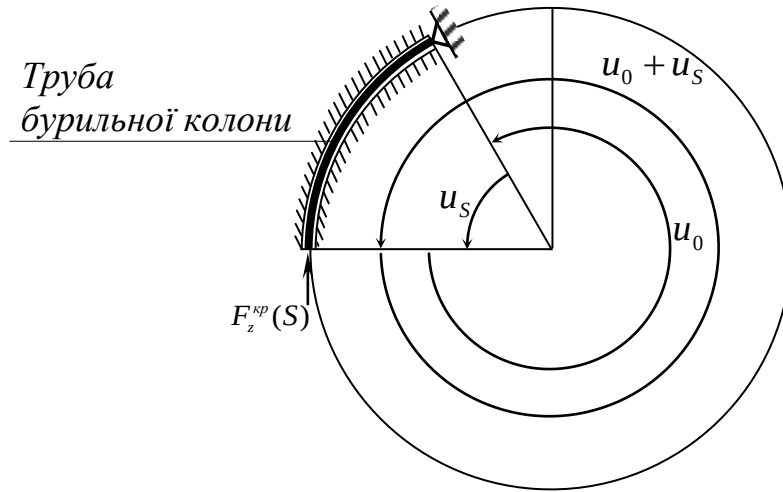
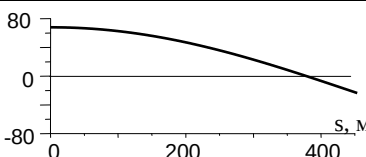
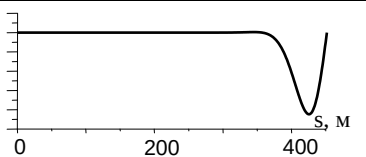
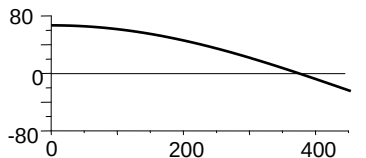
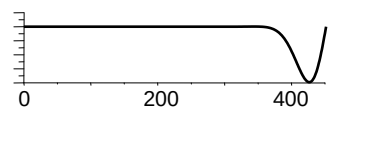
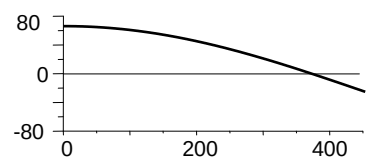
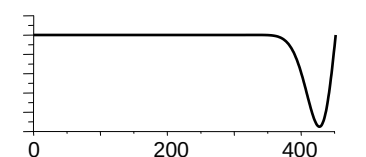
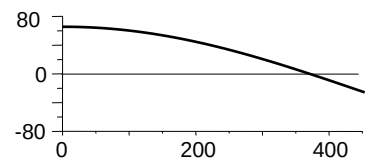
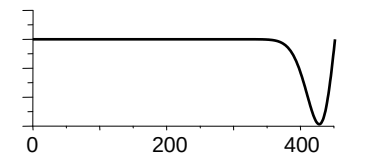
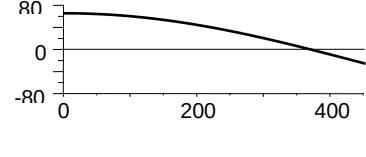
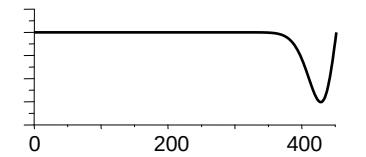
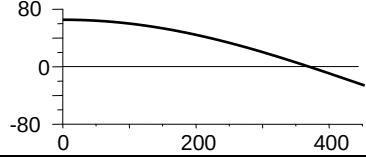
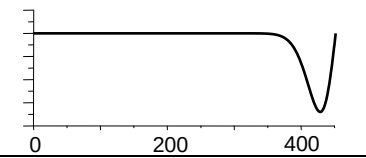


Рисунок 3.7 – Схема асиметричного положення бурильної колони на внутрішньому екваторі тороїдальної свердловини

Особлива властивість конструктивної поведінки цих БК полягає в тому, що якщо її довжина не перевищує 10 м, то при втраті стійкості реалізується ейлерова форма втрати стійкості і досягається ейлерове значення критичного навантаження $F_z^{kp}(S) = \pi^2 EI / S^2$. Але якщо $u_s = \pi / 2 (90^\circ)$ то проблема стає сингулярно збуреною і випинання відбувається в околі нижнього кінця. Більш того критичне значення навантаження $F_z^{kp}(S)$ і форма випинання не залежать від довжини S і лише трохи змінюються з варіюванням a . Цей факт можна пояснити тим, що на майже вертикальних ділянках сила притиснення (контактна сила) колони до стінки свердловини незначна. У таблиці 3.3 представлені результати розрахунків для випадку $u_s = \pi / 2 (90^\circ)$. Як можна бачити, функції $F_z^{kp}(s)$ майже однакова у всіх випадках і БК виявляються стиснутими в вузькій вертикальній зоні біля нижнього кінця $s = S$. У цій зоні малі контактні сили

$f_x^{\text{конт}}(s)$ і вони не притискають БК до стінки свердловини і вона випинає вільно (рис. 3.8).

Таблиця 3.3 – Критичні сили $F_z^{\text{кр}}(S)$ і форми випинання $v(s)$ для випадку $S=450$ м, $u_0 = 270^\circ$, $u_s = 90^\circ$ $u_0 + u_s = 360^\circ$, $P^{\text{cr}} = 0.160 \cdot 10^3$ Н.

№	a , м	Критична сила $F_z^{\text{кр}}(S)$ на кінці $s = S$, кН	Функція осьової сили $F_z(s)$, кН	Форма втрати стійкості $v(s)$
1	1	-22,88		
2	0.5	-23,99		
3	0,25	-24,72		
4	0,1	-25,23		
5	0,05	-25,42		
6	0,03	-25,49		

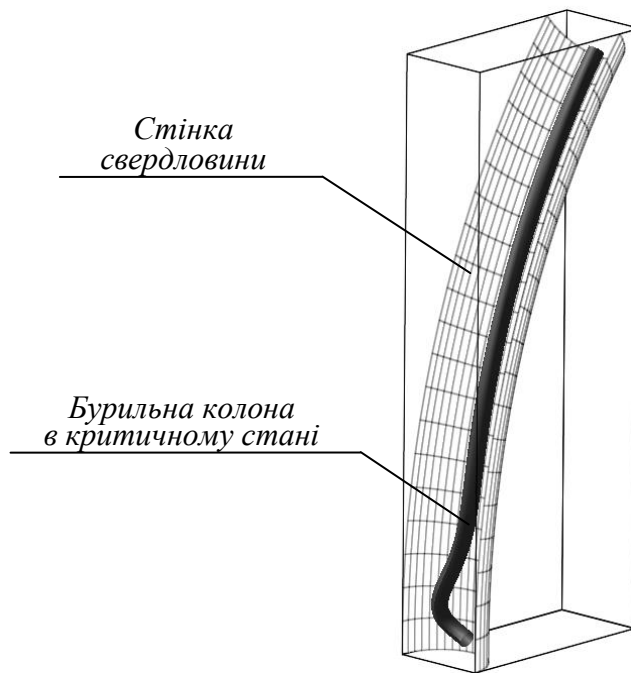


Рисунок 3.8 – Форма втрати стійкості бурильної колони в опуклому сегменті криволінійної свердловини

3.5 Фрикційна модель біфуркаційного випинання бурильної колони в коловій свердловині.

Проблема механічної нестійкості біфуркаційного випинання бурильних колон набула особливої гостроти в технології буріння протяжних свердловин, оскільки вона пов'язана з істотними теоретичними і технологічними труднощами. Сучасний досвід показує, що, як правило, жодна з глибоких свердловин не пробурюється без позаштатних ситуацій. Вони обумовлені складністю механічних явищ, які супроводжують процес буріння і відсутністю надійних методів комп'ютерного моделювання, що забезпечують можливість прогнозувати аварійні ситуації та заздалегідь їх усувати. Вже зазначалося, що проблема теоретичного моделювання випинання БК в каналі криволінійної свердловини набуває додаткових труднощів, що впливають з необхідності інтегрувати диференціальні рівняння зі змінними коефіцієнтами в діапазоні всієї довжини БК. Поряд з

цим проблема отримує ускладнення, викликані обмежуючими в'язями, що накладається поверхнею стінки свердловини, і впливом контактних сил, сил тертя і сил тяжіння, що змінюють свою орієнтацію в міру зміни кута нахилу елемента колони. Цими труднощами, як зазначає Cunha [58], пояснюється відсутність узгодженості результатів аналізу різних авторів між собою і даними експериментів, невирішеними фундаментальними моментами в цій проблемі залишаються питання яку роль в явищі втрати стійкості відіграє фактор сил тертя і як його використовувати в аналітичній або чисельній моделі.

Перш за все необхідно вказати, що кожному врівноваженому стаціонарного стану БК передують її стаціонарне осьове ковзання, пов'язане з виконанням спуско-підйомних операцій або буріння, що супроводжуються виникненням кінематичного тертя (рис. 3.9). Як правило, коефіцієнти кінематичного тертя перевищують їх величини, встановлені при статичній рівновазі. Крім того зазвичай зазначені технологічні операції відбуваються з певними кінцевими поздовжніми швидкостями, в той час як випинання БК реалізується з дуже малими поперечними швидкостями. В цьому випадку швидкості поперечного випинання (і відповідні поперечні сили тертя) в порівнянні з силами осьового руху можуть бути прийняті рівними нулю. Тоді всі сили тертя є осьовими і орієнтовані в одному напрямку (проти ходу руху). При цьому БК відчуває дію інтенсивних сил тертя, що здатні чинити несприятливий вплив на стійкість квазістатичної рівноваги. Тому в цьому стані біфуркаційне випинання БК повинно бути перевірено в першу чергу.

По-друге, завдяки зазначеним особливостям формування сил тертя, вони і всі функції загального напружено-деформованого стану БК можуть бути визначені порівняно простими обчислювальними засобами.

По-третє, з використанням цих функцій можуть бути побудовані лінеаризовані однорідні рівняння критичної рівноваги бурильної колони. Їх власні значення і власні форми визначають критичні навантаження на БК в каналі свердловини і форми біфуркаційного випинання.

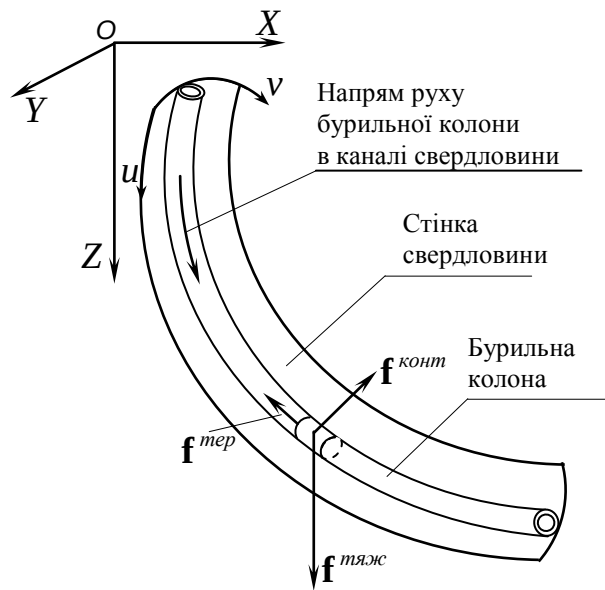


Рисунок 3.9 – Схема бурильної колони в каналі свердловини

Щоб здійснити цей підхід, необхідно в нелінійні рівняння пружного згинання (3.10) і, відповідно, (3.22) додати сили тертя

$$f_{тер} \leq \mu f_{конт}. \quad (3.22)$$

Слідуючи цим рівнянням, розрізняють статичні (між нерухомими тілами) і кінетичні (між поверхнями тіл, що ковзають один по одному) (рис.3.10).

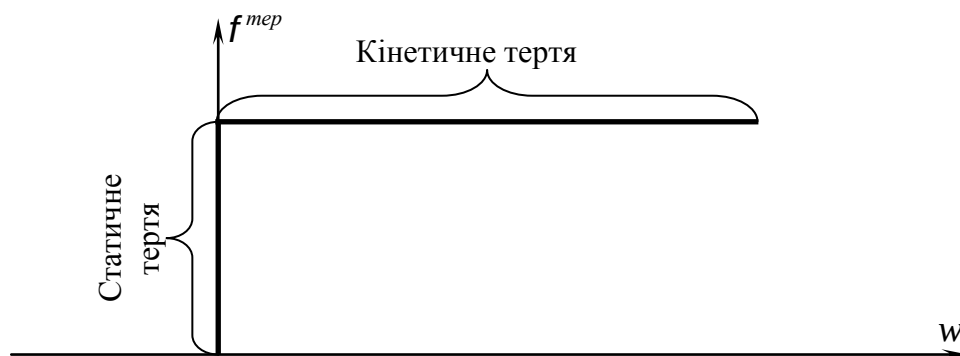


Рисунок 3.10 – Діаграма тертя Кулона

Статичний режим має місце, коли рушійна сила не може подолати опір сил зчеплення між нерухомими тілами, що мають граничне значення $f^{zp} = \mu f^{kont}$. Після досягнення граничного значення f^{zp} тіла, що контактують починають ковзати один по одному з реалізацією кінетичного тертя, яке не залежить від швидкості відносного руху і залишається рівною f^{zp} . Крім того вектор $\mathbf{f}^{тер}$ цієї сили стає колінеарним цій швидкості $\mathbf{w}$ і набуває чинності рівність

$$\mathbf{f}^{тер} = -\mu |\mathbf{f}^{kont}| \frac{\mathbf{w}}{|\mathbf{w}|} \quad (3.26)$$

Це співвідношення дає можливість досліджувати процеси випинання БК при осьовому русі. Дійсно, якщо взяти, що БК рухається уздовж своєї осі зі швидкістю w_z без випинання, то сили тертя $f_z^{тер}(s)$ спрямовані уздовж цієї швидкості в протилежну сторону і поперечна компонента цих сил дорівнює нулю. Потім, коли досягається і трохи перевищене критичне значення осьової сили $F_z^{kp}(s)$, бурильна колона починає випинати з малою поперечною швидкістю, генеруючи малу поперечну силу тертя

$$f_y^{тер}(s) = f_z^{тер}(s) \cdot w_y(s) / w_z \pi \quad (3.27)$$

що перешкоджає випинанню БК зі швидкістю w_y .

Приймемо, що сила тертя, яка виникла (3.27) призупинила процес випинання, але тоді $w_y(s) = 0$ і поперечна компонента також $f_y^{тер}(s) = 0$. В цьому випадку критичне значення осьової сили виявляється перевищеним (хоча і незначно), БК залишається нестійкою і знову починає випинати, але на цей раз вибираючи зовсім малу швидкість $w_y(s)$ в рівнянні (3.27), яка не може зупинити процес випинання. Тому, можна прийняти, що якщо БК

ковзає уздовж осьової лінії в каналі свердловини, то внутрішня осьова сила $F_z(s)$ трохи перевищує знайдену критичну осьову силу $F_z^{kp}(s)$ і впливом поперечної сили тертя $f_y^{mer}(s)$, що виникає на втрату стійкості рівноваги можна знехтувати. У зв'язку з цим можна вважати, що сила тертя $f_z^{mer}(s)$ в кожній точці осі БК колінеарна орту $\mathbf{k}$ і її значення становить $f_z^{mer} = \pm \mu |f_x^{kont}|$, де знаки "+", "-" вибираються в залежності від напрямку руху БК. Тоді в систему рівнянь (2.29), (2.30) потрібно додати рівняння рівноваги зовнішніх і внутрішніх сил

$$\begin{aligned} dF_x / ds &= -k_y F_z + k_z F_y - f_x^{тяж} - f_x^{kont}, \\ dF_y / ds &= -k_z F_x + k_x F_z - f_y^{тяж}, \\ dF_z / ds &= -k_x F_y + k_y F_x - f_z^{gr} - f_z^{mer}, \end{aligned} \quad (3.28)$$

і рівняння рівноваги внутрішніх моментів

$$\begin{aligned} dM_x / ds &= -k_y M_z + k_z M_y + F_y, \\ dM_y / ds &= -k_z M_x + k_x M_z - F_x, \\ dM_z / ds &= -k_x M_y + k_y M_x. \end{aligned} \quad (3.29)$$

При цьому інші рівняння попереднього розділу зберігають силу. Тепер в результаті введення запропонованого рухомого трієдра, що представляє аналог вектора Дарбу, стає можливим переписати друге рівняння системи (2.29) в формі

$$F_x = -EI k_y' - EI k_x k_z + M_z k_x. \quad (3.30)$$

і представити вираз контактної сили

$$f_x^{конм} = EI(k_y'' + k_x'k_z + k_xk_z') + M_zk_x' - k_yF_z + k_zF_y - f_x^{тяж} \quad (3.31)$$

В результаті система (3.28), (3.29) редукується до трьох рівнянь рівноваги

$$\begin{aligned} \frac{dF_y}{ds} &= EI k_x k_z^2 - M_z k_x k_z + EI k_y' k_z + F_z k_x - f_y^{тяж}, \\ \frac{dF_z}{ds} &= -EI k_x k_x' - EI k_y k_y' - f_z^{тяж} - f_z^{мер}, \\ \frac{dk_x}{ds} &= -\frac{M_z}{EI} k_y + k_y k_z + \frac{1}{EI} F_y. \end{aligned} \quad (3.32)$$

Вона доповнюється рівняннями поверхні та супутніми їм геометричними співвідношеннями. Наведемо рівняння поверхні тора

$$X = a \sin v, \quad Y = R(1 - \cos u), \quad Z = R \sin u + a \sin u \cos v \quad (3.33)$$

З їх застосуванням обчислюються параметри першої і другої квадратичної форми і головні кривизни

$$\begin{aligned} a_{11} &= (R + \cos v)^2, & a_{12} &= 0, & a_{22} &= a^2, \\ b_{11} &= (R + a \cos v) \cos v, & b_{12} &= 0, & b_{22} &= a, \\ k_1 &= \cos / (R + a \cos v), & k_2 &= 1 / a \end{aligned} \quad (3.34)$$

Геодезична кривизна $k^{geod} = k_x$ обчислюється так

$$k^{geod} = k_x = -a(R + a \cos v) \left[u''v' - v''u' - \sin vu' \frac{1 + a^2(v')^2}{a(R + a \cos v)} \right] \quad (3.35)$$

а для нормальної кривизни $k^{норм} = k_y$ використовується формула

$$k^{норм} = k^y = \cos v \frac{1 - a^2(v')^2}{R + a \cos v} + a(v')^2. \quad (3.36)$$

Кут θ між напрямками дотичних до ліній L і u задається тригонометричними функціями

$$\sin \theta = av', \quad \cos \theta = (R + a \cos v)u'$$

Тут u' задається формулою

$$u' = du / ds = \pm \frac{\sqrt{1 - a^2(v')^2}}{R + a \cos v}. \quad (3.37)$$

Тепер стає можливим сформулювати нелінійні рівняння пружного згинання БК в порожнині тороїдального каналу

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dF_y}{ds} = EI k_x k_z^2 - M_z k_x k_z + EI k_y' k_z + k_x F_z - f^{тяж} (\sin u \sin v \cos \theta + \cos u \sin \theta), \\ \frac{dF_z}{ds} = -EI k_x k_x' - EI k_y k_y' - f^{тяж} (-\sin u \sin v \sin \theta + \cos u \sin \theta), \\ \frac{dk_x}{ds} = -\frac{M_z}{EI} k_y + k_y k_z + \frac{1}{EI} F_y, \\ \frac{dv}{ds} = v', \\ \frac{d(v')}{ds} = \frac{1}{a(R + a \cos v)u'} k_x - \sin v \frac{1 + a^2(v')^2}{a(R + a \cos v)} + \frac{u''v'}{u'}, \\ \frac{du}{ds} = \frac{\sqrt{1 - a^2(v')^2}}{(R + a \cos v)}. \end{array} \right. \quad (3.38)$$

Ця система з відповідними граничними умовами, які задають зовнішню осьову силу і крутний момент, може бути використана для моделювання

нелінійного пружного деформування БК в коловому каналі свердловини. Прийнемо, що в загальному випадку БК може згинатися і приймати нові деформовані форми залишаючись в контакті з поверхнею свердловини по всій її довжині. Якщо протягом цієї формозміни малим приростам зовнішніх силових збурень відповідають малі пружні переміщення БК, то стан рівноваги, що розглядається є стійким. В околі цього стану лінійні диференціальні рівняння, отримані з нелінійної системи (3.38) за допомогою процедури лінеаризації, не вироджені і мають тільки один розв'язок. Однак якщо зовнішні навантаження продовжують збільшуватися, коефіцієнти лінеаризованих рівнянь продовжують змінюватися і може бути досягнуто також стан, коли ці рівняння стають виродженими і набувають додаткові (біфуркаційні) розв'язки поряд з вихідними. У зв'язку з цим досягнутий стан є критичним (нестійким), а біфуркаційний розв'язок представляє форму випинання.

Особливість нелінійної проблеми, поставленої для випинання БК в круговому каналі, полягає в тому, що в докритичному стані труба не змінює свою форму і тому коефіцієнти лінеаризованих рівнянь рівноваги змінюються внаслідок поступового збільшення осьової сили $F_z(s)$ зі збільшенням зовнішнього навантаження і сил тертя. При цьому поставлена задача аналогічна задачі ейлерової втрати стійкості прямолінійного стрижня і виявляється пов'язаною з пошуком власних значень і побудовою власних форм.

Щоб знайти критичний стан бурильної колони, що рухається по дну свердловини, система (3.38) має бути лінеаризована в околі розглянутого стану і повинен бути виконаний аналіз її власних значень. При заданому осьовому русі бурильної колони виконуються наступні її умови квазістатичності і кінематики: $F_z(S) = F_z$, $u = u_0 + S/(R+a)$, $u' = 1/(R+a)$, $u'' = 0$, $v = 0$, $v' = 0$, $v'' = 0$, $k_x = 0$, $k_y = 1/(R+a)$, $k_z = 0$. При біфуркаційній деформації

параметри системи набувають малі варіації δv , δk_x , δF_y . Вони можуть бути обчислені за допомогою однорідної системи лінійних рівнянь

$$\begin{cases} \frac{d}{ds} \delta F_y = F_z \delta k_x - f^{тяж} \sin\left(u_0 + \frac{s}{R+a}\right) \delta v + f^{тяж} a \cos\left(u_0 + \frac{s}{R+a}\right) \delta v', \\ \frac{d}{ds} \delta v = \delta(v'), \\ \frac{d}{ds} \delta(v') = -\frac{1}{a(R+a)} \delta v + \frac{1}{a} \delta k_x, \\ \frac{d}{ds} \delta k_x = \frac{1}{EI} \delta F_y, \end{cases} \quad (3.39)$$

що випливає з системи (3.38) після врахування рівності $\delta u = 0$, $\delta k_y = 0$, $\delta F_z = 0$.

Коефіцієнт $F_z(s)$ в першому рівнянні визначається за допомогою другого рівняння системи (3.38). Вони зводяться до вигляду

$$\frac{dF_z}{ds} = -f_z^{тяж} - f_z^{тер} = -f^{тяж} \pm \mu f^{конт}. \quad (3.40)$$

Тут знаки $\pm$ вибираються в залежності від виду спуско-підйомної операції БК, а контактна сила $f^{конт}$ встановлюється на основі першого рівняння системи (3.38) в формі

$$f^{конт} = -\frac{1}{R+a} F_z - f_x^{тяж} = -\frac{1}{R+a} F_z + f^{тяж} \sin u \quad (3.41)$$

Підставляючи співвідношення (3.41) в (3.40), отримаємо лінійне звичайне диференціальне рівняння першого порядку

$$\frac{dF_z}{du} \pm \mu F_z = -(R+a) f^{тяж} \cos u \pm \mu(R+a) f^{тяж} \sin u \quad (3.42)$$

Нехай $u = U$, $s = S$, тоді

$$F_z(u) = \frac{(R+a) f^{тяж}}{1+\mu^2} \left[\pm 2\mu(\cos u - \cos U) - (1-\mu^2)(\sin u - \sin U) \right] + F_z(U), \quad (3.43)$$

де $F_z(U)$ являє собою стискаючу силу, прикладену до нижнього кінця $U = u$. Тут U - значення координати u на кінці $s = S$.

Чотири диференціальних рівняння першого порядку (3.39) еквівалентні одному однорідному диференціальному рівнянню четвертого порядку

$$\begin{aligned} \delta v^{IV} + \left[\frac{1}{a(R+a)} - \frac{F_z}{EI} \right] \delta v'' - \frac{f^{тяж}}{EI} \cos \left(u_0 + \frac{s}{R+a} \right) \delta v' + \\ \left[\frac{f^{тяж}}{aEI} \sin \left(u_0 + \frac{s}{R+a} \right) - \frac{F_z}{aEI(R+a)} \right] \delta v = 0. \end{aligned} \quad (3.44)$$

Воно отримане на основі припущення, що при випинанні фрикційна сила $f^{тер}$ направлена уздовж осьової лінії БК. Для встановлення стану біфуркаційного випинання БК необхідно формулювати задачу Штурма-Лоувілля (задачу на власні значення) для рівняння (3.44). Постановка цієї задачі базується на застосуванні методу скінченних різниць та побудові відповідної матриці коефіцієнтів алгебраїчних рівнянь. Елементи цієї матриці залежать від множника $F_z(s)$ перед шуканою величиною δv в рівнянні (3.44), яка в свою чергу визначається значенням сили $F_z(U)$ на краю $u = U$ і розподіленою силою тертя в рівнянні (3.43). Тоді критичне (біфуркаційне або власне) значення зовнішньої сили $F_z(U)$, що прикладена на краю $u = U$ (тобто $s = S$) знаходиться її перебором із застосуванням методу проб і помилок.

Примітно, що крутний момент $M_z(s)$ не присутній в рівнянні (3.44). Це означає, що критичні стани бурильних колон у свердловинах колового обрису не залежать від величини $M_z(s)$ (точно так само як і в разі прямолінійних свердловин, див. розділ .2).

3.6 Результати аналізу випинання бурильної колони, що рухається в каналі колової свердловини.

Основна мета даного розділу полягає в дослідженні впливу сил тертя на стійкість бурильних колон, що рухаються всередині криволінійних свердловин. Не дивлячись на те, що обрана для аналізу свердловина колового обрису є простою криволінійною конфігурацією. Цей приклад дозволяє проаналізувати основну особливість здійснення процесу випинання в криволінійних каналах. Вона полягає в можливості формувати локалізовані біфуркаційні вейвлети в найбільш несподіваних місцях каналу свердловини. Додаткова невизначеність вноситься в розглянуту ситуацію впливом сил тертя, що виникають в процесі виконання спуско-підйомних операцій. Прийнято, що рух є повільним і силами інерції можна знехтувати. Тоді БК може бути частково стиснута частково розтягнута змінними розподіленими силами $f^{тяж}(s)$, змінними силами тертя $f^{тер}(s)$ і осьовою силою $F_z(U)$ прикладеної на краю $s = S$ з кутовою координатою $u = U$. У цьому випадку рівняння (3.44) не може бути розв'язаним аналітичними методами.

Щоб знайти біфуркаційний стан БК рівняння (3.44) було алгебраїзовано методом скінченних різниць при різних значеннях крайової сили $F_z(U)$ і стани, в яких матриця лінійних алгебраїчних рівнянь ставала виродженою, вважалися критичними. У цих станах будувалися власні функції $F_z^{kp}(s)$ і власні моди $\delta v(s)$ що представляють форми випинання БК.

У перерахованому моделюванні діапазон $0 \leq s \leq S$ розбивався на 500 кінцево-різницевих ділянок. Результати випинання тестувалися з подвоєним числом звичайно-різницевих поділів. Перевірка підтвердила достатню точність проведених обчислень.

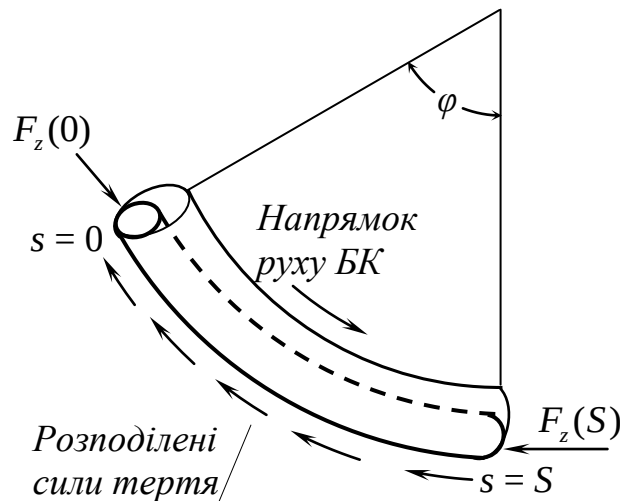


Рисунок 3.11 – Схема колового сегмента БК

Щоб простежити за впливом сил тертя на процес випинання, обчислення в кожному розглянутому прикладі проводилися з використанням безфрикційної і фрикційної постановок задач. На рис. 3.11 представлена геометрична схема БК, що лежить всередині нижньої чверті колового каналу. На його нижньому кінці вісь БК дотична до горизонталі, при цьому кут охоплення дуги свердловини становить $\varphi = U - u_0$, а положення верхнього кінця $s=0$ варіювалось. БК шарнірно закріплена на обох кінцях, досліджувався вплив величини довжини S БК, радіуса R міжтрубного зазору a і фрикційної сили $f^{тер}$ на критичні значення $F_z^{кр}(U)$ при наступних значеннях параметрів системи: $E = 2,1 \cdot 10^{11}$ Па, $\gamma_{cm} = 7,8 \cdot 10^3$ кг/м³, $\gamma_{pid} = 1,3 \cdot 10^3$ кг/м³, $d_1 = 0,1683$ м, $d_2 = 0,1483$ м, $\mu = 0,2$. Кожен приклад був досліджений для випадків $f^{тер} = 0$ і $f^{тер} \neq 0$ і значеннях міжтрубного зазору $a = 0,5, 0,1, 0,05, 0,03$ м. Хоча використане тут перше значення величини a в

практиці буріння не зустрічається, воно була включене до аналізу, щоб простежити за тенденцією еволюції критичних станів з варіюванням зазору a .

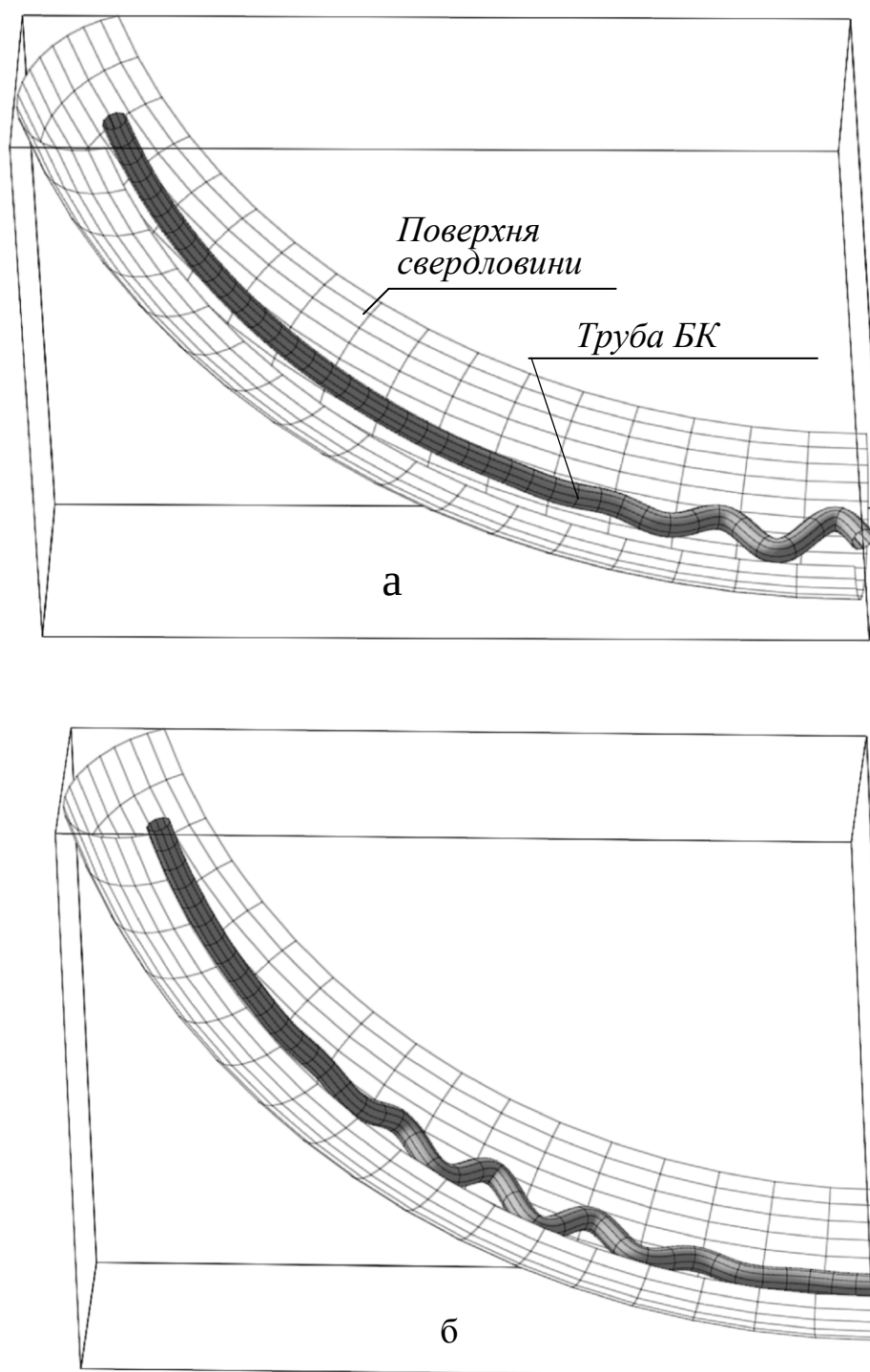
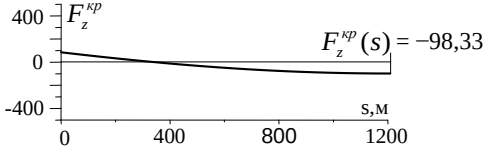
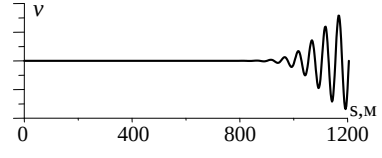
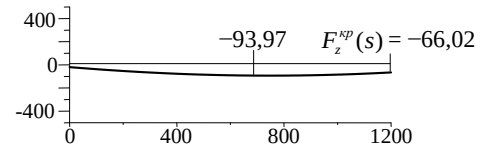
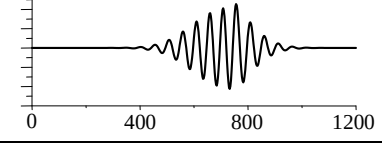
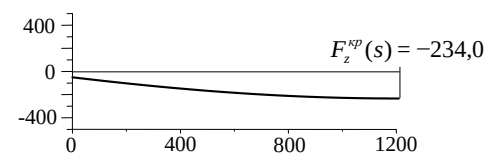
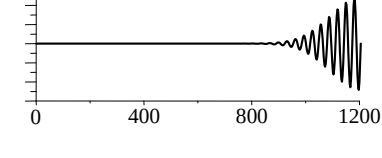
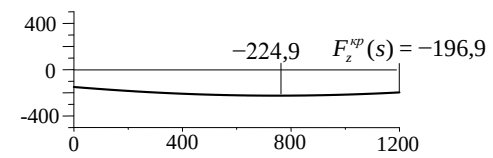
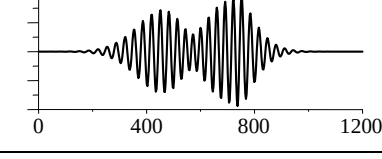
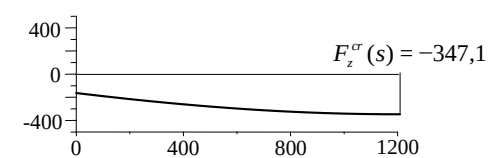
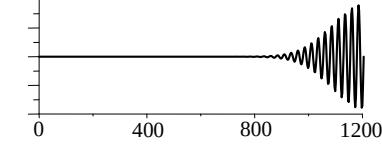
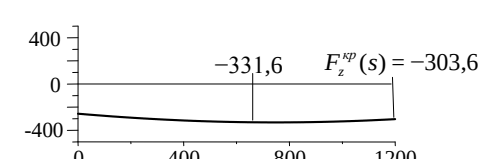
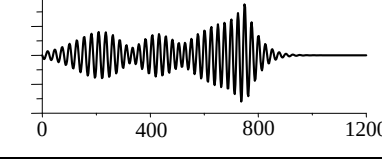
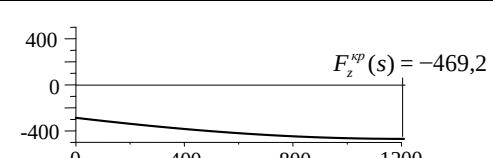
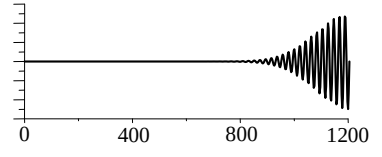
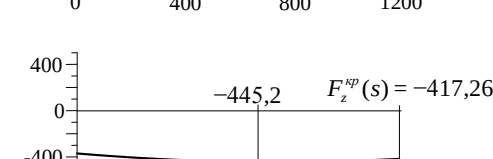
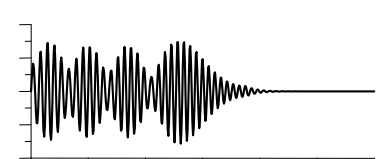


Рисунок 3.12 – Деформування бурильних колон у круговому каналі похилої свердловини: а – безфрикційна модель нерухомої БК;

Таблиця 3.3 – Функції критичної сили $F_z^{kp}(s)$ і форми випинання $\delta v(s)$ бурових колон для випадку $S=1200$ м, $R=1146$ м, $\varphi=60^\circ$

№	a , м	Сила тертя	Функція критичної осьової сили $F_z^{kp}(s)$, кН	Форма $\delta v(s)$ втрати стійкості
1	0,5	$f_{тер} = 0$	 $F_z^{kp}(s) = -98,33$	
		$f_{тер} \neq 0$	 $F_z^{kp}(s) = -66,02$	
2	0,1	$f_{тер} = 0$	 $F_z^{kp}(s) = -234,0$	
		$f_{тер} \neq 0$	 $F_z^{kp}(s) = -196,9$	
3	0,05	$f_{тер} = 0$	 $F_z^{kp}(s) = -347,1$	
		$f_{тер} \neq 0$	 $F_z^{kp}(s) = -303,6$	
4	0,03	$f_{тер} = 0$	 $F_z^{kp}(s) = -469,2$	
		$f_{тер} \neq 0$	 $F_z^{kp}(s) = -417,26$	

Результати обчислень свідчать, що якщо БК має малу довжину, а зазор a не малий і радіус R великий, то БК випинає за сценарієм ейлерової балки під дією осьової критичної сили $P^{kp} = \pi^2 EI / S^2$ і сила тертя не впливає на біфуркаційний процес. Однак ситуація зазнає істотних змін зі збільшенням довжини S і кута φ в зв'язку з тим, що БК стає довшою, в системі починають проявлятися властивості сингулярно збурених структур. При цьому зона випинання локалізується непередбачуваним чином у вигляді коротких хвиль в крайовій зоні БК (див. рис. 3.12а для безфрикційної моделі) або у внутрішній зоні БК в яких стискаюча осьова сила має максимальне значення (див. рис. 3.12б для випадку врахування сил тертя). У теорії хвиль такі форми називаються хвильовими пакетами, а в прикладній математиці вони отримали назву гармонійних вейвлетів.

У таблиці 3.4 представлені результати для БК довжиною 1200 м вставленої в колову свердловину радіусом $R=1146$ м. У цьому прикладі кут охоплення дуги свердловини становить $\varphi = 60^\circ$. Можна бачити, що характер випинання БК залежить від функцій розподілу сили і положення її екстремального значення. Так, якщо $a=0,5$ м і $f^{тер} = 0$, то БК розтягнена в верхній зоні в околі $S=0$ м і стиснута в її нижній зоні в околі $s=S$. В цьому випадку критичне значення $F_z^{kp}(S) = -98.33$ кН, сформоване на краю $s=S$, є найбільшою стискаючою силою для всього інтервалу $0 \leq s \leq S$ тому біфуркаційний вейвлет локалізується в крайовій зоні, підтверджуючи властивості сингулярно збурених систем [51,60,72].

Однак ситуація змінюється якщо $f^{тер} \neq 0$ (див. позицію 1 в таблиці 3.4) тоді максимальне стискаюче значення $F_z^{тер} = -93.97$ кН осьової сили зміщується у внутрішню зону БК і система стає сингулярно збуреною всередині її довжини. При цьому біфуркаційний вейвлет також зміщується всередину довжини БК.

Якщо $a \leq 0,1$ м (позиції 2 - 7 в таблиці 3.4) то БК випинає при великих значеннях осьових сил, при цьому чим менше a тим складнішими стають

форми втрати стійкості. При цьому в присутності сил тертя стає також важче передбачити зону локалізації біфуркаційних вейвлетів, оскільки вона поширюється на більшу зону довжини БК, а при $a = 0,03$ м крайовий ефект зміщується від правого краю діаграми до її лівого краю. У цьому випадку крок форми випинання λ стає менше і менше. Так, довжина кроку вейвлета $\lambda \approx 26$ м при $a = 0,03$ м.

Розглянемо тепер випадок коли дуга каналу свердловини розташовується симетрично відносно вертикалі (рис. 3.13). Для цього випадку обчислення виконані при значеннях $S = 2400$ м, $R = 1146$ м, $\varphi = 120^\circ$. Встановлено, що якщо фрикційні ефекти не враховуються то репрезентативні функції, що визначають випинання БК можуть бути отримані простим симетричним продовженням щодо вертикалі відповідних функцій представлених в таблиці 3.4 для асиметричної дуги (порівняйте рис. 3.12а і рис. 3.13а). При цьому критичні значення крайових сил $F_z^{kp}(S)$, асиметричної свердловини стають рівними критичним значенням $F_z^{kp}(S/2)$ для відповідних колон в таблиці 3.5

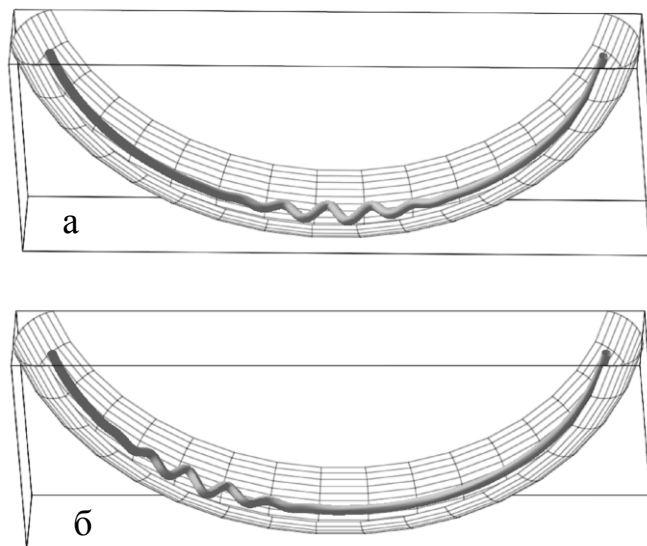


Рисунок 3.13 – Деформування бурильних колон в симетричному круговому каналі скерованої свердловини: а - безфрикційна модель нерухомої БК; б - модель рухомої БК з урахуванням сил тертя

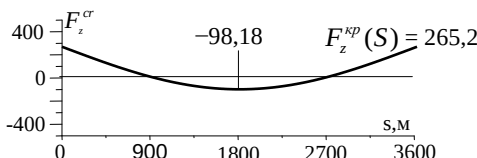
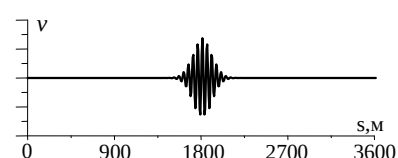
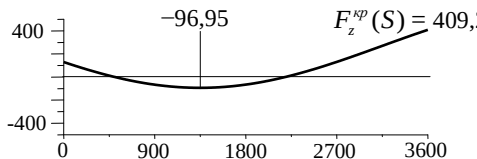
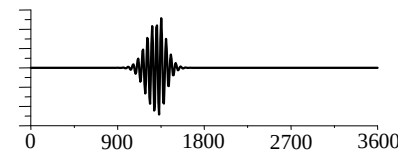
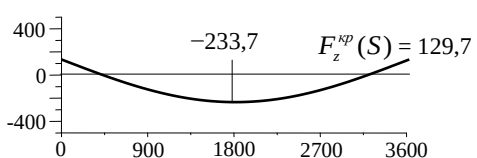
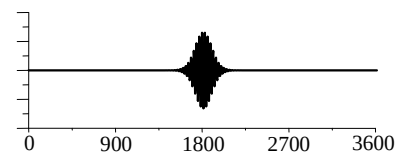
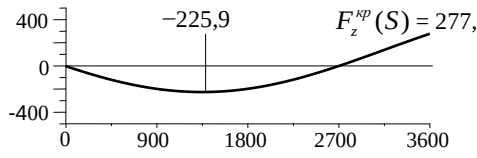
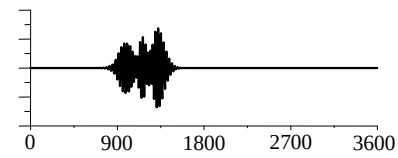
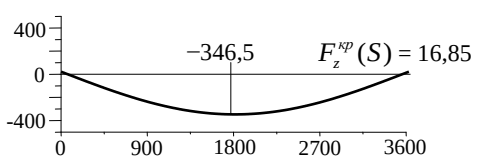
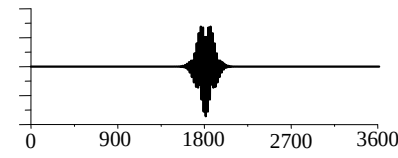
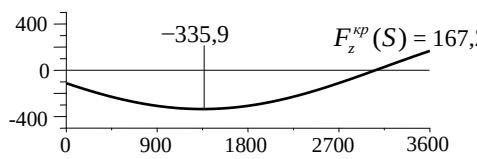
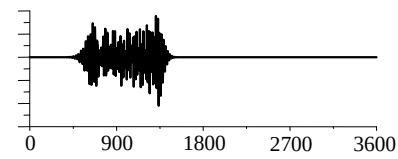
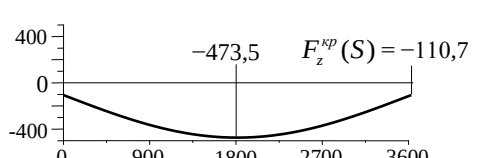
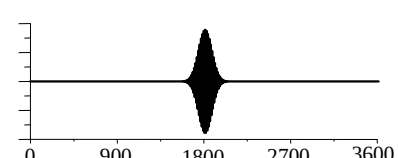
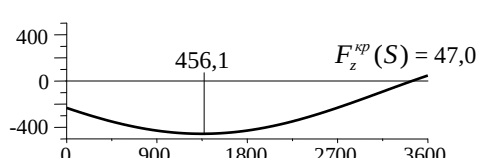
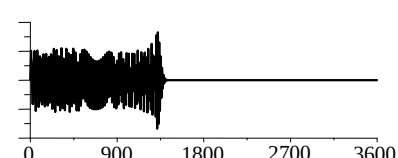
Як зазначено вище наявність фрикційних ефектів призводять до зміщення позицій біфуркаційних вейвлетів в обох випадках (див. рис. 3.12 і рис. 3.13), в той час як максимальні значення відповідних критичних функцій $F_z^{kp}(s)$ (локалізованих в зонах вейвлетів) і кроки вейвлетів залишаються приблизно однаковими хоча форми їх біфуркаційних мод набувають деяких відмінностей.

Цікаво відзначити також, що якщо довжина БК перевищує ширину вейвлета, то критичне значення $F_z^{kp}(s)$ не залежить від довжини БК і зі збільшенням кута охоплення φ зазначені особливості стають більш очевидними. Ці висновки підтверджуються даними таблиці 3.6 складеної для $\varphi=180^\circ$, $R=1146$ м, $S=3600$ м. В цьому випадку зіставлення результатів аналізу при вихідних даних, представлених в таблиці 3.6 для $\varphi=180^\circ$ дозволяє зробити висновок, що в разі відсутності сил тертя біфуркаційні вейвлети локалізуються в центральній зоні довжини БК, вони однакові для кожного значення зазору і реалізуються при однакових значеннях осьової сили F_z^{kp} , що досягаються в середній точці $s = S / 2$. Стає очевидним також, що в цьому випадку ефект випинання не залежить від граничних умов на кінцях $s=0$ і $s=S$. При цьому крок λ власної форми не зазнає істотних змін. Їх значення для випадків $S=2400$ м і 3600 м ($\varphi=120^\circ$ і $\varphi=180^\circ$) наведені в таблиці 3.7. Як видно, вони залишаються незмінними, якщо зона біфуркаційного випинання мала, і вони зменшуються зі зменшенням зазору a . У випадках безфрикційного контакту БК зі стінкою свердловини значення кроків λ є ідентичними для обох довжин S при зазорах $a=0,5$ м і $a=0,1$ м. Проте вони мають відмінності при $a=0,05$ м і $a=0,03$ м. Вплив сил тертя на форми втрати стійкості є більш помітним, вони можуть призвести не тільки до зміщення позицій біфуркаційних зон але також і до їх розширення (див. таблицю 3.6) крім того, в межах кожної зони випинання кроки умовних гармонік, також стають змінними (див. таблицю 3.7 для $f^{тяж} \neq 0$).

Таблиця 3.5 – Функції критичної сили $F_z^{kp}(s)$ і форми випинання $\delta v(s)$ бурильних колон для випадку $S=2400$ м, $R=1146$ м, $\varphi=120^\circ$

№	a , м	Сила тертя	Функція критичної осьової сили $F_z^{kp}(s)$, кН	Форма $\delta v(s)$ втрати стійкості
1	0,5	$f_{тер} = 0$		
		$f_{тер} \neq 0$		
2	0,1	$f_{тер} = 0$		
		$f_{тер} \neq 0$		
3	0,05	$f_{тер} = 0$		
		$f_{тер} \neq 0$		
4	0,03	$f_{тер} = 0$		
		$f_{тер} \neq 0$		

Таблиця 3.6 – Функції критичної сили $F_z^{kp}(s)$ і форми випинання $\delta v(s)$ бурильних колон для випадку $S=3600$ м, $R=1146$ м, $\varphi=180^\circ$

№	a , м	Сила тертя	Функція критичної осьової сили $F_z^{kp}(s)$, кН	Форма $\delta v(s)$ втрати стійкості
1	0,5	$f_{тер} = 0$		
		$f_{тер} \neq 0$		
2	0,1	$f_{тер} = 0$		
		$f_{тер} \neq 0$		
3	0,05	$f_{тер} = 0$		
		$f_{тер} \neq 0$		
4	0,03	$f_{тер} = 0$		
		$f_{тер} \neq 0$		

Цікавим є також порівняння отриманих результатів з даними аналітичних розрахунків отриманих в граничних випадках, коли радіус кривизни R прямує до ∞ в умовах відсутності фрикційних ефектів. Тоді можна прийняти, що криволінійна свердловина горизонтальна і нескінченно довга колона напружена осьовою силою $F_z(s)$, що залишається незмінною по всій її довжині. В цьому випадку критичне значення сили $F_z^{kp}(s)$ і крок λ визначаються рівностями [58]:

$$F_z^{kp} = 2\sqrt{EI f^{тяж} / a}, \quad \lambda^{kp} = \pi \sqrt[4]{EI a / f^{тяж}}.$$

їх значення для відповідних станів наведені в таблиці 3.7. З неї випливає, що результати розрахунків близько збігаються при великих значеннях зазору, однак різниця між ними зростає зі збільшенням a .

Таблиця 3.7 – Екстремальні значення критичної сили $F_z^{kp}(s)$ і вейвлетні кроки λ в критичних станах БК

№	a , м	Сила тертя	$\varphi = 120^\circ$, $S = 2400$ м		$\varphi = 180^\circ$, $S = 3600$ м	
			$F_z^{екс}$, кН	λ , м	$F_z^{екс}$, кН	λ , м
1	0,5	$f^{тер} = 0$	-98,29 (-91,26)	26 (26,65)	-98,18 (-91,26)	26 (26,65)
		$f^{тер} \neq 0$	-94,11	26	-96,95	23,5
2	0,1	$f^{тер} = 0$	-233,9 (-204,1)	15,5 (17,8)	-233,7 (-204,1)	15,5 (17,8)
		$f^{тер} \neq 0$	-222,3	15–15,5	-225,9	13,6–14
3	0,05	$f^{тер} = 0$	-347,0 (-288,6)	13 (14,9)	-346,5 (-288,6)	12 (14,9)
		$f^{тер} \neq 0$	-332,8	11–12,5	-335,9	9,5–10,5
4	0,03	$f^{тер} = 0$	-468,9 (-372,6)	10,5 (13,1)	-469,2 (-372,6)	9,3 (13,1)
		$f^{тер} \neq 0$	-446,5	10–10,5	-456,1	8,6–9

Узагальнюючи отримані результати можна зробити висновок, що встановлені закономірності реалізації критичних станів і еволюції форм втрати стійкості в значній мірі пов'язані з геометрією колової свердловини і постійністю її радіусу R . У зв'язку з цим можна очікувати, що явища, які розглядаються будуть набагато складнішими для свердловин зі змінною кривизною як у випадках безфрикційного контакту, так і при фрикційній взаємодії між рухомими елементами системи. Важливо відзначити також необхідність врахування впливу наявності геометричних недосконалостей свердловини на процес випинання. Геометричні недосконалості, як правило, призводять до збільшення розподілених сил тертя і осьової сили $F_z(S)$. З іншого боку геометричні недосконалості пов'язані зі зміною радіуса кривизни R . Можна зробити висновок, що обидва ці чинники впливають на процес випинання та повинні бути спеціально вивчені.

3.7 Висновки до розділу 3

В розділі 3 поставлена та розв'язана задача про біфуркаційне випинання бурильної колони в каналі свердловини з коловим обрисом.

1. Обговорені основні концептуальні особливості проблеми моделювання біфуркацій бурильної колони в криволінійній свердловині. Методами диференціальної геометрії виконаний аналіз геометричних характеристик каналової поверхні з коловою осьовою лінією (тороїдальної поверхні).

2. На основі теорії пружних криволінійних стрижнів сформульовані нелінійні рівняння нелінійного деформування бурильної колони в каналі тороїдальної поверхні. Розроблена методика чисельного визначення їх власних значень та побудови відповідних власних форм.

3. Методами будівельної механіки стійкості пружних систем побудовані лінеаризовані однорідні рівняння (безфрикційна та фрикційна

моделі) біфуркаційного випинання бурильної колони в каналі тороїдальної поверхні.

4. Виконані чисельні дослідження стійкості бурильних колон в тороїдальних каналах. Показано, що в залежності від розташування криволінійної ділянки свердловини, що розглядається, по відношенню до вибраної системи координат, втрата стійкості БК може супроводжуватися її випинанням в формі крайового ефекту, або локалізуватися у внутрішній зоні з утворенням високочастотного вейвлету. Помічений, також, суттєвий вплив на формоутворення біфуркаційної моди фактору тертя, що сприяє непередбаченому перерозподілу зон втрати стійкості.

5. Результати досліджень даного розділу викладено у наступних публікаціях [41, 43, 44, 45, 70, 73, 111].

РОЗДІЛ 4

ГЛОБАЛЬНИЙ АНАЛІЗ ВИПИНАННЯ БУРИЛЬНОЇ КОЛОНИ
В КАНАЛІ КРИВОЛІНІЙНОЇ СВЕРДЛОВИНИ

Явище випинання БК отримує подальше ускладнення, якщо воно відбувається в каналі глибокої свердловини змінної кривизни. Мабуть, в даний час воно може моделюватися теоретично тільки при деяких припущеннях, що істотно спрощують дану проблему, та які стосуються геометрії свердловини і умов реалізації біфуркаційного ефекту. Оскільки дослідження закритичної нелінійної поведінки БК в криволінійному каналі пов'язане зі значними труднощами, значної актуальності набуває задача про встановлення критичного стану БК і прогнозу її деформування на початковому етапі випинання. Постановка цієї задачі також базується на застосуванні підходу Ейлера до проблеми стійкості вихідної форми рівноваги, однак при цьому дослідження згинання БК на її всій довжині стає заскладним. Це викликано тим, що кривизна і кут нахилу осьової лінії БК змінюються уздовж поздовжньої координати, а переміщення обмежені стінкою свердловини. Тому осьова внутрішня сила в БК, а також контактна сила, сила тертя і орієнтація сили тяжіння, що притискає БК до стінки свердловини і перешкоджає її випинанню, стають істотно змінними.

Однак як уже зазначалося, найбільш істотне ускладнення проблеми пов'язано з великою довжиною БК і її відносно малою жорсткістю. Як показано раніше на прикладі прямолінійних свердловин, диференціальні рівняння, що описують ці структури, належать до так званого сингулярно збуреного типу. Chang і Howes [51] досліджували цей тип рівнянь з позицій прикладної математики. Аналізуючи двоточкову крайову задачу для звичайних диференціальних рівнянь, вони показали, що сингулярно збурені задачі є погано обумовленими, їх розв'язки мають вигляд крайових ефектів і погано збігаються. Тут доречно згадати монографію Elishakoff et al. [60], присвячену розв'язку неklasичних задач випинання пружних стрижнів.

Ці особливості розв'язків сингулярно збурених задач були підтверджені нами при моделюванні стійкості БК в глибоких скерованих прямолінійних і колового обрису свердловинах. У розділах 2 і 3 було показано, що в залежності від значень кута нахилу і сил тертя, ефект випинання може здійснюватися у вигляді короткохвильових вейвлетів, локалізованих у внутрішній частині довжини БК або в її прикраєвій зоні. Проте, ці особливості були виявлені для скерованих свердловин з простою геометрією, тоді як на практиці осьові лінії свердловин мають змінну кривизну і кут нахилу. У цих випадках не має можливості передбачити місця локалізації форм випинання, в зв'язку з чим аналіз ефекту випинання повинен проводитися з використанням інтегрального підходу на ділянці повної довжини колони.

В даному розділі для дослідження стійкості БК в каналі зі змінною геометрією використовується нелінійна теорія гнучких криволінійних стрижнів, основні положення теорії каналових поверхонь і методи диференціальної геометрії з тією відмінністю, що для параметризації осьової лінії свердловини і бурильної колони одночасно використовуються безрозмірний і натуральний параметри. Критичні стани БК встановлюються на основі розв'язку двохточкової крайової задачі Штурма-Ліувілля для рівняння четвертого порядку, розглядаються моделі біфуркаційного процесу – безфрикційна і фрикційна. Задача розв'язується в два етапи. На першому етапі визначаються діючі на колону зовнішні і внутрішні сили (сили тяжіння, контактні сили, сили тертя і внутрішня осьова сила) і будуються рівняння біфуркаційної рівноваги. На другому етапі розв'язується задача на власні значення, знаходяться критичні навантаження і будуються форми втрати стійкості.

4.1 Теоретичні передумови аналізу

Для постановки задачі розглянемо БК в глибокій скерованій свердловині змінної кривизни. Розглянемо випадок, коли траєкторія свердловини може бути представлена гіперболічною кривою (рис. 4.1), що відображає найбільш типові властивості її геометрії. Дійсно, вона має вертикальну дотичну у верхній точці, і її нижній кінець наближається до прямої лінії, апроксимуючи асимптоту гіперболи.

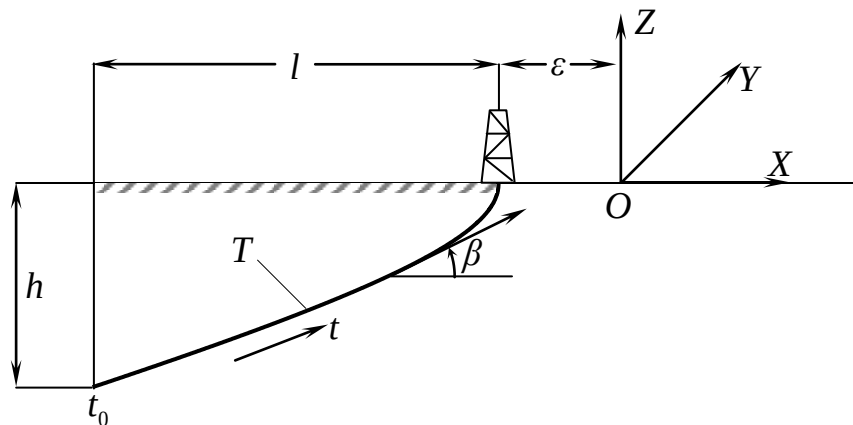


Рисунок 4.1 – Геометрична схема скерованої свердловини загальної форми

У нерухомій системі координат $OXYZ$ осьову лінію T свердловини зручно представити в загальній аналітичній формі

$$X^* = -\varepsilon \operatorname{ch} t, \quad Y^* = 0, \quad Z^* = \lambda \operatorname{sh} t, \quad (4.1)$$

де t – безрозмірний параметр, ε – піввісь гіперболи, λ – величина, яка характеризує глибину свердловини.

Введемо каналову поверхню Σ свердловини з осьовою лінією T і твірними колами радіусу a , що дорівнюють міжтрубному зазору $a = (d_1 - d_2) / 2$, де d_1 і d_2 – діаметри свердловини і бурильної колони, відповідно. Параметризуємо її параметром u , пов'язаним з лінією T свердловини, і параметром v , що задає положення точки на твірному колі

(рис. 4.2), причому значення $v=0$ відповідають нижнім положенням точок на цих колах.

Прийmemo, що в початковому стані бурильна колона лежить на дні свердловини і для її осьової лінії L виконується умова $v=0$. При випинанні БК без відриву ковзає по поверхні свердловини й тоді осьова лінія колони рухається по каналовій поверхні Σ .

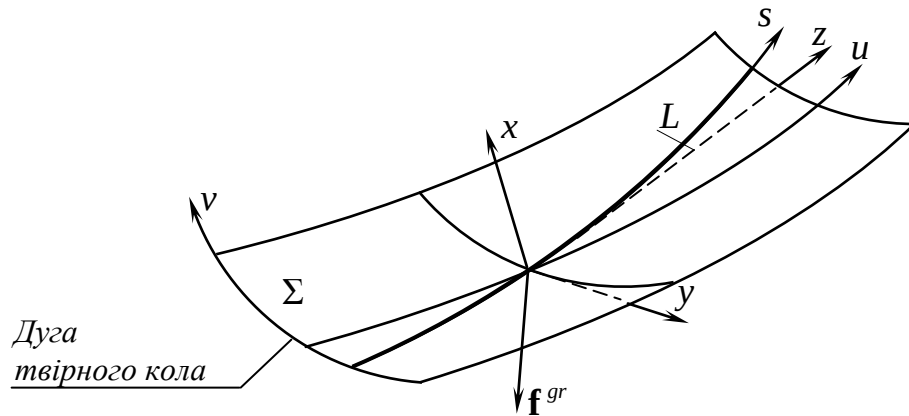


Рисунок 4.2 – Геометрична схема орієнтації осі L на каналовій поверхні Σ .

Щоб описати геометрію осьової лінії БК, необхідно задати величини h , l , і ε , які визначають розміри (габарити) свердловини і виразити коефіцієнт λ в системі (7.119) та початкове значення t_0 параметра t через вихідні дані.

Згідно рис. 4.2 і рівнянь (4.1) маємо

$$\begin{aligned} X^*(t_0) &= -\varepsilon \operatorname{ch}(t_0) = -(l + \varepsilon), \\ Z^*(t_0) &= \lambda \operatorname{sh}(t_0) = -h. \end{aligned}$$

Звідси випливає

$$t_0 = \operatorname{arcch}[(\varepsilon + l) / \varepsilon] < 0, \quad \lambda = -h / \operatorname{sh} t_0 > 0. \quad (4.2)$$

За допомогою цих величин знайдемо кут β нахилу кривої T (рис. 7.33). Для цього використовуємо рівність

$$\operatorname{tg} \beta = dZ^* / dX^* .$$

Оскільки

$$dX^* = \dot{X}^* dt , \quad dZ^* = \dot{Z}^* dt ,$$

Маємо

$$\beta = \operatorname{arctg}(\dot{Z}^* / \dot{X}^*) = \operatorname{arctg}(-\lambda \operatorname{ch} t / \varepsilon \operatorname{sh} t), \quad (4.3)$$

де крапкою над символом позначено диференціювання по t .

Задачу про втрату стійкості БК розв'язуємо на основі використання теорії гнучких криволінійних стрижнів. Відповідно до неї представимо нелінійні рівняння гнучких стрижнів в загальній формі (2.28) і стани, в яких лінеаризований оператор цих рівнянь вироджується, будемо вважати критичними (біфуркаційними). З використанням цього підходу в розділах 2 і 3 була досліджена стійкість бурильних колон в прямолінійних похилих і в колових свердловинах. Однак, ця методика виявилася прийнятною тільки для свердловин з найпростішою геометрією, коли кривизна їх осьових ліній незмінна по довжині. У випадках свердловин зі змінною геометрією їх ліній, нелінійні рівняння згинання БК стають настільки складними і громіздкими, що їх важко уявити в явному вигляді. Тому більш раціональним стає відразу формулювати лінеаризоване рівняння, не звертаючись до нелінійного.

Додаткова складність задачі викликана тим, що доводиться одночасно застосовувати два параметри. Один з них (t) використовується для параметризації осьової лінії свердловини T , другий (s) – для параметризації осьової лінії БК. Дійсно, параметр t вже застосований в рівняннях (4.1) – (4.3), в той час як параметр s використовується в теорії гнучких стрижнів для формування рівнянь рівноваги елемента стержня

$$\frac{d\mathbf{F}}{ds} = -\mathbf{f}, \quad \frac{d\mathbf{M}}{ds} = -\boldsymbol{\tau} \times \mathbf{F}, \quad (4.4)$$

де, як і раніше, $\mathbf{F}(s)$ – головний вектор внутрішніх сил, $\mathbf{M}(s)$ – головний вектор внутрішніх моментів, $\mathbf{f}(s)$ – вектор зовнішніх розподілених сил, $\boldsymbol{\tau}$ – орт, дотичний до лінії L , s – натуральний параметр.

Зв'язок між векторами t і s може бути вираженим диференціальним співвідношенням

$$ds = \sqrt{(dX^*)^2 + (dZ^*)^2} = \sqrt{(\dot{X}^*)^2 + (\dot{Z}^*)^2} dt = \sqrt{(\varepsilon \operatorname{sh} t)^2 + (\lambda \operatorname{ch} t)^2} dt. \quad (4.5)$$

Тоді маємо

$$s(t) = \int_{t_0}^t \sqrt{(\varepsilon \operatorname{sh} \xi)^2 + (\lambda \operatorname{ch} \xi)^2} d\xi. \quad (4.6)$$

При обчисленнях обидва цих параметри задаються одночасно.

Щоб визначити геометрію осьової лінії БК зручно використовувати орт нормалі $\mathbf{n}$, бінормалі $\mathbf{b}$ і дотичної $\boldsymbol{\tau}$ (див. співвідношення (2.2) – (2.6)). При цьому використовуємо введені вище припущення, що при трансформуванні лінії L вона не виходить з контакту з поверхнею Σ , що обмежує її переміщення. Тому доцільно використовувати також систему відліку $oxyz$ з ортами $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ (рис. 4.2). При цьому орт $\mathbf{i}$ спрямований по внутрішній нормалі до поверхні Σ , вектор $\mathbf{k}$ дотичний до кривої L , а вектор $\mathbf{j}$ доповнює систему до правої трійки.

Далі введемо аналог вектора Дарбу

$$\boldsymbol{\omega} = k_x \mathbf{i} + k_y \mathbf{j} + k_z \mathbf{k} \quad (4.7)$$

де k_x і k_y – відповідні компоненти вектора кривизни $\mathbf{k} = \mathbf{b} / R$, k_z – визначає обертання тригранника $oxyz$ навколо вектора $\mathbf{k}$ при його русі вздовж лінії L .

Введені величини визначають геометричні характеристики поверхні Σ . Її рівняння можуть бути представлені в параметричній формі

$$\begin{aligned} X &= X^* + a \sin \beta \cos v = -\varepsilon \operatorname{ch} t + a \sin \beta \cos v, \\ Y &= a \sin v, \\ Z &= Z^* - a \cos \beta \cos v = \lambda \operatorname{sh} t - a \cos \beta \cos v. \end{aligned} \quad (4.8)$$

В даному випадку радіус a каналової поверхні малий у порівнянні з іншими її параметрами, тому змінні t і u можуть бути суміщені, проте розв'язувальні нелінійні рівняння згинання БК залишаються досить складними. Тому, як зазначено вище, вивчаються критичні стани і малі біфуркаційні переміщення БК, що лежить на дні $v = 0$ поверхні Σ . Тоді немає необхідності спочатку конструювати нелінійні рівняння згинання БК в загальній формі, а потім їх лінеаризувати, як це було зроблено в розділах 2 і 3, а можливо відразу будувати лінеризовані рівняння стійкості в околі стану рівноваги $v = 0$. Вони набувають найпростішої форми, якщо їх формулювати в рухомій системі відліку $oxyz$ з ортами $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$.

В цьому випадку нелінійні рівняння рівноваги сил

$$\begin{aligned} dF_x / ds &= -k_y F_z + k_z F_y - f_x, \\ dF_y / ds &= -k_z F_x + k_x F_z - f_y, \\ dF_z / ds &= -k_x F_y + k_y F_x - f_z \end{aligned} \quad (4.9)$$

і рівноваги моментів

$$\begin{aligned} dM_x / ds &= -k_y M_z + k_z M_y + F_y, \\ dM_y / ds &= -k_z M_x + k_x M_z - F_x, \\ dM_z / ds &= -k_x M_y + k_y M_x. \end{aligned} \quad (4.10)$$

представляються в стандартній, універсальній формі. Вони можуть бути досліджені на будь-якій стадії інтегрування за допомогою двокрокового обчислювального процесу. На першому кроці аналізується передкритичний стан БК і обчислюється внутрішня осьова сила $F_z(s)$. На другому кроці рівняння (4.9), (4.10) лінеаризуються в околі цього стану і розв'язується крайова задача на власні значення. В результаті визначаються значення критичних навантажень і будується форма випинання.

Прийmemo, що в даному випадку здійснюється операція спуску БК, вона не обертається і тому фрикційний крутний момент дорівнює нулю. Нехай рух бурильної колони відбувається з малою швидкістю і силами інерції можна знехтувати і на БК діють тільки сили тяжіння ($\mathbf{f}^{тяж}$), контактні сили ($\mathbf{f}^{конт}$) і сили тертя ($\mathbf{f}^{тер}$). При цьому, завдяки обраній орієнтації системи $oxyz$, сили $\mathbf{f}^{тяж}(s)$ спрямовані уздовж осі OZ , сила $\mathbf{f}^{конт}(s)$ діє уздовж нормалі до поверхні Σ і фрикційна сила $\mathbf{f}^{тер}(s)$ напрямлена в осьовому напрямку проти швидкості елемента БК. У зв'язку з цим дані сили можуть бути представлені в системі $oxyz$ в вигляді

$$\mathbf{f}^{тяж} = f_x^{тяж}\mathbf{i} + f_y^{тяж}\mathbf{j} + f_z^{тяж}\mathbf{k}, \quad \mathbf{f}^{конт} = f_x^{конт}\mathbf{i}, \quad \mathbf{f}^{тер} = -f_z^{тер}\mathbf{k}. \quad (4.11)$$

Оскільки БК ковзає уздовж каналової порожнини, фрикційна сила $f_z^{тер}(s)$ обчислюється за формулою Кулона

$$f_z^{тер} = \mu f_x^{конт}, \quad (4.12)$$

а компоненти повних зовнішніх розподілених сил знаходяться так

$$f_x = f_x^{тяж} + f_x^{конт}, \quad f_y = f_y^{тяж}, \quad f_z = f_z^{тяж} - \mu f_x^{конт}. \quad (4.13)$$

У передкритичному стані БК лежить на дні каналу і її осьова лінія L збігається з лінією $v = 0$ на поверхні Σ .

Тоді якщо врахувати, що в цьому стані $k_x = 0$, $k_z = 0$, $M_x = 0$, $M_z = 0$, $F_y = 0$, то з третього рівняння системи (4.10) можна отримати

$$dM_z / ds = 0 \quad \text{або} \quad M_z(s) = \text{const}.$$

Тут $M_z(s)$ визначається з початкових умов. Прийmemo $M_z(s) = 0$. В цьому випадку з систем (4.9), (4.10) випливає

$$\begin{aligned} dF_x / ds &= -k_y F_z - f_x^{\text{тяж}} - f_x^{\text{конт}}, \\ dF_z / ds &= k_y F_x - f_z^{\text{тяж}} + \mu |f_x^{\text{конт}}|, \\ F_x &= -EIdk_y / ds. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Ці співвідношення дозволяють вивести рівняння для визначення осьової сили $F_z(s)$

$$dF_z / ds = -EIdk_y dk_y / ds - f_z^{\text{тяж}} + \mu |EId^2 k_y / ds^2 - k_y F_z - f_x^{\text{тяж}}|. \quad (4.15)$$

У ньому присутня тільки одна невідома величина $F_z(s)$, тому воно легко може бути проінтегровано методом Рунге-Кутта.

Щоб реалізувати другий крок дослідження процесу випинання, необхідно рівняння (4.9), (4.10) лінеаризувати в околі $v = 0$

$$\begin{aligned} d\delta F_x / ds &= -\delta k_y F_z - k_y \delta F_z + \delta k_z F_y + k_z \delta F_y - \delta f_x, \\ d\delta F_y / ds &= -\delta k_z F_x - k_z \delta F_x + \delta k_x F_z + k_x \delta F_z - \delta f_y, \\ d\delta F_z / ds &= -\delta k_x F_y - k_x \delta F_y + \delta k_y F_x + k_y \delta F_x - \delta f_z, \end{aligned} \quad (4.16)$$

$$\begin{aligned}
d\delta M_x / ds &= -\delta k_y M_z - k_y \delta M_z + \delta k_z M_y + k_z \delta M_y + \delta F_y, \\
d\delta M_y / ds &= -\delta k_z M_x - k_z \delta M_x + \delta k_x M_z + k_x \delta M_z - \delta F_x, \\
d\delta M_z / ds &= 0.
\end{aligned} \tag{4.17}$$

Тут символом $\delta \dots$ позначено малий приріст відповідної величини.

Тоді змінні δF_x і δF_y можуть бути представлені за допомогою рівнянь (4.17)

$$\begin{aligned}
\delta F_x &= -EId\delta k_y / ds = 0, \\
\delta F_y &= EId\delta k_x / ds - EIk_y \delta k_z.
\end{aligned} \tag{4.18}$$

У ейлеровій теорії стійкості прямолінійних стрижнів приймається гіпотеза, що осьова сила в стрижні при втраті стійкості не змінюється. З її використанням третє рівняння системи (4.16) може бути відкинуто, а два інших зведені до вигляду

$$\begin{aligned}
EId^2 \delta k_y / ds^2 &= F_z \delta k_y + \delta f_x, \\
EIdk_y / ds \delta k_x + EIk_y d\delta k_z / ds - EId^2 \delta k_z / ds^2 &= -EIdk_y / ds \delta k_z - F_z \delta k_x + \delta f_y.
\end{aligned} \tag{4.19}$$

Вони включають невідомі функції δk_x , k_y , δk_y , і δk_z . Щоб вивести їх, необхідно визначити кривизни кривої L , що лежить на каналовій поверхні Σ . Тому вони визначаються в термінах її геометричних характеристик. Внутрішня геометрія цієї поверхні задається параметрами $a_{ij}(u, v)$ її першої квадратичної форми

$$\Phi_1(u, v) = a_{11}(u, v)du^2 + 2a_{12}(u, v)dudv + a_{22}(u, v)dv^2. \tag{4.20}$$

Зовнішня геометрія визначається параметрами b_{ij} другої квадратичної форми

$$\Phi_2(u, v) = b_{11}(u, v)du^2 + 2b_{12}(u, v)dudv + b_{22}(u, v)dv^2 \quad (4.21)$$

У цих рівностях a_{ij} ($i, j = 1, 2$) компоненти метричного тензора, пов'язаного з поверхнею Σ . Вони характеризують криволінійні координати u , v і геометричні об'єкти, які в ній лежать, в тому числі і кривизну k_x кривої L , що ідентифікується геодезичною кривизною k^{geod} . В околі лінії $v=0$ каналової поверхні лінії u і v ортогональні, тому $a_{12}(u, 0) = 0$ і кривизна k_z може бути представлена за допомогою формули (2.22) [29]

$$k_x = k^{geod} = \sqrt{a_{11}a_{22}} \left[a_{11}(u')^2 + a_{22}(v')^2 \right]^{-3/2} (u''v' - v''u' + Av' - Bu'), \quad (4.22)$$

де A і B знаходяться через символи Крістофеля в розділі 2.3.

Параметри першої квадратичної форми $a_{11}(u, v)$ і $a_{22}(u, v)$ обчислюються за допомогою формул (3.12), а величина a_{12} в околі кривої $v=0$ дорівнює нулю.

Якщо взяти до уваги, що $a \ll \varepsilon$, $a \ll \lambda$ і $u=t$ ці змінні можна представити в формі

$$a_{11} = \varepsilon^2 \operatorname{sh}^2 t + \lambda^2 \operatorname{ch}^2 t, \quad a_{22} = a^2. \quad (4.23)$$

З їх допомогою знаходяться символи Крістофеля

$$\begin{aligned} \Gamma_{11}^1 &= \frac{(\varepsilon^2 + \lambda^2) \operatorname{sh} t \operatorname{ch} t}{\varepsilon^2 \operatorname{sh}^2 t + \lambda^2 \operatorname{ch}^2 t}, & \Gamma_{22}^1 &= 0, \\ \Gamma_{11}^2 &= \frac{1}{a} \sin v \dot{\beta} \left[(\lambda \operatorname{ch} t \sin \beta - \varepsilon \operatorname{sh} t \cos \beta) + a \cos v \dot{\beta} \right], & \Gamma_{22}^2 &= 0. \end{aligned} \quad (4.24)$$

У формулі (4.22) змінні функції залежать від t , але операція диференціювання виконується відносно змінної s . У зв'язку з цим необхідно

врахувати, що випинання БК відбувається в малому околі стану $v=0$ і тому $d.../ds = d.../\sqrt{a_{11}} du = d.../\sqrt{a_{11}} dt$. Тоді

$$u' = \frac{du}{ds} = \frac{1}{\sqrt{a_{11}}}, \quad u'' = \frac{d^2u}{ds^2} = -\frac{1}{2a_{11}^2} \frac{da_{11}}{dt}, \quad v' = \frac{dv}{ds}, \quad v'' = \frac{d^2v}{ds^2}. \quad (4.25)$$

Тепер стає можливим обчислити кривизну

$$k_x = k^{eod} = av'' + \frac{\dot{\beta} \sin v}{a_{11}} (\lambda \operatorname{ch} t \sin \beta - \varepsilon \operatorname{sh} t \cos \beta). \quad (4.26)$$

Форма цієї рівності свідчить про те, що кривизна k_x дорівнює нулю в передкритичному стані, але при випинанні її варіація становить

$$\delta k_x = \delta k^{eod} = a \delta v'' + \frac{\dot{\beta}}{a_{11}} (\lambda \operatorname{ch} t \sin \beta - \varepsilon \operatorname{sh} t \cos \beta) \delta v. \quad (4.27)$$

Параметри другої квадратичної форми b_{11} , b_{12} , і b_{22} характеризують форму поверхні Σ і її кривизни. У нашій роботі прийнято, що БК випинає в околі стану $v=0$, в якому $b_{12}=0$. Інші параметри (b_{11} і b_{22}) можуть бути використані для обчислення головних кривизн k_1 і k_2 поверхні Σ уздовж ліній $v = \text{const}$ і $u = \text{const}$, відповідно. Вони виражаються за допомогою рівностей

$$k_1 = b_{11} / a_{11}, \quad k_2 = b_{22} / a_{22}. \quad (4.28)$$

Перепишемо їх в остаточному вигляді

$$k_1 = \frac{\varepsilon \lambda (\operatorname{ch}^2 t - \operatorname{sh}^2 t)}{(\varepsilon^2 \operatorname{sh}^2 t + \lambda \operatorname{ch}^2 t)^{3/2}}, \quad k_2 = \frac{1}{a}. \quad (4.29)$$

У цьому випадку відповідно до теореми Ейлера [6, 9] кривизна k_y кривої L може бути прирівняна до відповідної нормальної кривизни $k^{норм}$ поверхні Σ в напрямку кривої L . У той же час кривизна $k^{норм}$ виражається через нормальні кривизни k_1 і k_2 поверхні Σ :

$$k^{норм} = k_y = k_1 \cos^2 \zeta + k_2 \sin^2 \zeta, \quad (4.30)$$

де ζ – кут між напрямками осової лінії L і координатною лінією u , $\zeta = adv / ds$. У передкритичному стані кут ζ дорівнює нулю, тому

$$k_y = \frac{\varepsilon \lambda (\operatorname{ch}^2 t - \operatorname{sh}^2 t)}{(\varepsilon^2 \operatorname{sh}^2 t + \lambda \operatorname{ch}^2 t)^{3/2}}, \quad (4.31)$$

Разом з тим при випинанні цей кут набуває малого приросту $\delta\zeta$, проте варіація

$$\delta k_y = 2(-k_1 + k_2) \sin \zeta \cos \zeta \delta \zeta = 0 \quad (4.32)$$

є зневажливо малою. Величина k_z , що використовується в рівняннях (4.16), (4.17) має особливий сенс, вона визначає обертання системи відліку $охуз$ навколо вектора $\mathbf{k}$, коли ця система рухається уздовж осової лінії L від точки s до точки $s + \Delta s$ та обчислюється за допомогою формули

$$k_z = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \Delta \psi / \Delta s. \quad (4.33)$$

Тут $\Delta \psi$ елементарний кут повороту вектора $\mathbf{i}$ навколо вектора $\mathbf{k}$.

Врахуємо, що $\varepsilon \gg 1$, $\lambda \gg 1$, а кривизна k_y мала. Тоді в околі передкритичного стану

$$k_z = \sin \varsigma \cos \varsigma / a = 0. \quad (4.34)$$

Для малих варіацій δv маємо

$$\delta k_z = d\delta v / ds. \quad (4.35)$$

Щоб визначити компоненти вектора $\mathbf{f}^{тяж}$, представимо його в системі відліку $oxyz$ (рис. 4.2)

$$\begin{aligned} \mathbf{f}^{тяж} = & -f^{тяж} \cos \beta \cos v \mathbf{i} + f^{тяж} (-\sin \beta \sin \varsigma + \cos \beta \sin v \cos \varsigma) \mathbf{j} + \\ & + f^{тяж} (-\sin \beta \cos \varsigma - \cos \beta \sin v \sin \varsigma) \mathbf{k}, \end{aligned} \quad (4.36)$$

де $\mathbf{f}^{тяж} = \pi(r_1^2 - r_2^2)(\gamma_{cm} - \gamma_{pid})g$; r_1, r_2 – зовнішній і внутрішній радіуси труби БК відповідно; $\gamma_{cm}, \gamma_{pid}$ – густини матеріалу і промивної рідини; $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ – прискорення вільного падіння.

В даному випадку $v = 0, \varsigma = 0$, тому

$$f_x^{тяж} = -f^{тяж} \cos \beta, \quad f_y^{тяж} = 0, \quad f_z^{тяж} = -f^{тяж} \sin \beta. \quad (4.37)$$

У збуреному стані величини v і ς набувають малих збурень δv і $\delta \varsigma = d\delta v / ds$, тому

$$\delta f_x^{тяж} = 0, \quad \delta f_y^{тяж} = f^{тяж} (-a \sin \beta d\delta v / ds + \cos \beta \delta v), \quad \delta f_z^{тяж} = 0 \quad (4.38)$$

З урахуванням рівностей (4.18), (4.19), (4.22), (4.26), (4.27), (4.31), (4.32), (4.34), (4.35) і (4.38) друге рівняння системи (4.16) і перше рівняння системи (4.17) можуть бути зведені до вигляду

$$\begin{aligned}
d\delta F_y / ds = -d\delta v / ds + F_z \left\{ a\delta v'' + \left[\frac{\dot{\beta}}{a_{11}} (\lambda \operatorname{ch} t \sin \beta - \varepsilon \operatorname{sh} t \cos \beta) \delta v \right] \right\} - \\
- f^{\text{тяж}} \left(-a \sin \beta d\delta v / ds + \cos \beta \delta v \right) \\
d\delta k_x / ds = \frac{1}{EI} \delta F_y - k_y d\delta v / ds,
\end{aligned} \tag{4.39}$$

в той час як ліві частини інших рівнянь систем (4.16) і (4.17) тотожно рівні нулю і повинні бути відкинуті.

Рівняння (4.39) доповнюються рівняннями (4.27) в формі

$$d\delta v' / ds = \frac{1}{a} \delta k_x - \frac{\dot{\beta}}{aa_{11}} (\lambda \operatorname{ch} t \sin \beta - \varepsilon \operatorname{sh} t \cos \beta) \delta v \tag{4.40}$$

і тотожністю

$$d\delta v / ds = \delta(v'). \tag{4.41}$$

Після відповідних підстановок системи рівнянь (4.39) – (4.41) зводяться до одного однорідного диференціального рівняння четвертого порядку

$$\begin{aligned}
EI \frac{d^4 \delta v}{ds^4} + \frac{EI}{a} \frac{d^2}{ds^2} \left\{ \frac{\dot{\beta}}{a_{11}} \left[(\lambda \operatorname{ch} t \sin \beta - \varepsilon \operatorname{sh} t \cos \beta) + a\dot{\beta} \right] \delta v \right\} - \\
EI(\varepsilon^2 + \lambda^2) \frac{d^2}{ds^2} \left\{ \frac{\operatorname{sh} t \operatorname{ch} t}{(a_{11})^{3/2}} \frac{d\delta v}{ds} \right\} - F_z \frac{d^2 \delta v}{ds^2} + \frac{F_z(\varepsilon^2 + \lambda^2) \operatorname{sh} t \operatorname{ch} t}{(a_{11})^{3/2}} \frac{d\delta v}{ds} - \\
-F_z \frac{\dot{\beta}}{aa_{11}} \left[(\lambda \operatorname{ch} t \sin \beta - \varepsilon \operatorname{sh} t \cos \beta) + a\dot{\beta} \right] \delta v - \\
-f^{\text{тяж}} \left(-\sin \beta d\delta v / ds + \frac{\cos \beta}{a} \delta v \right) = 0 \quad 0 \leq s \leq S.
\end{aligned} \tag{4.42}$$

Характерна особливість і складність цього рівняння полягає в тому, що воно включає звичайні похідні по змінній t (позначені крапкою) і s

одночасно. У процесі реалізації розв'язання ця складність може бути подолана шляхом використання змінної s для формулювання рівняння (4.42), в той час як коефіцієнти цього рівняння мають виражатися у відповідних точках змінної s через змінну t . Перехід від одного параметра до іншого здійснюється за допомогою рівності (4.6).

Друга складність обумовлена необхідністю формулювати рівняння (4.42) в околі заданої функції осьової сили $F_z(s)$, яка заздалегідь невідома. Тому проблема розв'язується в два етапи. На першому етапі будується функція $F_z(s)$ для заданого значення $F_z(0)$ за допомогою рівняння (4.15). Потім, на другому етапі, ця функція вставляється в рівняння (4.42) і перевіряється його виродженість. Якщо це однорідне рівняння є виродженим, воно має ненульові розв'язки (власні форми), а відповідний стан є критичним (біфуркаційним). Тоді відповідна власна форма є формою випинання БК.

При цьому особлива увага має бути приділена чисельній реалізації описаного підходу. Вона переважно пов'язана з тим фактом, що проблема є сингулярно збуреною [19], і тому її розв'язки мають вигляд локалізованих крайових ефектів або внутрішніх зосереджених збурень. Положення цих збурень наперед невідомо, тому задача не може бути зведена до локального аналізу та має розв'язуватися на базі глобального підходу з пошуком розв'язків у всій області $0 \leq s \leq S$ довжини БК.

Як зазначено вище, найбільші труднощі поставленої задачі для рівняння (4.42) пов'язані з великою довжиною S БК і її малою згинальною жорсткістю. Щоб прокоментувати це твердження, використовуємо підхід, прийнятий в [19,32] для обґрунтування сингулярно збурених систем, і проаналізуємо рівняння (4.42) при обраних значеннях параметрів $E = 2,1 \cdot 10^{11}$ Па, $I = 1,564 \cdot 10^{-5} \text{ м}^4$. Для простоти міркувань покладемо $S = 10000 \text{ м}$, тоді рівняння (4.42) має бути проінтегровано по s в області $0 \leq s \leq 10000$. Однак незвично інтегрувати диференціальне рівняння в такому діапазоні, тому шляхом зміни масштабу параметра s перейдемо до нової незалежної змінної

θ . Будемо, наприклад, вимірювати довжину БК в кілометрах (хоча всі інші характеристики БК, включаючи її згинальну жорсткість EI , залишимо незмінними). Тоді можемо написати $s=1000\theta$, де $0 \leq \theta \leq \Theta$ і $\Theta=10$. У цьому випадку рівняння (4.42) може бути перетворено наступним чином.

$$\begin{aligned} & \frac{EI}{10^{12}} \frac{d^4 \delta v}{d\theta^4} + \frac{EI}{10^6 a} \frac{d^2}{d\theta^2} \left\{ \frac{\dot{\beta}}{a_{11}} \left[(\lambda \operatorname{ch} t \sin \beta - \varepsilon \operatorname{sh} t \cos \beta) + a\dot{\beta} \right] \delta v \right\} - \\ & EI(\varepsilon^2 + \lambda^2) \frac{d^2}{10^6 d\theta^2} \left\{ \frac{\operatorname{sh} t \operatorname{ch} t}{(a_{11})^{3/2}} \frac{d\delta v}{10 d\theta} \right\} - F_z \frac{d^2 \delta v}{10^6 d\theta^2} + \\ & \frac{F_z(\varepsilon^2 + \lambda^2) \operatorname{sh} t \operatorname{ch} t}{(a_{11})^{3/2}} \frac{d\delta v}{10^3 d\theta} + f^{\text{тяж}} \sin \beta \frac{d\delta v}{10^3 d\theta} - F_z \frac{\dot{\beta}}{a a_{11}} \times \\ & \times \left[(\lambda \operatorname{ch} t \sin \beta - \varepsilon \operatorname{sh} t \cos \beta) + a\dot{\beta} \right] \delta v - f^{\text{тяж}} \frac{\cos \beta}{a} \delta v = 0 \quad 0 \leq \theta \leq \Theta. \end{aligned} \quad (4.43)$$

Тепер можна бачити, що в цьому рівнянні коефіцієнт перед четвертою похідною дуже малий, в той час як два його наступних члени залишилися незмінними. З цієї причини два цих члени відіграють набагато більш істотну роль в порівнянні з першою складовою. Однак цей перший член відкинути не можна, оскільки в такому випадку зміниться структура рівняння (4.43) і воно стане описувати зовсім інше явище.

Але рівняння (4.43) в області ($0 \leq \theta \leq 10$) і рівняння (4.42) в області ($0 \leq s \leq 10000$) повністю еквівалентні. Тому знову важливість першого члена в рівнянні (4.42) зневажливо мала в порівнянні з іншими членами. Однак і на цей раз цим членом не можна нехтувати оскільки, якщо його відкинути, то частина, що залишилася в рівнянні (4.42) стане описувати рівновагу троса, який не може випинати. На практиці, як правило, БК поведуться подібно до тросів, тому англійською мовою їх називають «drill strings» (бурильні струни), а не бурильні стрижні. У той же самий час, якщо колона починає втрачати стійкість, в зоні випинання вона еквівалентна пружному стрижню.

У прикладній математиці рівняння з малим коефіцієнтом перед старшою похідною називається сингулярно збуреним [19]. Як правило, задачі такого виду, є погано обумовлені, вони мають нерегулярні розв'язки, що розгалужуються. У даній роботі для її аналізу використовується метод скінчених різниць. При його реалізації довжина бурильної колони розбивається на n скінченно-різних частин $\Delta s = S / n$ і в кожній вузловій точці s_i похідні від δv по s замінюються їх скінченно-різницевиими аналогами. Таким чином рівняння (4.42), дискретизоване в кожній точці s_i ($1 \leq i \leq n$), дозволяє побудувати систему лінійних алгебраїчних рівнянь. Випинання цієї системи визначає наближені значення функцій $\delta v(s)$ в точках s_i . Для реалізації чисельного моделювання розроблено спеціальне математичне забезпечення. Воно складається з програмних блоків, які готують вихідні дані, виконують геометричне моделювання деталей свердловини і встановлюють відповідність між параметрами s і t , задають вихідні навантаження та обчислюють внутрішню осьову силу $F_z(s_i)$ в усіх вузлах скінченно-різницевої області, конструюють скінченно-різницеві рівняння для заданих навантажень і сили $F_z(s_i)$, розв'язують систему алгебраїчних рівнянь і обчислюють детермінант матриці, після чого знаходять стан в якому детермінант змінює свій знак, переходячи через нульове значення. Цей стан є критичним, а відповідна власна форма матриці являє собою форму випинання. Далі програма обробляє результати обчислень і будує графіки знайдених функцій.

При обчисленнях діапазон $0 \leq s \leq S$ розбивався на 1000 кінцево-різницевих кроків Δs . Чисельні результати перевірялися з подвоєним числом звичайно-різницевих поділів. Тестування підтвердило достатню точність розрахунків.

4.2 Аналіз результатів комп'ютерного моделювання

Для встановлення загальної закономірності випинання БК в криволінійних свердловинах були обрані їх траєкторії з різними обрисами і розмірами. Розглянуті приклади дозволяють виявити загальні особливості явищ випинання БК в криволінійних свердловинах. Одна з них полягає в можливості втрачати стійкість з утворенням гармонійних вейвлетів в найнесподіваніших місцях довжини БК. Вона обумовлена початковою невизначеністю осьової сили тертя $f_z^{тер}(s)$, що генерується при операціях спуску або підйому колони. При її дії спільно з розподіленою силою тяжіння $f_z^{тяж}(s)$ і крайовою осьовою силою $F_z(0)$ при $s=0$ колона може бути частково стиснута, частково розтягнута, що так само ускладнює її аналіз. Щоб вивчити ці нюанси для дослідження були обрані свердловини з різними нахилами траєкторій.

Відповідно з рівняннями (4.1) і вибраними значеннями параметрів ε , l та h вісь свердловини являє собою квадратну гіперболу з вертикальною дотичною у верхній точці $s=S$ і дотичною, яка прямує до прямолінійної асимптоти, на її нижньому кінці $s=0$ (рис. 4.1). БК шарнірно закріплена на обох кінцях.

Було вивчено вплив параметрів l , h і кута $\beta(0)$ нахилу свердловини в її нижній точці на критичні значення $F_z^{кр}(0)$ осьової стискаючої сили $F_z(0)$ при наступних значеннях параметрів системи: $E = 2,1 \cdot 10^{11}$ Па, $\gamma_{cm} = 7,8 \cdot 10^3$ кг/м³, $\gamma_{pid} = 1,3 \cdot 10^3$ кг/м³, $d_1 = 0,1683$ м, $d_2 = 0,1483$ м, $a = 0,08$ м, $\mu = 0$, і $0,3$.

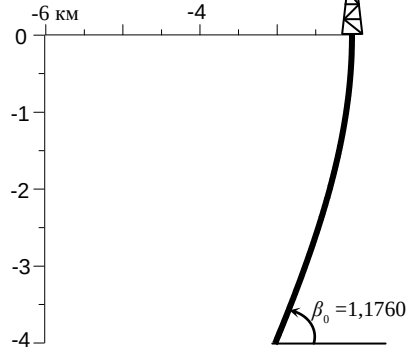
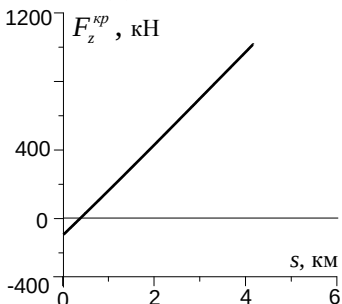
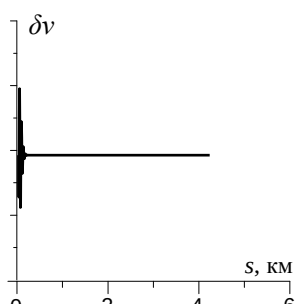
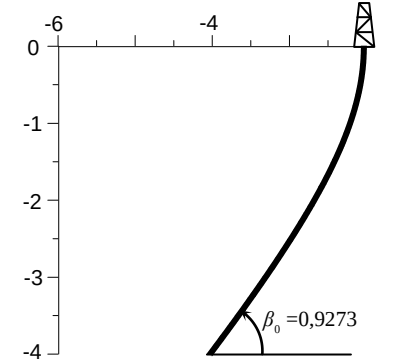
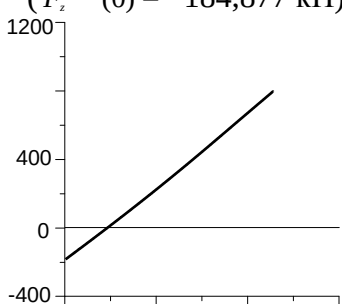
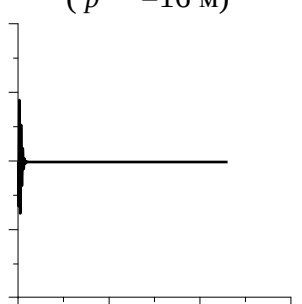
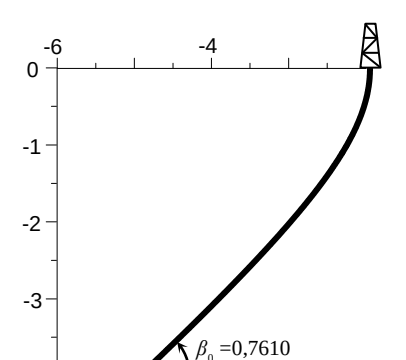
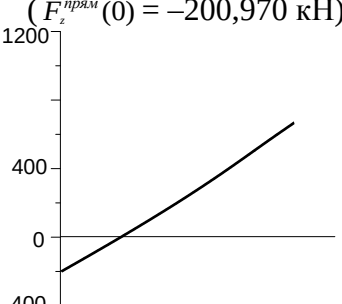
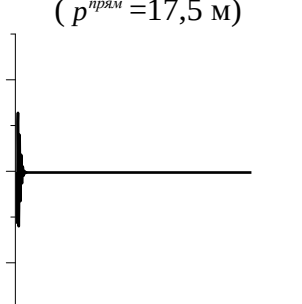
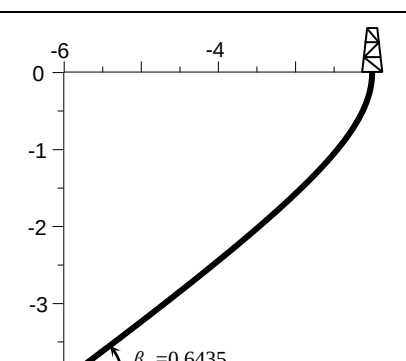
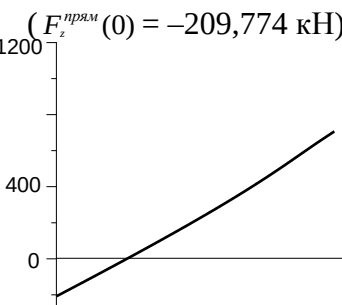
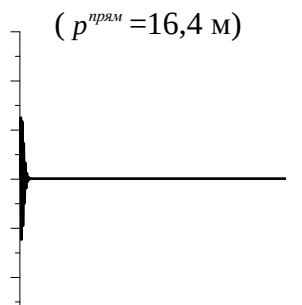
Результати дослідження свідчать про те, що, якщо $\mu = 0$, то випинання БК відбувається в околі кінця $s=0$ подібно до критичної поведінки колони в прямолінійній свердловині з кутом нахилу β , рівним куту $\beta(0)$ вихідної криволінійної свердловини. В цьому випадку критичні навантаження і форми втрати стійкості обох систем майже збігаються, і при біфуркаційному аналізі

стає можливим замінити дослідження випинання криволінійної БК відповідним аналізом похилої прямолінійної свердловини.

Однак це явище зазнає змін, якщо враховується вплив сил тертя. Як виявилось, фрикційні ефекти сприяють істотному перерозподілу внутрішньої осьової сили $F_z(s)$, а також еволюції власних функцій і форм втрати стійкості, і зміщенню місць їх виникнення. Проте, як показано нижче, спостерігаються деякі закономірності, пов'язані з кутом $\beta(0) = \beta_0$ і коефіцієнтом тертя $\mu = 0,3$, і кутом тертя $\beta^{тер} = \arctg \mu = 0,29145679 \approx 16,699^\circ$.

Результати обчислень показують, що явище випинання приймає різко виражену форму крайового ефекту, якщо $\beta_0 > \beta^{тер}$. У таблиці 4.1 наведені дані обчислення для випинання БК в каналі свердловини з подйомистою траєкторією. Чотири розглянутих типи геометрії відносяться до свердловин однакової глибини $h = 4000$ м і розрізняються значеннями параметра горизонтального віддалення l , яке становить 1 кілометр (задача 1), 2 кілометри (задача 2), 3 кілометри (задача 3) і 4 кілометри (задача 4). У лівій колонці таблиці представлені схеми обрису свердловини. Графіки критичних осьових функцій $F_z^{kp}(s)$ показані в середній колонці. Як випливає з діаграм, ці сили додатні (розтягуючі) в верхніх частинах БК і від'ємні (стискаючі) в її нижніх зонах. Відповідні значення критичної (екстремальної) стискаючої сили $F_z^{kp}(0)$ на нижньому кінці $s = 0$ колони показано у верхньому правому куті у відповідній колонці. Можна бачити, що чим менше кут нахилу $\beta(0)$, тим більша величина критичної сили $F_z^{kp}(0)$. Цей ефект можна пояснити тим фактом, що зі зменшенням цього кута контактна сила, що притискає БК до стінки свердловини, збільшується і запобігає випинанню колони.

Таблиця 4.1 – Характеристики втрати стійкості БК в підйомистих свердловинах

Задача №	Осьова лінія свердловини	Функції $F_z^{кр}(s)$ критичної сили	Форма $\delta v(s)$ випинання
1		$F_z^{кр}(0) = -152,337 \text{ кН}$ $(F_z^{прям}(0) = -151,185 \text{ кН})$ 	$p^{крив} = 10,87 \text{ м}$ $(p^{прям} = 12,2 \text{ м})$ 
2		$F_z^{кр}(0) = -185,471 \text{ кН}$ $(F_z^{прям}(0) = -184,877 \text{ кН})$ 	$p^{крив} = 16,30 \text{ м}$ $(p^{прям} = 16 \text{ м})$ 
3		$F_z^{кр}(0) = -201,075 \text{ кН}$ $(F_z^{прям}(0) = -200,970 \text{ кН})$ 	$p^{крив} = 17,39 \text{ м}$ $(p^{прям} = 17,5 \text{ м})$ 
4		$F_z^{кр}(0) = -209,565 \text{ кН}$ $(F_z^{прям}(0) = -209,774 \text{ кН})$ 	$p^{крив} = 17,39 \text{ м}$ $(p^{прям} = 16,4 \text{ м})$ 

Представляє інтерес підтвердження отриманих результатів шляхом порівняння їх з іншими теоретичними даними. Беручи до уваги, що до цих пір проблема глобальної стійкості БК в криволінійній свердловині не завершена, виявляється більш зручним розгляд деяких окремих випадків, зокрема, як зазначено вище, коли обрис гіперболічної лінії L колони наближається до прямої на нижній ділянці свердловини, де функція $F_z(0)$ екстремальна. Тоді, цілком природно, що в цьому випадку випинання БК повинно відбуватися значною мірою аналогічно її втраті стійкості в похилому прямолінійному каналі. Щоб протестувати це припущення, виконані розрахунки випинання БК в похилих прямолінійних каналах за допомогою наведеного в розділі 2 рівняння

$$\delta y^{IV} + \left[-\frac{f^{тяж}(\cos \beta - \mu \sin \beta)}{EI}(S-s) + \frac{R}{EI} \right] \delta y'' + \frac{f^{тяж}(\cos \beta - \mu \sin \beta)}{EI} \delta y' + \frac{f^{тяж} \sin \beta}{aEI} \delta y = 0 \quad (4.44)$$

Тут $\delta y(s) = a\delta v(s)$.

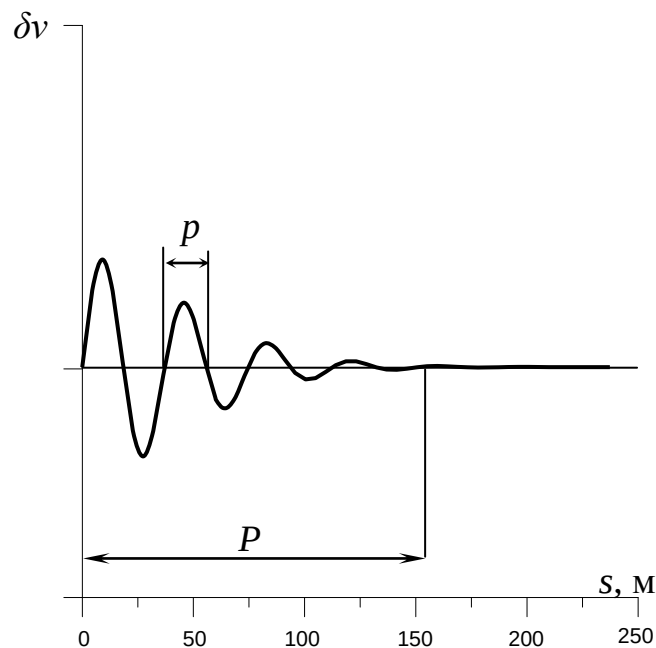


Рисунок 4.3 – Крайовий ефект втрати стійкості БК в збільшеному масштабі (задача 1 в таблиці 4.1)

Критичні значення крайових осьових сил $F_z^{прям}(0)$ для прямолінійних БК, відповідних випадків наведені (в середній колонці таблиці 4.1). Як впливає з порівняння, результати обчислень добре узгоджуються.

Що стосується форм випинання БК, вони проявляють властивість сингулярно збурених структур, які відчувають короткохвильові біфуркації в граничних зонах (див. праву колонку таблиці 4.1). Щоб проаналізувати ці форми більш детально на рис. 4.3 показаний в більшому масштабі фрагмент функції $\delta v(s)$ для проблеми 1. На проміжку $0 \leq s \leq 0.25$ км вона являє собою спадну гармоніку з кроком p .

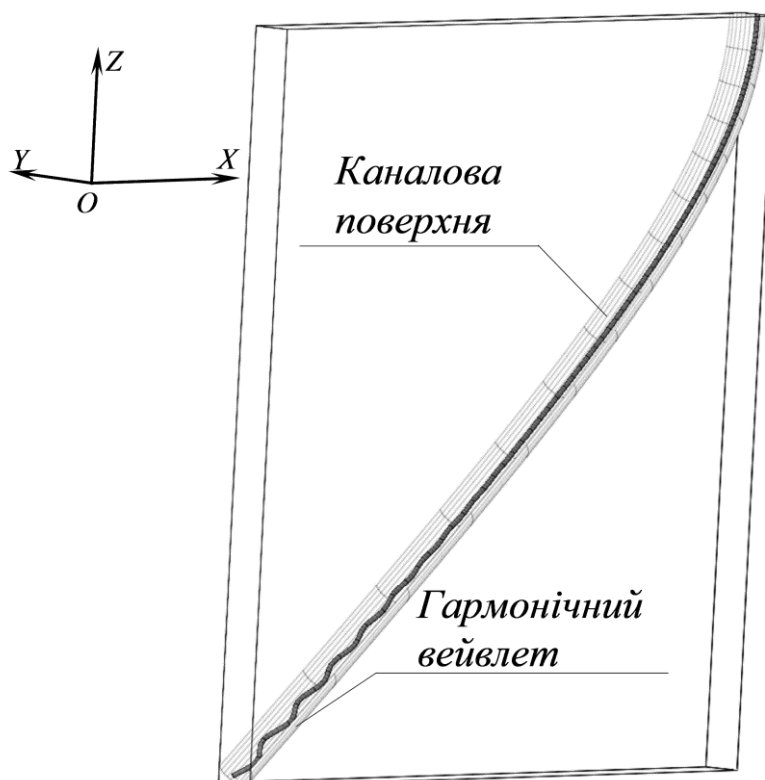
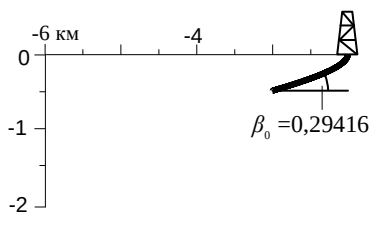
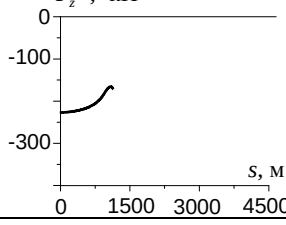
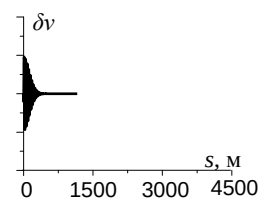
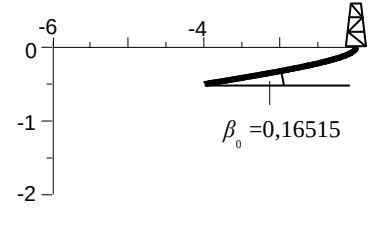
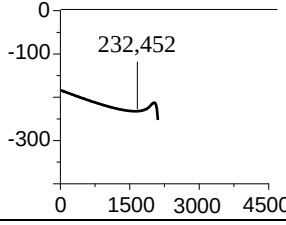
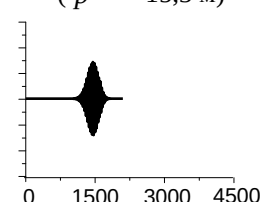
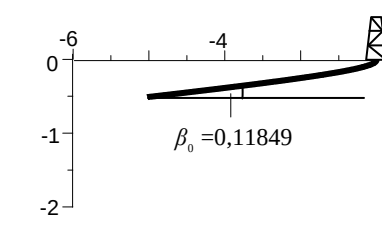
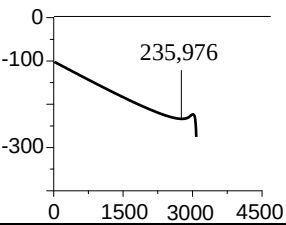
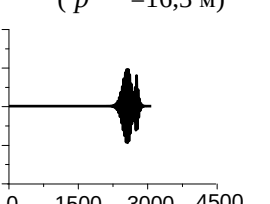
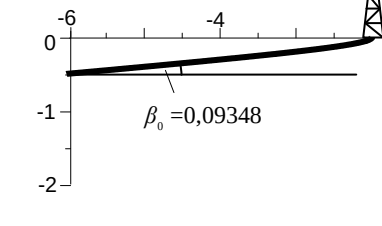
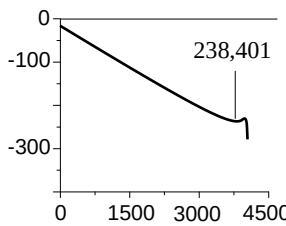
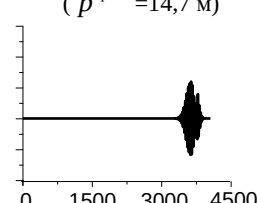


Рисунок 4.4 – Схематичне зображення випинання БК в подійомистій свердловині

Щоб отримати більш детальне уявлення про властивості ефекту випинання, в правій колонці таблиці 4.1 наведені значення кроків $p^{крив}$ і $p^{прям}$ (в дужках) для криволінійних і прямолінійних каналів відповідно. Їх відповідність дозволяє ще раз підтвердити висновок про те, що критичне

випинання БК в підйомистому криволінійному каналі відбувається подібно до того, як воно має місце в прямолінійному каналі з тим же самим кутом нахилу β_0 . Рис. 4.4 являє собою схематичне зображення форми випинання БК в підйомистих свердловинах. Ця ілюстрація полегшує розуміння особливостей біфуркаційної втрати стійкості.

Таблиця 4.2 – Характеристики втрати стійкості БК в неглибоких свердловинах

Задача №	Осьова лінія свердловини	Функції $F_z^{кр}(s)$ критичної сили	Форма $\delta v(s)$ випинання
5		$F_z^{кр}(0) = -227,340 \text{ кН}$ $(F_z^{прям}(0) = -225,229 \text{ кН})$ 	$p^{крив} = 16,6 \text{ м}$ $(p^{прям} = 16,3 \text{ м})$ 
6		$F_z^{кр}(0) = -183,999 \text{ кН}$ $(F_z^{прям}(0) = -229,981 \text{ кН})$ 	$p^{крив} = 15,9 \text{ м}$ $(p^{прям} = 15,3 \text{ м})$ 
7		$F_z^{кр}(0) = -104,552 \text{ кН}$ $(F_z^{прям}(0) = -230,799 \text{ кН})$ 	$p^{крив} = 17,05$ $(p^{прям} = 16,3 \text{ м})$ 
8		$F_z^{кр}(0) = -16,894 \text{ кН}$ $(F_z^{прям}(0) = -227,954 \text{ кН})$ 	$p^{крив} = 15 \text{ м}$ $(p^{прям} = 14,7 \text{ м})$ 

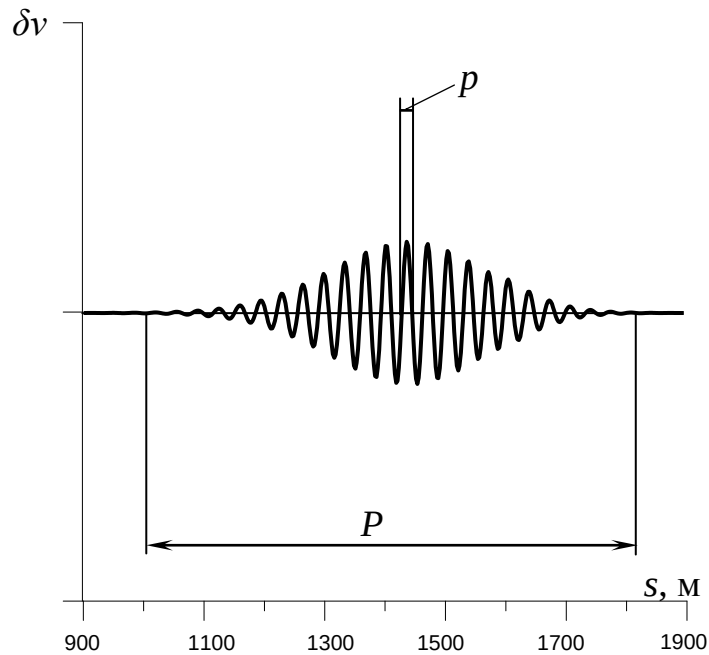


Рисунок 4.5 – Гармонічний вейвлет режиму втрати стійкості БК (задача 6 в таблиці 4.2)

Однак зазначена закономірність змінюється принципово зі зменшенням кута $\beta(0)$, коли він стає менше ніж кут тертя $\beta^{тер} = \arctg \mu = 0,29145679 \approx 16,699^\circ$. У таблиці 4.2 представлені основні характеристики випинання БК в пологих свердловинах. Задачі 5-8 відносяться до випадків в яких глибина свердловини мала одну і ту ж величину ($h = 0,5$ км) в той час як їх горизонтальні віддалення змінювалися від $l = 1$ км (задача 5) до $l = 4$ км (задача 8), для задачі 5 кут β_0 все ще перевищує $\beta^{тер}$ і мінімальне значення функції $F_z(s)$ має місце при $s = 0$. Тому явище сингулярного збурення реалізується в формі крайового ефекту. Якщо $\beta_0 < \beta^{тер}$ (задачі 6-8), роль сили тертя перевищує значення сил тяжіння і максимальне значення стискаючої осьової сили досягається всередині довжини БК (див. середню колонку таблиці 4.2). Відповідно до цього, системи виявляються внутрішніми сингулярно збуреними, а форми випинання набувають вигляду гармонійного вейвлета з кроком p і шириною

P (див. рис. 4.5 для задачі 6 в таблиці 4.2), який зміщується до верхніх країв бурильних колон (див. праву колонку таблиці 4.2). Рис. 4.6 схематично ілюструє варіації форм втрати стійкості в залежності від фрикційного ефекту. Так, якщо сили тертя малі, такі, що ними можна знехтувати (наприклад, коли БК нерухома, а рухомі потоки промивної рідини усувають фрикційні ефекти), форма втрати стійкості являє собою крайовий ефект (рис. 4.6 а). Разом з тим, при виконанні операції спуску БК формуються сили тертя і біфуркаційні вейвлети зміщуються всередину області свердловини (рис. 4.6 б). Якщо фрикційна взаємодія стає більш інтенсивною, вейвлет зміщується вище (рис. 4.6 в). Однак при цьому максимальне значення $F_z^{тер}(s)$ реалізуються в середніх точках біфуркаційних вейвлетів і їх значення суттєво не змінюються.

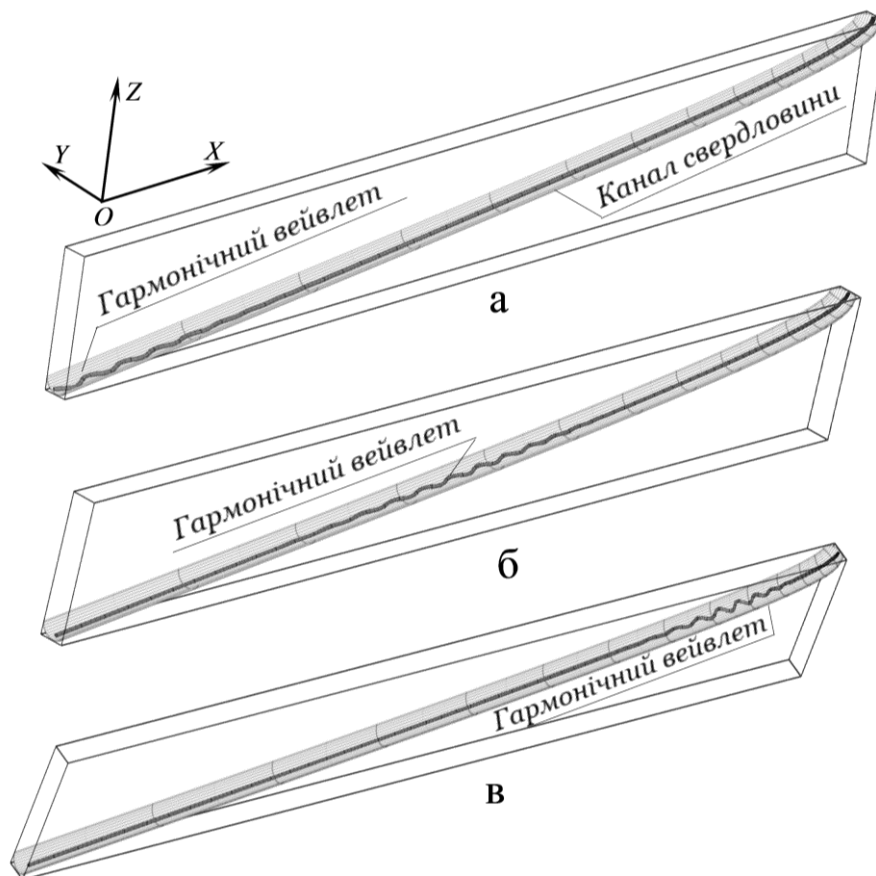


Рисунок 4.6 – Зсув біфуркаційного вейвлета в залежності від фрикційного ефекту в неглибоких свердловинах: $\mu = 0$ (а); $\mu = 0.3$ (б); $\mu = 0.4$ (в).

З отриманих результатів можна зробити висновок, що якщо свердловина має підйомисту траєкторію і кут її нахилу в нижній зоні перевищує кут тертя, випинання БК відбувається в формі крайового ефекту, подібно до того, як це має місце в прямолінійній свердловині з тим же кутом нахилу. В цьому випадку біфуркаційний аналіз може бути виконаний з використанням теорії БК в прямолінійній похилій свердловині. Однак ефект випинання локалізується всередині БК, коли кут нахилу свердловини на її нижній ділянці менше кута тертя. Щоб проаналізувати втрату стійкості і випинання БК в цій ситуації, повинен бути використаний запропонований нами підхід до проблеми згинання БК в криволінійних каналах.

4.3 Висновки до розділу 4

В розділі 4 розроблена методика глобального аналізу випинання бурильної колони в каналі криволінійної свердловини зі змінними геометричними параметрами, з урахуванням та без врахування фактору тертя.

1. Розроблена математична модель втрати стійкості бурильної колони в свердловині з осьюовою лінією загальної геометрії. Врахована можливість зміни її геометричних характеристик (кута нахилу та кривини) вздовж траєкторії.

2. Обговорюються геометричні властивості відповідних каналових поверхонь із застосуванням методів диференціальної геометрії. Показано, що для цих випадків, параметри зовнішньої та внутрішньої геометрії каналових поверхонь мають складну структуру і тому для них виведення диференціальних рівнянь втрати стійкості в загальній формі пов'язане з великими теоретичними труднощами. У зв'язку з цим запропонований підхід, який базується на безпосередній побудові лінеаризованих рівнянь стійкості бурильної колони.

3. Побудовані диференціальні рівняння втрати стійкості колони в каналі свердловини з гіперболічною осьовою лінією, що має змінні параметри геометрії. Запропонована методика обчислення власних значень цих рівнянь та побудови їх власних форм.

4. Виконано дослідження загальних закономірностей втрати стійкості в каналі свердловини з гіперболічною траєкторією, що використовується на практиці для моделювання реальних криволінійних свердловин. Продемонстровано, що в залежності від значень її геометричних характеристик та коефіцієнта тертя випинання колони може відбуватися в її крайовій зоні, або на внутрішніх ділянках з утворенням локалізованих високочастотних вейвлетів. Відмічено, що встановлені закономірності узгоджуються з загальними положеннями теорії сингулярно збурених систем.

5. Результати досліджень даного розділу викладено у наступних публікаціях [72].

ВИСНОВКИ

У дисертаційній роботі поставлені та розв'язані нові актуальні наукові задачі про моделювання процесів втрати стійкості бурильних колон в криволінійних каналах глибоких свердловин при різних значеннях їх геометричних параметрів і врахуванні фактору тертя.

Основні наукові та практичні результати полягають в наступному:

1. На базі огляду вітчизняних та закордонних публікацій зроблено висновок, що до теперішнього часу відсутні теоретичні методи моделювання явищ біфуркаційного випинання бурильних колон в каналах криволінійних свердловин. Є лише інженерні підходи, що базуються на застосуванні спрощених припущень про геометрію свердловини та характер випинання, а також про контактну взаємодію між колоною та стінкою свердловини. Як правило, розглядаються тільки прямолінійні свердловини, а форма втрати стійкості задається (вгадується).

2. Зроблено висновок, що основною причиною відсутності в науковій літературі постановок і розв'язків задач визначення критичних станів БК є їх суттєва складність, яка зумовлена великою довжиною колони, та ефектами контактної взаємодії між колоною та стінкою свердловини. У зв'язку з чим поставлені крайові задачі на власні значення стають сингулярно збуреними, а диференціальні рівняння, що їх описують, набувають так звану "обчислювальну жорсткість", що істотно ускладнює методику їх розв'язання. Відмічена особлива роль фрикційних ефектів в загальному балансі критичних впливів на колону, які сприяють виникненню прихватів і інваріантних станів бурильних колон в криволінійних свердловинах

3. У дисертації запропоновані нові математичні моделі та розроблені нові методи теоретичного дослідження процесів випинання бурильних колон в каналах криволінійних свердловин. Вони базуються на виборі для їх опису теорії гнучких криволінійних стрижнів. Використання даної теорії спільно з застосуванням методів диференціальної геометрії, теорії каналових

поверхонь та спеціальних систем відліку (рухомих триєдрів) дало можливість розділити шукані змінні та окремо знаходити їх в певній послідовності. В результаті проміжного виключення з рівнянь невідомих реакцій в'язей (сил контактної взаємодії між колоною та стінкою свердловини) вдалося побудувати нову (модифіковану) модель деформування гнучких криволінійних стрижнів в криволінійних каналах, в якій фігурує лише одна шукана змінна, при цьому порядок диференціальних рівнянь знижено з дванадцятого до четвертого.

4. Методами будівельної механіки аналізу стійкості пружних систем побудовані лінеаризовані однорідні рівняння (безфрикційна та фрикційна моделі) біфуркаційного випинання бурильної колони в каналах свердловин з прямолінійною, коловою та криволінійною загального вигляду осьовими лініями.

5. Виконані чисельні дослідження стійкості бурильних колон в прямолінійних та кругових каналах, а також в каналах зі змінними значеннями умов нахилу та кривин їх осьових ліній для різних величин глибини свердловини та її віддалень від бурильної установки, а також різних величин коефіцієнта тертя. Знайдені критичні значення зовнішніх впливів та побудовані форми втрати стійкості.

6. Доведено, що якщо кут нахилу β траєкторії свердловини в її нижній зоні перевищує значення кута тертя $\arcsin \mu$ колони об її стінку, то форма втрати стійкості має вигляд коротко хвильового крайового ефекту. Для свердловин з кутом нахилу нижньої ділянки, меншим кута тертя, форми втрати стійкості мають вигляд високочастотних вейвлетів, зміщених в верхню зону траєкторії свердловини. Помічений також суттєвий вплив на формоутворення біфуркаційної моди фактору тертя, що сприяє непередбаченому перерозподілу зон втрати стійкості.

7. Отримані результати є новими, вони можуть бути використані в практиці буріння глибоких свердловин на етапах їх проектування та проходки.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Андрусенко, О.М. Геометричне моделювання геодезичних кривих на каналових поверхнях / О.М. Андрусенко, Н.В. Шлюнь // Вісник НТУ. – 2012. – №. 26. Частина 2. – С. 396 – 400.
2. Алфутов, Н.А. Основы расчета на устойчивость упругих систем / Н.А. Алфутов. – М.: Машиностроение, 1978. – 312 с.
3. Барский, И.Л. Об устойчивости сжато - растянутого упругого стержня / И.Л. Барский // В сб.: Исследования по устойчивости и теории колебаний. Ярославль, Государственный университет. – 1982. – С. 42 – 48.
4. Бидерман, В.Л. Механика тонкостенных конструкций / В.Л. Бидерман. – Москва “Машиностроение”. – 1977. – 488 с.
5. Васильева, А.Б. Сингулярно возмущенные уравнения в критических случаях / А.Б. Васильева, В.Ф. Бутузов. – М.: Изд. МГУ. – 1978.
6. Вудс, Г. Искривление скважин при бурении / Г. Вудс, А. Лубинский. – М.: Гостоптехиздат. – 1960. – 161 с.
7. Гайдайчук, В.В. Прочность конструкций обсадных колонн под действием нагрузок гидроразрыва / В.В. Гайдайчук, С.Н. Худолий, Н.В. Шлюнь // Будівельні конструкції. – Міжвідомчий науковий збірник. – Київ. ДП НДІБК. – 2016. –Вип. 83. Кн. 2. – С.333 – 338.
8. Григулецкий, В.Г. К исследованию продольного изгиба бурильной колонны с центраторами при роторном и турбинном бурении / В.Г. Григулецкий // Изв. вузов. Нефть и газ. – 1989. – №1. – С. 28–33.
9. Григулецкий, В.Г. О результатах А. Лубинского и энергетическом подходе при решении задачи статического изгиба колонны бурильных труб в скважине / В.Г. Григулецкий // Изв. вузов. Нефть и газ. – 1977. – №2. – С. 33 – 36.
10. Гуляев, В.И. Закритические состояния бурильных колонн в прямолинейных цилиндрических скважинах / В.И. Гуляев, С.Н. Худолий, Л.В. Гловач // Промислове будівництво та інженерні споруди. – 2008. – № 2. – С. 13 – 17.

11. Гуляев, В.И. Квазистатические бифуркационные состояния вертикальных колонн сверхглубокого бурения / В.И. Гуляев, В.В. Гайдайчук, И.В. Горбунович // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. – 2010. – №5. – С. 57 – 65.
12. Гуляев, В.И. Квазистатические критические состояния колонн глубокого бурения / В.И. Гуляев, В.В. Гайдайчук, И.Л. Соловьев, И.В. Горбунович // Проблемы прочности. – 2006. – № 5. – С. 109 – 119.
13. Гуляев, В.И. Критические состояния бурильных колонн в каналах наклонно направленных скважин / В.И. Гуляев, О.М. Андрусенко Н.В. Шлюнь // Механика твердого тела. – 2016. – №1. – С. 174 – 185.
14. Гуляев, В.И. Устойчивость нелинейных механических систем / В.И. Гуляев, В.А. Баженов, Е.А. Гоцуляк // Львов : Вища школа. – Изд.-во при Львов ун-те. – 1982. – 255 с.
15. Гуляев, В.И. Теоретическое моделирование наименее энергозатратных режимов бурения сверхглубоких криволинейных скважин. / [В.И. Гуляев, В.В. Гайдайчук, О.М. Андрусенко, Н.В. Шлюнь] // Промислове будівництво та інженерні споруди. – 2014. № 1. – С. 10–16
16. Гуляев, В.И. Упругое деформирование, устойчивость и колебания гибких криволинейных стержней / Гуляев В.И., Гайдайчук В.В., Кошкин В.Л. – К. : Наукова думка, 1992. – 344 с.
17. Гуляев, В.И. Елементи теорії поверхонь / В.И. Гуляев, І.В.Горбунович, Л.В. Гловач // К.: Видавництво РВВ НТУ. – 2011. – 239 с.
18. Гуляев, В.И. Інваріантні стани бурильних колон в каналах криволінійних свердловин / В.И. Гуляев, Н.В. Шлюнь // Вісник НТУ. – 2013. – №. 28. Частина 2. – С. 116 –123.
19. Динник, А.Н. Избранные труды. К.: АН УССР, 1958. – Т.3. – 308 с.
20. Кадиров, Н.Б. К вопросу устойчивости колонны бурильных труб / Н.Б. Кадиров, Т.А. Садыхов // Изв. вузов. Нефть и газ. – 1997. –№5. – С. 21–25.
21. Зиненко, В.П. Направленное бурение / В. П. Зиненко. – М.: Недра, 1990. – 151 с.

22. Мислюк, М.А. Буріння свердловин. Т.3. Вертикальне та скероване буріння / Мислюк М.А., Рибчич І.Й., Яремійчук Р.С. – К. : Інтерпрес ЛТД, 2004. – 294 с.
23. Орыняк, И.В. Прочность трубопроводов с дефектами / И.В. Орыняк. – К.: Наукова думка, 2012. – 445 с.
24. Пат. 81077 Україна, МПК Е 21В 7/06, Е 21В 19/00 Спосіб мінімізації енерговитрат і аварій при проведенні спуско-підіймальних операцій в процесі буріння похилоскерованих свердловин / [В.І. Гуляєв, П.З. Луговой, О.М. Андрусенко, Н.В Шлюнь.]; заявник та власник і-т механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України. –№ у 2012 12876 12.11.2012: опубл. 25.06.2013, Бюл. №12.
25. Пат. 89561 Україна, МПК Е 21В 7/06, Е 21В 19/00 Спосіб комп'ютерного визначення зони прихвату бурильної колони похило-скерованих свердловин / [В.І. Гуляєв, П.З. Луговой, О.М. Андрусенко, та ін.] заявник та власник і-т механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України/ –№ у 2013 13617 22.11.2013: опубл. 25.04.2014, Бюл. №8.
26. Перельмутер, А. В. Устойчивость равновесия конструкций и родственные проблемы / А. В. Перельмутер, В. И. Сливкер. – М.: Издательство СКАД СОФТ, 2010. – Т.1. – 704 с.
27. Перельмутер, А. В. Устойчивость равновесия конструкций и родственные проблемы / А. В. Перельмутер, В. И. Сливкер. – М.: Издательство СКАД СОФТ, 2010. – Т.2. – 672 с.
28. Перельмутер, А. В. Устойчивость равновесия конструкций и родственные проблемы / А. В. Перельмутер, В. И. Сливкер. – М.: Издательство СКАД СОФТ, 2011. – Т.3. – 400 с.
29. Погорелов, А.В. Дифференциальная геометрия / А.В. Погорелов. – М.: Наука, 1974. – 180 с.
30. Попов, Е.П. Нелинейные задачи статики тонких стержней. – Москва: ОГИЗ, 1948. – 178 с.
31. Рязанов, В.И. Направленное бурение глубоких скважин бурении / В.И. Рязанов. – Томск : Том. политехн. ун-т, 1999. – 84 с.

32. Светлицкий, В.А. Механика стержней / Светлицкий В.А. – М.: Высшая школа, 1987. – Ч.2: Динамика. – 304 с.
33. Сулакшин, С.С. Направленное бурение / С.С. Сулакшин – М.: Недра, – 1987. – 270 с.
34. Улитин, Г.М. Устойчивость бурильной колонны при кручении / Г.М. Улитин // Вибрации в технике и технологиях. – 2002. – №1. – С. 86 – 88.
35. Устойчивость периодических процессов в нелинейных механических системах / [В.И. Гуляев, В.А. Баженов, Э.А. Гоцуляк и др.]. – Львов: Вища школа, 1983. – 287 с.
36. Феодосьев, В.И. Избранные задачи и вопросы по сопротивлению материалов / В.И. Феодосьев. – М. : Наука. – 1967. – 237 с.
37. Фостер, Б. “Сетевые графики” улучшающие показатели бурения скважин с горизонтальным смещением забоя / Б. Фостер // Нефтегазовые технологии. – 2005. – № 3. – С. 19 – 24.
38. Циглер, Г. Основы теории устойчивости конструкций / Г. Циглер // М., Мир, 1971.–192с.
39. Чанг, К. Нелинейные сингулярно возмущенные краевые задачи / Чанг К, Хауэс Ф. // М., Мир. – 1988. – 247 с.
40. Чуи, К. Введение в вэйвлеты / К. Чуи // М.: Мир. – 2001. – 412 с.
41. Шлюнь, Н. Біфуркаційні стани бурильних колон у каналах криволінійних свердловин / Н. Шлюнь // 12-й Міжнародний Симпозіум Українських Інженерів-Механіків у Львові, 28-29 травня 2015 р., Львів – С. 30.
42. Шлюнь, Н.В. Вплив сили тертя на біфуркаційне випинання бурильних колон в прямолінійних свердловинах / Н.В. Шлюнь // Вісник НТУ. – 2016. – №. 1(34). – С. 561 –569.
43. Шлюнь, Н. Сингулярно возмущенные задачи выпучивания бурильных колон в каналах криволинейных скважин / Н. Шлюнь // Актуальные проблемы инженерной механики / Тезисы докладов III Международной научно-практической конференции. – Одесса: «Внешрекламсервис» – 2016. – С. 240 – 242.

44. Шлюнь, Н.В. Комп'ютерне моделювання випинання бурильних колон в каналах криволінійних свердловин. / Н.В. Шлюнь // Вісник НТУ. – 2015. – №. 1(31). – С. 574 –580.
45. Шлюнь, Н.В. Комп'ютерне моделювання стійкості бурильних колон в каналах криволінійних свердловин / Н.В. Шлюнь // Свідectво про реєстрацію авторського права на твір, комп'ютерна програма. – № 67052. – 09.08.2016.
46. Шлюнь Н.В. “STIFF-STRING” модель для комп'ютерного моделювання надзвичайних ситуацій при бурінні криволінійних свердловин / Н.В. Шлюнь // Міжнародна наукова конференція “Сучасні проблеми математичного моделювання та обчислювальних методів”. – Рівне: РДГУ, 2015. –182–183.
47. Analysis of wellbore instability in vertical, directional and horizontal wells using field data / [M.A. Mohiuddin, K. Khan, A. Abdulraheem, A. Al-Majed, M.R. Awall] // Journal of Petroleum Science & Engineering. – 2007. – V. 55. – P. 83 – 92.
48. An improved analysis of axial force along coiled tubing in inclined/horizontal wellbores / [S. Miska, W. Qiu, L.Volk, J.C. Cunha] // International conference on horizontal well technology, 18–20 November, Calgary, 1996. <http://dx.doi.org/10.2118/37056-MS>.
49. Barakat, Elie R. The effect of hydraulic vibrations on initiation of buckling and axial force transfer for helically buckled pipes at simulated horizontal wellbore conditions / Elie R. Barakat, Stefan Miska, N. Takach // IADC / SPE Drilling Conference, 20-22 February 2007, Amsterdam, Netherlands.
50. Challamel, N. Rock destruction effect on the stability of a drilling structure / N. Challamel // Journal of Sound and Vibration. – 2000. – V.233, №2.– P. 235–254.
51. Chang, K.W. Nonlinear Singular Perturbation Phenomena / K.W. Chang, F.A. Howes. – Springer-Verlag, New York, Berlin, Heidelberg, Tokyo, 1984.
52. Cheatham, JB Jr. Helical postbuckling configuration of a weightless column under the action of m axial load / JB Jr. Cheatham // Soc Pet Eng J. – 1984. – 24(4). – P.467–472.

53. Chen, Y. Tubing and casing buckling in horizontal wells (includes associated papers 21257 and 21308). / Y. Chen, Y. Lin, J.B. Cheatham // SPE J Pet Technol. – 1990. – 42(2). – P.140–191.
54. Civalek, O. Nonlinear analysis of thin rectangular plates on Winkler–Pasternak elastic foundations by DSC–HDQ methods / O. Civalek, // Appl. Math. Model. – 2007. – V.31. – P.606–624
55. Critical buckling load assessment of drill strings in different wellbores using the explicit finite element method. / [J.S. Daily, L. Ring M. Hajianmaleki et al.]/// SPE offshore europe oil and gas conference and exhibition, Aberdeen. – 2013.<http://dx.doi.org/10.2118/166592-MS>
56. Critical buckling of drill strings in curvilinear channels of directed bore-holes. / [V.I. Gulyayev, V.V. Gaidaichuk, E.N.Andrusenko, N.V.Shlyun] // Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2015. – Vol. 129, No 1/ – P. 168–177. (USA).
57. Critical states of drill columns in superdeep oil and gas boreholes / [V.I. Gulyayev, S.N. Hudoliy, I.V. Gorbunovich, L.V. Glovach] // The Second International Conference, NONLINEAR DYNAMICS, Kharkov, 2007. – P. 83 – 88.
58. Cunha, J.C. Buckling of tubulars inside wellbores: a review on recent theoretical and experimental works / J.C. Cunha // SPE Drilling and Completion. – 2004. – V. 19, № 1. – P. 13 – 19.
59. Dawson, R. Drill pipe buckling in inclined holes. / R. Dawson, P.R. Paslay //J Pet Technol. – 1984. – V.36(10). – P.1734–1738.
60. Differential “stiff-string” model for drag and torque simulation in deviated bore-holes. / [V.I. Gulyayev, V.V. Gaidaichuk, E.N. Andrusenko, N.V. Shlyun] // Нафтогазова промисловість України. – 2013. – № 6. – С. 17–19.
61. Gan, L. Nonlinear buckling analysis of tubular in a deviated well with differential quadrature element incremental iterative method / L.Gan, X. Wang, M. Tan // Chin. J. Comput. Phys. –2009. –V.26. – P.129–134 (in Chinese).

62. Gao, G.H. Analysis of frictional effect on the drill stem stability in horizontal wells / G.H. Gao, T.T. Li, Q.Li // J. Xi'An Pet. Inst. –1995. – V.10. – P.31–34 (in Chinese).
63. Gao, G.H. Buckling analysis of pipe string in a vertical borehole. / G.H. Gao, Q. Li, J. Zhang // J Xi'an Pet Inst. – 1996. – 11(1). – P.33–35 (in Chinese).
64. Gao, D.L. Buckling behavior of pipes in oil & gas wells. / D.L. Gao, F.W. Lui, B.Y. Xu. // Prog Nat Sci. – 2002. –12(2). – P.126–130 (in Chinese).
65. Gao, G.H. Dynamic buckling and snaking motion of rotating drilling pipe in a horizontal well. / G.H. Gao, S.Z. Miska // SPE J. – 2010b. –15(3). – P.867–877.
66. Gao, D.L. Down-hole tubular mechanics and its applications./ D.L. Gao // Dongy-ing: China University of Petroleum Press. – 2006 (in Chinese).
67. Gao, G.H. A review of down-hole tubular string buckling in well engineering / D.L. Gao, W.J. Huang // Petr. Sci.– 2015. –12(3). – P. 443–457.
68. Gao, G.H. Effects of friction on post–buckling behavior and axial load transfer in a horizontal well. / G.H. Gao, S.Z. Miska // SPE J. – 2010a. – 15(4). – P.1104 – 1118.
69. Gao, D.L. The post–buckling behavior of a tubular string in an inclined wellbore. / D.L. Gao, F.W. Liu // Comput. Model. Eng Sci. – 2013. – 90(1). – P.17–36.
70. Gulyayev, V. Computer Simulation of the Least Energy Consuming and Emergency-Free Regimes of Drilling of Hyper Deep Curvilinear Bore-Holes / V. Gulyayev, E. Andrusenko, N. Shlun // SPE Arctic and Extreme Environments Technical Conference and Exhibition. - Russia, Moscow, 15 – 17 October, 2013.
71. Guliaiev, V.I. Computer modelling of emergency states of drill strings in channels of deep bore–holes / V.I. Guliaiev, E.N. Andrusenko, N.V. Shlun // Celle Driling 2015, 14-15 September at Congress Union Celle, Germany [Электронный ресурс]. – Доступный з –http://www.celle-drilling.com/2015/upload/files/session_3_valery_guliaiev_abstract.pdf.

72. Shlyun, N.V. Global analysis of drill string buckling in the channel of a curvilinear bore-hole / V.I. Gulyayev, N.V. Shlyun // *Journal of Natural Gas Science and Engineering*. – 2017. – V.40. – P. 168 – 178.
73. Gulyayev, V.I. Influence of friction on buckling of a drill string in the circular channel of a bore hole / V.I. Gulyayev, N.V. Shlun // *Petroleum Science*. – 2016. – V. 13. – P. 698 – 711.
74. Gulyayev, V.I. Theoretical modelling of post – buckling contact interaction of a drill string with inclined bore-hole surface / V.I. Gulyayev, E.N. Andrusenko, N.V. Shlyun // *Structural Engineering and Mechanics*. – 2014. – Vol. 49, No 4. – P. 427–448.
75. Hakimi, H. Drillstring vibration analysis using differential quadrature method / H. Hakimi, S. Moradi // *J. Pet. Sci. Eng.* – 2010. – V.70. – P. 235–242.
76. He, X. Interactions between torque and helical buckling in drilling/ X. He, G.W. Halsey, A. Kyllingstad // *SPE annual technical conference and exhibition*. – 22–25 October, Dallas. 1995.<http://dx.doi.org/10.2118/166592-MS>
77. He, X. Helical buckling and lock-up conditions for coiled tubing in curved wells/ X. He, A. Kyllingstad // *SPE Drill Complet.* – 1995. –V.10(1). –P.10–15.
78. How drillstring rotation affects critical buckling load? / [S. Menand, H Sellami, Akowanou J, et al.] // *IADC/SPE drilling conference*, 4–6 March, Orlando, 2008.<http://dx.doi.org/10.2118/112571-MS>.
79. Huang, N.C. Helical buckling of a tube in an inclined well bore / N.C. Huang, P.D. Pattillo // *Int. J. Non-Linear Mech.* – 2000. – V.35. – P. 911 – 923.
80. Huang, W.J. Buckling analysis of tubular strings in horizontal wells/ W.J. Huang, D.L. Gao, F.W. Liu // *SPE J.* –2015a. –V.20(2). – 405–416. <http://dx.doi.org/10.2118/171551-PA>.
81. Huang, W.J. Helical buckling of a thin rod with connectors constrained in a cylinder / W.J. Huang, D.L. Gao // *Int J Mech Sci.* – 2014b. –V.84. –P.189–198.

82. Huang, W.J. Helical buckling of a thin rod with connectors constrained in a torus/ W.J. Huang, D.L. Gao // *Int J Mech Sci.* – 2015. –V.98. –P.14–28.456
Pet. Sci. – 2015. –V.12. –P.443–457
83. Huang, W.J. Local mechanical model of down-hole tubular strings constrained in curved wellbores / W.J. Huang, D.L. Gao, S.L. Wei // *J. Pet. Sci. Eng.* – 2015c. –V. 192. –P.233–242
84. Huang, W.J. Sinusoidal buckling of a thin rod with connectors constrained in a cylinder./ W.J. Huang, D.L. Gao // *J. Natl. Gas. Sci. Eng.* – 2014a. –V.18. –P.237–246.
85. Kwon, Young W. Analysis of helical buckling / Young W. Kwon // *SPE Drilling Engineering.* – June 1988. – P. 211 – 216.
86. Kyllingstad, A. Buckling of tubular strings in curved wells. *J Pet Sci. Eng.* – 1995. –V.12(3). –P.209–218
87. Lim, C.W. A spiral model for bending of non-linearly pretwisted helicoidal structures with lateral loading / C.W. Lim // *International Journal of Solids and Structures.* – 2003. – 40(16), P. 4257–4279.
88. Liu, F. Nonlinear buckling analysis of tubing in deviated wells by the finite element method / F. Liu, X. Wang // *Trans. N.U.A.A.* – 2004. –V. 21. –P. 36–42.
89. Lubinski, A. A study of the buckling of rotary drilling strings / A. Lubinski // *Am Pet. Inst.* – 1950. –V.224(1). –P.123–165.
90. Lubinski, A. *Developments in Petroleum Engineering*, V.1 Houston, TX, USA: Gulf Publishing Company, 1987. – 438 p.
91. Lubinski, A. Fatigue of range 3 drill pipe / A. Lubinski // *Revue de l'Inst Français du Petrole.* – 1977. –V.32(2). –P.209–232.
92. Lubinski, A. Helical buckling of tubing sealed in packers / A. Lubinski, W.S. Althouse // *J Pet Technol.* –1962. –V.14(6). –P.655–70.
93. Martinez, A. Experimental evaluation of the lateral contact force in horizontal wells / A. Martinez, S. Miska, E. Kuru // *J. Energy Resour. Technol.* –2000. – V. 122. – P.123–128.

94. McCann, R.C. Experimental study of curvature and frictional effects on buckling / R.C. McCann, P.V.R. Surayanarayana // OTC 7568. Presented at the 26th Annual Offshore Technology Conference, 2-5 May, Houston, TX
95. Miska, S. An analysis of helical buckling of tubulars subjected to axial and torsional loading in inclined wellbores / S. Miska, J.C.Cunha // SPE production operations symposium, 2–4 April, Oklahoma City, 1995. <http://dx.doi.org/10.2118/29460-MS>.
96. Mitchell, R.F. A buckling criterion for constant-curvature wellbores / R.F. Mitchell // SPE J. – 1999b. – V. 4(4). – P.349–352.
97. Mitchell, R.F. Buckling analysis in deviated wells: a practical method / R.F. Mitchell // SPE Drill Complet. – 1999a. – V.14(1). – P.11–20.
98. Mitchell, R.F. Buckling behavior of well tubing: the Packer effect / R.F. Mitchell // Soc. Pet Eng J. –1982. –V.22(5). –P.616–624.
99. Mitchell, R.F. Comprehensive analysis of buckling with friction / R.F. Mitchell // SPE Drill Complet. –1996. – V. 11(3). – P.178–184.
100. Mitchell, R.F. Effects of well deviation on helical buckling / R.F. Mitchell // SPE Drill Complet. – 1997. – V. 12(1). – P.63–70.
101. Mitchell, R.F. Helical buckling of pipe with connectors and torque / R.F. Mitchell, S. Miska // SPE Drilling & Completion. – 2006. – V. 21, № 2. – P. 108 – 115.
102. Mitchell, RF. Helical buckling of pipe with connectors in vertical wells / R.F. Mitchell // SPE Dril Complet. – 2000. – V.15(3). – P.162–166
103. Mitchell, R.F. Lateral buckling of pipe with connectors in curved well bores/ R.F. Mitchell // SPE Drilling & Completion. – 2003. – V. 18, № 1. – P. 22 – 32.
104. Mitchell, R.F. Lateral buckling of pipe with connectors in horizontal wells / R.F. Mitchell // SPE J. 2003a. – V. 8(2). – P.124–137.
105. Mitchell, R.F. New buckling solutions for extend reach wells. / R.F. Mitchell // IADS/ SPE 7456, IADS/ SPE Drilling Conference. Dallas, Texas, February 2002, P. 26-28.
106. Mitchell, R.F. New concepts for helical buckling / R.F. Mitchell // SPE Drill Eng. –1988. –V. 3(3). – P.303–10.

107. Mitchell, R.F. Simple frictional analysis of helical buckling of tubing / R.F. Mitchell // SPE Drilling Engineering. – 1986. – V.1, № 6. – P. 457 – 465.
108. Mitchell, R.F. The effect of friction on initial buckling of tubing and flowlines / R.F. Mitchell // SPE Drilling & Completion. – 2007. – V.22, № 2. – P. 112 – 118.
109. Mitchell, R.F. How good is the torque/drag model? / R.F. Mitchell, R. Samuel // SPE Drilling & Completion. – 2009. – V. 24(1). – P. 62–71.
110. Mitchell, R.F. Tubing buckling – The state of art / R.F. Mitchell // SPE Drilling & Completion. – 2008. – 23 (4) . – P.361–370.
111. Modeling the energy-saving regimes of curvilinear bore-hole drivage. / [V.I. Gulyayev, V.V. Gaidaichuk, E.N.Andrusenko, N.V.Shlyun] // Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering. – 2015. – Vol. 137, No 1/ – P. 011402–1–011402–8.
112. Musa, N. Critical buckling of drill strings in cylindrical cavities of inclined bore-holes / [N. Musa, V. Gulyayev, N. Shlun, H. Aldabas] // Journal of Mechanics Engineering and Automation. – 2016. V. 6. – P. 25 – 38. USA
113. Newland, D. E. Wavelet analysis of vibration – part I: Theory / D. E. Newland. – Department of Engineering University of Cambridge, Cambridge CB2 1PZ, UK. – P. 1–23.
114. Newland, D. E. Wavelet analysis of vibration – part II: Wavelet maps / D. E. Newland. – Department of Engineering University of Cambridge, Cambridge CB2 1PZ, UK. – P. 1–19.
115. O'Donnell, M.A. Boundary and corner layer behavior in singularly perturbed semilinear systems of boundary value problems / // SIAM J. Math. Anal. – 1984. – 15.- p. 317-332.
116. Paslay, P.R. The stability of a circular rod laterally constrained to be in contact with an inclined circular cylinder / P.R. Paslay, D.B. Bogy // J Appl Mech. –1964. – V. 31(4). – P.605–610.
117. Qui, W. Drill pipe/coiled tubing buckling analysis in a hole of constant curvature / W. Qui, S. Miska, L. Volk // SPE Permian Basin oil and gas recovery conference, 23–26 March, 1998. <http://dx.doi.org/10.2118/39795-MS>.

118. Salies, J.B. Experimental study and mathematical modeling of helical buckling of tubulars in inclined wellbores. Ph.D. dissertation. The University of Tulsa. – 1994.
119. Salies, J.B. Experimental and analytical study and of sinusoidal buckling in vertical wells / J.B. Salies, J.J.Azar, Cunha,J.C. / SPE Eastern regional Conference & Exhibition, Charleston, West Verginia, 8-10 November. – 1994.
120. Sorenson, K.G. Post-buckling behavior of a circular rod constrained within a circular cylinder / K.G. Sorenson, J.JB. Cheatham // J Appl Mech. –1986. – V. 53(4). – P. 929–34.
121. Stability analysis of pipe with connectors in horizontal wells. / [G.H. Gao, Q. Di, S.Z. Miska et al.] // SPE J. 2012;17(3):931–941.
122. Sun, C. A new model on the buckling of a rod in tubing / C. Sun, S. Lukasiewicz // J. of Petroleum Science and Engineering. –2006. – V.50. – P. 78 – 82.
123. Tan, X.C., Digby P.J. Buckling of drill string under the action of gravity and axial thrust / X.C. Tan, P.J. Digby // International Journal of Solids and Structures. –1993. – 30 (19), P. 2675–2691.
124. The buckling of elongated rotating drill strings / [V.I. Gulyayev, V.V. Gaidaichuk, I.L. Solovjov, I.V. Gorbunovich] // J. of Petroleum Science and Engineering. – 2009. – V.67. – P. 140 – 148.
125. Timoshenko, S.P. Theory of elastic stability. 2nd ed. / S.P. Timoshenko, J.M. Gere // New York: Tata McGraw-Hill Education. – 1963.
126. Tron, G. K. Drilling wellbore stability in the compacting and subsiding valhall field: a case study / G. K. Tron // SPE Drilling & Completion, 2007, V. 22, № 4, – P. 277– 295.
127. Walker, J. S. A primer on wavelets and their scientific applications / James S.Walker. – University of Wisconsin, Eau Claire, USA. – 2007.– 320 p.
128. Wang, X. Investigation of frictional effects on the nonlinear buckling behavior of a circular rod laterally constrained in a horizontal rigid cylinder/ X. Wang, Z. Yuan // J. of Petroleum Science and Engineering. – July 2012. – V. 90 – 91. – P. 70 – 78.

129. Wei, G.W. Discrete singular convolution for the solution of the Fokker–Planck equations / G.W. Wei // *J. Chem. Phys.* –1999. – V.110. –P. 8930–8942.
130. Wei, G.W. A new algorithm for solving some mechanical problems / G.W. Wei // *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* – 2001. –V. 190. –P. 2017–2030.
131. Wei, G.W. Discrete singular convolution and its application to the analysis of plates with internal supports. Part 1: Theory and algorithm / G.W. Wei, Y.B.Zhao, Y. Xiang, // *Int. J. Numer. Methods Eng.* –2002. – V.55. –P. 913–946.
132. Wicks, N. Horizontal cylinder-in-cylinder buckling under compression and torsion: review and application to composite drill pipe / N. Wicks, B.L. Wardle, D. Pafitis // *Int. J. Mech. Sci.* –2008.– V. 50. – P.538–549.
133. Wu, J. The effect of wellbore curvature on tubular buckling and lockup / J. Wu, H.C. Juvkam-Wold // *J Energy Resour Technol.* – 1995a. – V. 117(3). – P. 214–218.
134. Wu, J. Coiled tubing buckling implication in drilling and completing horizontal wells / J. Wu, H.C. Juvkam-Wold // *SPE Drill Complet.* 1995b. – V.10(01). –16–21.
135. Wu, J. Torsional load effect on drill-string buckling / J. Wu // *SPE production operations symposium*, 9–11 March, Oklahoma City, 1997. <http://dx.doi.org/10.2118/37477-MS>.
136. Xiang, Y. Discrete singular convolution and its application to the analysis of plates with internal supports. Part 2: Applications / Y. Xiang, Y.B. Zhao, G.W. Wei, // *Int. J. Numer. Methods Eng.* – 2002. – V. 55. – P.947–971.
137. Zhao, Y.B. Discrete singular convolution for the prediction of high frequency vibration of plates / Y.B. Zhao, G.W. Wei, Y. Xiang // *Int. J. Solids Struct.* – 2002. – V.39. – P. 65–88.
138. Ziegler, H. Principles of Structural Stability / H. Ziegler // Blaisdell Publishing Company. Waltham-Massachusetts-Toronto-London. – 1968.

ДОДАТОК А
СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ ТА
ВІДОМОСТІ ПРО АПРОБАЦІЮ РЕЗУЛЬТАТІВ ДИСЕРТАЦІЇ

Монографія

1. Моделирование нештатных ситуаций при бурении глубоких скважин : монография / [В. И Гуляев, С.Н. Глазунов, Н.В. Шлюнь и др.]. – Киев : Изд-во «Юстон», 2017 . – 544 с.

**Публікації у наукових періодичних виданнях іноземних держав, які
включені до міжнародних наукометричних баз**

2. Shlyun N.V. Critical buckling of drill strings in cylindrical cavities of inclined bore-holes / N. Musa, V. Gulyayev, N. Shlun // Journal of Mechanics Engineering and Automation. – 2016. – V. 6. – P. 25 – 38. (CША).
3. Shlyun N.V. Modeling the energy-saving regimes of curvilinear bore-hole drivage. / V.I. Gulyayev, V.V. Gaidaichuk, E.N. Andrusenko, N.V. Shlyun // Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering. – 2015. – Vol. 137, No 1/ – P. 011402–1–011402–8. (США).
4. Shlyun N.V. Critical buckling of drill strings in curvilinear channels of directed bore-holes. / V.I. Gulyayev, V.V. Gaidaichuk, E.N. Andrusenko, N.V. Shlyun // Journal of Petroleum Science and Engineering. – 2015. – Vol. 129, No 1/ – P. 168–177. (США).
5. Shlyun N.V. Influence of friction on buckling of a drill string in the circular channel of a bore hole / V.I. Gulyayev, N.V. Shlyun // Petroleum Science. – 2016. – V.13. – P. 698 – 711. (Китай).
6. Шлюнь Н.В. Критические состояния бурильных колонн в каналах наклонно направленных скважин / В.И. Гуляев, О.М. Андрусенко Н.В. Шлюнь //Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. – 2016. – №1. – С. 174 – 185. (Росія).
7. Shlyun N.V. Global analysis of drill string buckling in the channel of a curvilinear bore-hole / V.I. Gulyayev, N.V. Shlyun // Journal of Natural Gas Science and Engineering. – 2017. – V.40. – P. 168 – 178. (Нідерланди).

8. Shlyun N.V. Theoretical modelling of post – buckling contact interaction of a drill string with inclined bore-hole surface / V.I. Gulyayev, E.N. Andrusenko, N.V. Shlyun // Structural Engineering and Mechanics.–2014. –Vol.49, No 4. –P. 427–448. (Корея)

Статті у фахових виданнях

9. Шлюнь Н.В. Біфуркаційне випинання бурильних колон в криволінійних свердловинах / Н.В. Шлюнь // Вісник Національного транспортного університету. – 2017. – №. 1(37). – С. 467-473.
10. Шлюнь Н.В. Вплив сили тертя на біфуркаційне випинання бурильних колон в прямолінійних свердловинах / Н.В. Шлюнь // Вісник Національного транспортного університету. – 2016. – №. 1(34). – С. 561 – 569.
11. Шлюнь Н.В. Прочность конструкций обсадных колонн под действием нагрузок гидроразрыва / В.В. Гайдайчук, С.Н. Худолий, Н.В. Шлюнь // Будівельні конструкції. – Міжвідомчий науковий збірник. – Київ. ДП НДІБК. – 2016. –Вип. 83. Кн. 2. – С.333 – 338
12. Шлюнь Н.В. Комп'ютерне моделювання випинання бурильних колон в каналах криволінійних свердловин. / Н.В. Шлюнь // Вісник Національного транспортного університету. – 2015. – №. 1(31). – С. 574 – 580.
13. Шлюнь Н.В. Теоретическое моделирование наименее энергозатратных режимов бурения сверхглубоких криволинейных скважин. / В.И. Гуляев, В.В. Гайдайчук, О.М. Андрусенко, Н.В. Шлюнь // Промислове будівництво та інженерні споруди. – 2014. № 1. – С. 10–16
14. Шлюнь Н.В. Інваріантні стани бурильних колон в каналах криволінійних свердловин. / В.І. Гуляєв, Н.В. Шлюнь // Вісник Національного транспортного університету. – 2013. – №. 28. Частина 2. – С. 116 –123.
15. Shlyun N.V. Differential “stiff-string” model for drag and torque simulation in deviated bore-holes. / V.I. Gulyayev, V.V. Gaidaichuk, E.N. Andrusenko, N.V. Shlyun // Нафтогазова промисловість України. – 2013. – № 6. – С. 17–19.

- 16.Шлюнь Н.В. Геометричне моделювання геодезичних кривих на каналових поверхнях / О.М. Андрусенко, Н.В. Шлюнь // Вісник Національного транспортного університету. – 2012. – №. 26. Частина 2. – С. 396 – 400

Опубліковані праці апробаційного характеру:

- 17.Шлюнь Н. Сингулярно возмущенные задачи выпучивания бурильных колон в каналах криволинейных скважин / Н. Шлюнь // Актуальные проблемы инженерной механики / Тезисы докладов III Международной научно-практической конференции. – Одесса: «Внешрекламсервис» –2016. –С. 240 –242.
- 18.Шлюнь Н.В. “STIFF-STRING” модель для комп’ютерного моделювання надзвичайних ситуацій при бурінні криволінійних свердловин / Н.В. Шлюнь // Міжнародна наукова конференція “Сучасні проблеми математичного моделювання та обчислювальних методів”. – Рівне: РВВ РДГУ, 2015. –182–183.
- 19.Шлюнь Н. Біфуркаційні стани бурильних колон у каналах криволінійних свердловин / Н. Шлюнь // 12-й Міжнародний Симпозіум Українських Інженерів-Механіків у Львові, 28-29 травня 2015 р., Львів – С. 30.
- 20.Shlyun N. Computer Simulation of the Least Energy Consuming and Emergency-Free Regimes of Drilling of Hyper Deep Curvilinear Bore-Holes / V. Gulyayev, E. Andrusenko, N.Shlyun // SPE Arctic and Extreme Environments Technical Conference and Exhibition. – Russia, Moscow, 15 – 17 October, 2013.
- 21.Шлюнь Н.В. Критичне випинання пружного стержня в порожнині криволінійного каналу / О.М. Андрусенко, Н.В. Шлюнь //LXIX наукова конференція професорського-викладацького складу, аспірантів, студентів та співробітників відокремлених структурних підрозділів університету. – К.: НТУ, 2013. – С. 451.
- 22.Шлюнь Н.В. Стійкість бурильних колон в каналах криволінійних свердловин / Н.В. Шлюнь // LXXI наукова конференція професорського-викладацького складу, аспірантів, студентів та співробітників відокремлених структурних підрозділів університету. – К.: НТУ, 2015. – С. 465.

- 23.Шлюнь Н.В. Інваріантні стани бурильних колон в каналах криволінійних свердловин / Гуляєв В.І., Шлюнь Н.В. // LXX наукова конференція професорського-викладацького складу, аспірантів, студентів та співробітників відокремлених структурних підрозділів університету. – К.: НТУ, 2014. – С. 417.
- 24.Шлюнь Н.В. Вплив сили тертя на втрату стійкості бурильних колон в каналах криволінійних свердловин / Шлюнь Н.В. // LXXII наукова конференція професорського-викладацького складу, аспірантів, студентів та співробітників відокремлених структурних підрозділів університету. – К.: НТУ, 2016. – С. 436-437.

Патенти:

- 25.Пат. 81077 Україна, МПК Е 21В 7/06, Е 21В 19/00 Спосіб мінімізації енерговитрат і аварій при проведенні спуско-підіймальних операцій в процесі буріння похилоскерованих свердловин / [В.І. Гуляєв, П.З. Луговой, О.М. Андрусенко, Н.В Шлюнь.]; заявник та власник і-т механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України. –№ у 2012 12876 12.11.2012: опубл. 25.06.2013, Бюл. №12.
- 26.Пат. 89561 Україна, МПК Е 21В 7/06, Е 21В 19/00 Спосіб комп'ютерного визначення зони прихвату бурильної колони похило-скерованих свердловин / [В.І. Гуляєв, П.З. Луговой, О.М. Андрусенко, та ін.] заявник та власник і-т механіки ім. С.П. Тимошенка НАН України/ –№ у 2013 13617 22.11.2013: опубл. 25.04.2014, Бюл. №8.

ДОДАТОК Б

ДОВІДКИ ПРО ВПРОВАДЖЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ РОБОТИ

1. Довідка про впровадження результатів кандидатської дисертаційної роботи Н.В. Шлюнь “Стійкість бурильних колон в криволінійних свердловинах” у ТОВ “ГЕНПРОФБУД”.

2. Довідка про впровадження в навчальний процес результатів кандидатської дисертаційної роботи Н.В. Шлюнь “Стійкість бурильних колон в криволінійних свердловинах”.

3. Свідоцтво про реєстрацію авторського права Державною службою інтелектуальної власності України на розроблену під час підготовки дисертаційної роботи комп’ютерну програму “Комп’ютерне моделювання стійкості бурильних колон в каналах криволінійних свердловин”.

4. Патент на корисну модель № 81077 «Спосіб мінімізації енерговитрат і аварій при проведенні спуско-підіймальних операцій в процесі буріння похилоскерованих свердловин».

5. Патент на корисну модель № 89561 “Спосіб комп’ютерного визначення зони прихвату бурильної колони похило-скерованих свердловин”.

**ТОВАРИСТВО З ОБМЕЖЕНОЮ ВІДПОВІДАЛЬНІСТЮ
«ГЕНПРОФБУД»**

02090, м. Київ, вул. Академіка Бутлерова, 4

Код ЄДРПОУ 37588603

п/р 26003052748958 в ПАТ КБ «ПРИВАТБАНК» в м. Києві, МФО 300711

Свідоцтво платника ПДВ 200150832, ПІН 375886026571, тел. (044)-574-12-05

ДОВІДКА

про впровадження результатів
кандидатської дисертаційної роботи Н.В. Шлюнь
«Стійкість бурильних колон в криволінійних свердловинах»
виконаної у Національному транспортному університеті

Результати наукових досліджень, що отримані в кандидатській дисертації Н.В. Шлюнь «Стійкість бурильних колон в криволінійних свердловинах» представляють великий інтерес для нашої організації. Методи комп'ютерного моделювання деформування і стійкості трубчастих бурильних колон, а також комп'ютерні програми, що розроблені в дисертації, використовуються нами на етапах проектування та при розрахунках відповідних конструкцій зі стержневими трубчастими елементами, що піддаються впливу інтенсивних поздовжніх сил, сил тертя та крутних моментів. Дані методи будуть використовуватися нами також при розробках проектів глибокого буріння.

Директор



П.Едішерашвілі



УКРАЇНА
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТРАНСПОРТНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

вул.М.Омеляновича-Павленка, 1, м. Київ, 01010 т.ф. +38 (044) 280 82 03, т. +38 (044) 280 87 65
e-mail: general@ntu.edu.ua, код ЄДРПОУ 02070915

19.05.2014 № 1215/03

на № _____

ДОВІДКА

про впровадження в навчальний процес результатів
кандидатської дисертаційної роботи Н.В. Шлюнь
«Стійкість бурильних колон в криволінійних свердловинах»,
виконаної у Національному транспортному університеті

Дисертаційна робота Н.В. Шлюнь «Стійкість бурильних колон в криволінійних свердловинах» присвячена проблемам аналізу механічних ефектів, які виникають при випинанні бурильних колон в криволінійних каналах глибоких свердловин при різних значеннях геометричних параметрів і з врахуванням фактору тертя. Для розв'язання поставлених задач у дисертації на базі методів будівельної механіки розроблена математична модель і методика для числового інтегрування суттєво нелінійних диференціальних рівнянь згину стрижнів різних форм під дією навантажень складної структури. Вона може використовуватись при розрахунку комбінованих стрижневих конструкцій в машинобудівельних установках (вали, що обертаються), в енергомашинобудуванні (теплообмінні апарати), в авіаційній техніці (криволінійні труби гідросистем) та інших галузях промисловості.

Зважаючи на те, що криволінійні стрижні знаходять також все більш широке застосування в автобудуванні, розроблені в дисертаційній роботі Н.В. Шлюнь методи комп'ютерного моделювання пружного деформування криволінійних стержнів були впроваджені в учбовий процес на кафедрі опору матеріалів та машинознавства Національного транспортного університету при викладенні курсу з будівельної механіки стрижневих конструкцій.

Проректор з навчальної
роботи НТУ
к.т.н. професор

Завідувач кафедри опору
Матеріалів та машинознавства
д.т.н. професор



О.К. Гришук

О.В. Марчук

УКРАЇНА



ДЕРЖАВНА СЛУЖБА ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОЇ ВЛАСНОСТІ УКРАЇНИ

СВІДОЦТВО
про реєстрацію авторського права на твір

№ 67052

Комп'ютерна програма "Комп'ютерне моделювання стійкості бурильних колон в каналах криволінійних свердловин"

(вид, назва твору)

Автор(и) Шлюнь Наталія Володимирівна

(повне ім'я, псевдонім (за наявності))

Дата реєстрації 09.08.2016



Голова Державної служби
інтелектуальної
власності України
В.о. Голови А.А. Малиш



УКРАЇНА



ПАТЕНТ

НА КОРИСНУ МОДЕЛЬ

№ 81077

СПОСІБ МІНІМІЗАЦІЇ ЕНЕРГОВИТРАТ І АВАРІЙ ПРИ
ПРОВЕДЕННІ СПУСКО-ПІДЙІМАЛЬНИХ ОПЕРАЦІЙ В
ПРОЦЕСІ БУРІННЯ ПОХИЛОСКЕРОВАНИХ СВЕРДЛОВИН

Видано відповідно до Закону України "Про охорону прав на винаходи
і корисні моделі".

Зареєстровано в Державному реєстрі патентів України на корисні
моделі **25.06.2013.**

Голова Державної служби
інтелектуальної власності України

М.В. Ковіня



УКРАЇНА

**ПАТЕНТ****НА КОРИСНУ МОДЕЛЬ****№ 89561****СПОСІБ КОМП'ЮТЕРНОГО ВИЗНАЧЕННЯ ЗОНИ ПРИХВАТУ
БУРИЛЬНОЇ КОЛОНИ В ПОХИЛО-СКЕРОВАНИЙ
СВЕРДЛОВИНІ**

Видано відповідно до Закону України "Про охорону прав на винаходи
і корисні моделі".

Зареєстровано в Державному реєстрі патентів України на корисні
моделі **25.04.2014.**

Голова Державної служби
інтелектуальної власності України

— М.В. Ковіня

