

Національний транспортний університет
Міністерства освіти і науки України

Національний транспортний університет
Міністерства освіти і науки України

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

ЦИБУЛЬСЬКИЙ ВІТАЛІЙ МИКОЛАЙОВИЧ

УДК 624.21.095:539.3

ДИСЕРТАЦІЯ

УДОСКОНАЛЕННЯ МЕТОДУ РОЗРАХУНКУ ЖОРСТКОГО ДОРОЖНЬОГО ОДЯГУ МОСТІВ З КОМПОЗИТНОЮ АРМАТУРОЮ

05.22.11 – автомобільні шляхи та аеродроми

Архітектура та будівництво

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук

Дисертація містить результати власних досліджень.
Використання ідей, результатів і текстів інших
авторів мають посилання на відповідне джерело

_____ В.М. Цибульський

Науковий керівник –
Канін Олександр Петрович
кандидат технічних наук,
доцент

Ідентичність усіх примірників дисертації
Засвідчую
Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради Д 26.059.02
_____ О. Ю. Усиченко

Київ – 2021

АНОТАЦІЯ

Цибульський В.М. Удосконалення методу розрахунку жорсткого дорожнього одягу мостів з композитною арматурою. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація ана здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.22.11 «Автомобільні шляхи та аеродроми» (192 – Будівництво та цивільна інженерія). – Національний транспортний університет, Київ, 2021.

У дисертаційній роботі представлено вирішення **актуального питання** щодо удосконалення методу розрахунку армобетонних конструктивних елементів дорожнього одягу мостів для забезпечення міцності.

Огляд досліджень причин руйнування залізобетонних конструктивних елементів мостів показав, що основними причинами руйнування цих елементів є корозія сталевих арматур, втрата об'єму робочої частини, незадовільний стан компенсаційних швів на опорах, низька стійкість бетону при згинальних навантаженнях. Основними підходами до вирішення виявлених проблем згідно світової практики є застосування композитних матеріалів (FRP-арматури) у якості підсилення конструкцій, прогресивним з яких вважається базальт.

Виконане узагальнення досліджень основних підходів до вирішення проблем зносостійкості елементів, методів та моделей розрахунку конструкцій на міцність дозволило удосконалити метод розрахунку армобетонних конструктивних елементів дорожнього одягу мостів, який розроблений на підставі теорії згину шаруватих конструкцій з врахування поперечних нормальних напружень від обтиснення. При розробці удосконаленого методу було досліджено напружено-деформований стан плити як достатньо тонкої оболонки великої кривизни, яка складається з ізотропних шарів з різними фізико-механічними характеристиками. При цьому були введені гіпотези Кірхгофа та отримані вирази поперечних напружень, які дали можливість врахувати в методі розрахунку вплив деформацій зсуву. У результаті досліджень було отримано рівняння рівноваги варіаційним шляхом, граничні умови та загальну систему

розв'язуючих рівнянь. З систем диференціальних рівнянь отримано вираз функції прогину за довжиною балки для випадку синусоїдального навантаження.

Розроблено модель та алгоритм застосування удосконаленого розрахунку цементобетонного дорожнього одягу армованого композитними матеріалами на основі шаруватих систем. Алгоритм застосування удосконаленого методу дозволяє практично визначити нормальні напруження в шарах дорожнього одягу та виконати перевірку міцності за еквівалентними напруженнями, застосовуючи критерій міцності Кулона-Мора. За результатами розрахунків за удосконаленим методом отримано коефіцієнт співвідношення прогинів армобетонних конструктивних елементів за класичною теорією та уточненим методом, який становить 1,4 та підтверджує доцільність врахування деформацій зсуву при проектуванні плит прогонових будов мостів. Також було зроблено практичний висновок щодо доцільності армування верхнього шару дорожнього одягу з метою забезпечення його міцності та експлуатаційних характеристик. Напруження які виникають в FRP стержнях відрізняються в 2,22 до 6,74 разів в порівнянні зі сталеву арматурою, що пов'язано з особливостями цих матеріалів.

Розрахунок за удосконаленим методом розрахунку жорсткого дорожнього одягу мосту з композитною арматурою передбачає декілька розрахункових схем конструкції: загальний спільний пакет шарів дорожнього покриття та конструкції, відповідно плитної, ребристої або іншої прогонової будови при його роботі у пружній стадії; аналогічний пакет шарів, при виключенні з роботи бетону в розтягнутій зоні плити; пакет дорожнього одягу, відшарований від плити по поверхні їх контакту (слизький контакт); пакет дорожнього одягу, відшарований від плити, у якій виключено з роботи бетон у розтягнутій зоні.

Проведено аналіз експериментальних досліджень плит прогонових будов мостів, армованих FRP-стержнями від концентрованого навантаження колесом. Виконано порівняльний аналіз розрахунку компонентів напружено-деформованого стану плит за удосконаленим методом, експериментальними дослідженнями та у програмному комплексі ANSYS 14.0, що дозволило підтвердити адекватність розроблюваного методу.

Також у роботі виконаний аналіз даних експериментальних випробувань плит, які були виготовлені з використанням FRP-армування, що є аналогом плит мосту Воттон (Квебек, Канада). При випробуванні плит прогонових будов максимальні значення деформації розтягу бетону були дуже малі та знаходилися на рівні 10-25 мікронапружень. Ці значення істотно нижче деформації руйнування бетону, які розташовуються в інтервалі від 100 до 125 мікронапружень для звичайного важкого бетону. Максимальна деформація розтягування в композитної арматури склала 15 мікронапружень, що становить 0,1% від граничної деформації матеріалу.

З практичної точки зору доведено, що удосконалений метод дозволяє враховувати різні варіанти роботи дорожнього одягу, що дає можливість передбачити забезпечення міцності в період експлуатації конструкції.

Ключові слова: дорожній одяг, армобетонний конструктивний елемент, шарувата конструкція, композитна арматура, деформації зсуву, метод розрахунку дорожнього одягу

Список публікацій здобувача

Монографії:

1. Tsybulskiy Vitalii, Improvement of calculation method of road pavement embankment on the approaches to road bridges. *Integration of traditional and innovation processes of development of modern science: collective monograph / edited by authors*, 3rd ed, Riga, Latvia : “Baltija Publishing”, 2020. Pp. 277-297. DOI: <https://doi.org/10.30525/978-9934-26-021-6>

Статті у виданнях іноземних держав, які включені до міжнародних наукометричних баз:

2. Tsybulskiy V.M. Evelopment of a method for calculating reinforced concrete structural elements of pavement bridges. *Modern engineering and innovative technologies*. Issue №14, Part 3. Indexed in INDEX COPERNICUS (ICV: 84.35), Germany, 2020. Pp. 6-11. DOI: 10.30890/2567-5273.2020-14-03-053

3. Tsybulskiy V.M., Kharchenko A.N. Features of sliding structures design of bridges reinforced with composite materials. *Modern engineering and innovative technologies*. Issue №15, Part 1. Indexed in INDEX COPERNICUS (ICV: 84.35), Germany, 2021. Pp. 75-83. DOI: 10.30890/2567-5273.2021-15-01-096

Статті у фахових виданнях:

4. Піскунов В.Г., Цибульський В.М. Постановка методики розрахунку армобетонних конструктивних елементів на основі моделі шаруватих систем. *Вісник Національного транспортного університету*. К.: НТУ, 2011. С. 327-332. URL: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vntu_2011_24\(2\)_81](http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vntu_2011_24(2)_81)

5. Піскунов В.Г., Цибульський В.М. Розрахунок шаруватих конструкцій дорожнього одягу мостів армованого композитними матеріалами. *Вісник Національного транспортного університету*. 2012. Вип. 26. С. 448-452. URL: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vntu_2012_26\(2\)_89](http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vntu_2012_26(2)_89)

6. Канін О.П., Гриневицький Б.В., Цибульський В.М. Побудова неklasичної розрахункової моделі міцності композитної балочно-плитної конструкції автодорожніх мостів. *Автомобільні дороги і дорожнє будівництво. Науково-технічний збірник*, 2018. Вип. 104. С. 82-86. URL: http://publications.ntu.edu.ua/avtodorogi_i_stroitelstvo/104/82.pdf

7. Канін О.П., Гриневицький Б.В., Цибульський В.М. Порівняльний аналіз вигину балочно-плитних систем мостів під дією синусоїдального навантаження. *Автомобільні дороги і дорожнє будівництво. Науково-технічний збірник*, 2019. Вип. 106. С. 105-109. URL: http://publications.ntu.edu.ua/avtodorogi_i_stroitelstvo/106/105.pdf

8. Канін О.П., Гриневицький Б.В., Цибульський В.М. Розрахунок плити проїзної частини автодорожнього моста за неklasичною моделлю. *Автомобільні дороги і дорожнє будівництво. Науково-технічний збірник*, 2020. Вип. 107. С. 40-44. URL: http://publications.ntu.edu.ua/avtodorogi_i_stroitelstvo/107/40.pdf

Опубліковані праці апробаційного характеру:

9. Піскунов В.Г., Цибульський В.М. Розрахунок плит дорожнього одягу мостів з армобетонних конструктивних елементів на основі моделі шаруватих систем. 11-та Міжнародна наукова конференція «Математичні проблеми технічної механіки»: тези доповідей, м. Дніпродзержинськ, 2012. С. 173.

10. Коваль М.П., Кот Д.В., Цибульський В.М. Дослідження напружено-деформованого стану плит проїзної частини автодорожніх мостів зі залізобетонною незнімною опалубкою за допомогою натурних випробувань.

LXX наукова конференція професорсько-викладацького складу, студентів та співробітників відокремлених структурних підрозділів університету: тези доповідей. К.: НТУ, 2014. С. 192.

11. Цибульський В.М. Порівняльний аналіз розрахунку елементів прогонових будов мостів з армуванням різними матеріалами. LXXII наукова конференція професорсько-викладацького складу, студентів та співробітників відокремлених структурних підрозділів університету: тези доповідей. К.: НТУ, 2016. С. 217.

12. Цибульський В.М., Запотіцький М.М., Шульжик А.Р. Дослідження впливу динамічних та ударних навантажень на конструкції. LXX наукова конференція професорсько-викладацького складу, студентів та співробітників відокремлених структурних підрозділів університету: тези доповідей. К.: НТУ, 2019. С. 242.

13. Цибульський В.М. Зарубіжний досвід використання сучасних композитних матеріалів для посилення бетонних конструктивних елементів мостів. I Міжнародна науково-практична конференція «Наука. Інновації. Якість» (SIQ): тези доповідей, м. Бердянськ, БДПУ, 2020. С. 203-207.

14. Цибульський В.М. Сучасні матеріали для армобетонних конструкцій автодорожніх мостів. XII Всеукраїнська заочна науково-практична конференція, Освіта і наука в Україні: шляхи розвитку та напрямки взаємодії: тези доповідей. м. Харків, 2020. С. 16-17.

15. Цибульський В.М. Дослідження поведінки армобетонних конструктивних елементів з використанням базальтових композитних матеріалів. Міжнародна наукова інтернет-конференція «Інформаційне суспільство: технологічні, економічні та технічні аспекти становлення», випуск 54: тези доповідей, м. Тернопіль, 2020. С. 100-103.

16. Цибульський В.М., Харченко А.М. Аналіз властивостей композитних матеріалів, використаних для армування плит прогонових будов мостів. Modern systems of science and education in the USA, EU and post-Soviet countries, 2021. С. 46-49.

Свідоцтва та патенти:

17. Патент України на корисну модель №82232 Україна, МПК (2013), 7 H01 C7/00. Резистивний композитний матеріал / Піскунов В.Г., Володько О.В., Порхунов О.І., Цибульський В.М. Дата реєстрації 25.07.2013 р.

18. Свідоцтво України про реєстрацію авторського права на твір № 102367 Україна. Літературний письмовий твір наукового характеру «Удосконалення методу розрахунку насипу дорожнього одягу на підходах до автодорожніх мостів» Цибульський В.М. Дата реєстрації 5.02.2021р.

19. Свідоцтво України про реєстрацію авторського права на твір № 102368 Україна. Літературний письмовий твір наукового характеру «Розрахунок цементобетонного покриття армованого композитними матеріалами автодорожніх мостів» Цибульський В.М. Дата реєстрації 5.02.2021р.

20. Свідоцтво України про реєстрацію авторського права на твір № 102369 Україна. Літературний письмовий твір наукового характеру «Лабораторний практикум з виконання експериментальних робіт з Опору матеріалів» Цибульський В.М. Дата реєстрації 5.02.2021р.

21. Свідоцтво України про реєстрацію авторського права на твір № 102370 Україна. Літературний письмовий твір наукового характеру «Алгоритм розрахунку армованого цементобетонного дорожнього одягу на прогоновій будові моста у програмі Mathcad» Цибульський В.М. Дата реєстрації 5.02.2021р.

22. Свідоцтво України про реєстрацію авторського права на твір № 102371 Україна. Літературний письмовий твір наукового характеру «Development of a method for calculating reinforced concrete structural elements of pavement bridges» Цибульський В.М. Дата реєстрації 5.02.2021р.

Опубліковані праці, які додатково відображають наукові результати дисертації:

23. Kharchenko A., Zaviyskyu O., Tsybulskyi V., Zavorotnyi S. Development of methods for parameters of long-term contracts optimization for operational road maintenance. *Technology Audit and Production Reserves*, Issue №2 (57), Part 1, 2021. Pp. 49–53. <https://doi.org/10.15587/2706-5448.2021.225532>

ABSTRACT

Tsybulskiy V. Improvement of the calculation method of bridges rigid pavement with composite reinforcement. – Qualifying scientific work on the rights of the manuscript.

The dissertation for candidate of technical sciences degree in specialty 05.22.11 «Highways and Airfields» (192 - Construction and Civil Engineering). – National Transport University, Kyiv, 2021.

The dissertation presents a solution to the topical issue of improving the reinforced concrete structural elements calculation method of bridges pavement to ensure strength.

A review of the failure causes studies of reinforced concrete structural bridge elements showed that the main reasons of these elements failure are steel reinforcement corrosion, loss of working volume, unsatisfactory condition of expansion joints on supports, low stability of concrete under bending loads. The main approaches to solving the identified problems according to world practice are the composite materials (FRP-reinforcement) use as a structure reinforcement, of which basalt is considered progressive.

The generalization of the basic approaches to the decision of wear resistance of elements problems, methods and models of designs calculation on durability has allowed to improve a reinforced concrete constructive road bridge pavement elements calculation method which is developed on the basis of the bending theory of layered designs. During the development of the improved method, the stress-strain state of the plate as a sufficiently thin shell of large curvature, which consists of isotropic layers with different physical and mechanical characteristics, was investigated. Kirchhoff's hypotheses were introduced and the expressions of transverse stresses were obtained, which made it possible to take into account the influence of shear deformations in the calculation method. As a result of the research, the equilibrium equation in the variational way, boundary conditions and the general system of solving equations were

obtained. From the systems of differential equations the deflection function along the length of the beam expression for the case of sinusoidal load is obtained.

A model and algorithm for the improved calculation of cement-concrete pavement reinforced application with composite materials based on layered systems have been developed. The algorithm of the improved method application allows to practically determine normal stresses in layers of pavement and to carry out check of durability on equivalent stresses, applying criterion of Coulomb-More durability. According to the calculation results by the improved method, the deflection coefficient of reinforced concrete structural elements according to the classical theory and the refined method is obtained, which is 1.4 and confirms the feasibility of taking into account shear deformations in the girder slabs design. A practical conclusion was also made on the feasibility of reinforcing the top layer of pavement in order to ensure its strength and performance. The stresses that occur in FRP rods differ from 2.22 to 6.74 times compared to steel reinforcement, due to the characteristics of these materials.

Accounting by the advanced method of rigid pavement calculation of the bridge with composite reinforcement provides several calculation design schemes: the general joint layers package of a paving and a design, accordingly plate, ribbed or other beam structure at its work in an elastic stage; a similar package of layers, when excluded from the work of concrete in the stretched area of the slab; a package of pavement, exfoliated from the plate on the surface of their contact (slippery contact); a package of pavement, detached from the slab, in which concrete is excluded from work in the stretched area.

The analysis of experimental researches of girder structures plates of the bridges reinforced by FRP-rods from concentrated loading by a wheel is carried out. A comparative analysis of the stress-strain state plate components calculation by the improved method, experimental studies and in the software package ANSYS 14.0, which allowed to confirm the adequacy of the developed method.

The research also analyzes the data of slab experimental tests, which were made using FRP-reinforcement, which is analogous to the slabs of the Watton Bridge (Quebec, Canada). When testing slabs of girder structures, the maximum values of

concrete tensile deformation were very small and were at the level of 10-25 microstresses. These values are significantly lower than the deformation fracture of concrete, which are in the range from 100 to 125 micro stresses for conventional heavy concrete. The maximum tensile strain in composite reinforcement was 15 microstresses, which is 0.1% of the ultimate strain of the material.

From a practical point of view, it is proved that the improved method allows to take into account different options for the operation of pavement, which makes it possible to provide strength during the operation of the structure.

Keywords: pavement, reinforced concrete structural element, layered structure, composite reinforcement, shear deformations, method of calculating pavement

Список публікацій здобувача

Монографії:

1. Tsybulskyi Vitalii, Improvement of calculation method of road pavement embankment on the approaches to road bridges. Integration of traditional and innovation processes of development of modern science: collective monograph / edited by authors, 3rd ed, Riga, Latvia : “Baltija Publishing”, 2020. Pp. 277-297. DOI: <https://doi.org/10.30525/978-9934-26-021-6>

Статті у виданнях іноземних держав, які включені до міжнародних наукометричних баз:

2. Tsybulskyi V.M. Evelopment of a method for calculating reinforced concrete structural elements of pavement bridges. *Modern engineering and innovative technologies*. Issue №14, Part 3. Indexed in INDEX COPERNICUS (ICV: 84.35), Germany, 2020. Pp. 6-11. DOI: 10.30890/2567-5273.2020-14-03-053

3. Tsybulskyi V.M., Kharchenko A.N. Features of sliding structures design of bridges reinforced with composite materials. *Modern engineering and innovative technologies*. Issue №15, Part 1. Indexed in INDEX COPERNICUS (ICV: 84.35), Germany, 2021. Pp. 75-83. DOI: 10.30890/2567-5273.2021-15-01-096

Статті у фахових виданнях:

4. Піскунов В.Г., Цибульський В.М. Постановка методики розрахунку армобетонних конструктивних елементів на основі моделі шаруватих систем. *Вісник Національного транспортного університету*. К.: НТУ, 2011. С. 327-332. URL: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vntu_2011_24\(2\)_81](http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vntu_2011_24(2)_81)

5. Піскунов В.Г., Цибульський В.М. Розрахунок шаруватих конструкцій дорожнього одягу мостів армованого композитними матеріалами. *Вісник Національного транспортного університету*. 2012. Вип. 26. С. 448-452. URL: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vntu_2012_26\(2\)_89](http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vntu_2012_26(2)_89)

6. Канін О.П., Гриневицький Б.В., Цибульський В.М. Побудова неklasичної розрахункової моделі міцності композитної балочно-плитної конструкції автодорожніх мостів. *Автомобільні дороги і дорожнє будівництво. Науково-технічний збірник*, 2018. Вип. 104. С. 82-86. URL: http://publications.ntu.edu.ua/avtodorogi_i_stroitelstvo/104/82.pdf

7. Канін О.П., Гриневицький Б.В., Цибульський В.М. Порівняльний аналіз вигину балочно-плитних систем мостів під дією синусоїдального навантаження. *Автомобільні дороги і дорожнє будівництво. Науково-технічний збірник*, 2019. Вип. 106. С. 105-109. URL: http://publications.ntu.edu.ua/avtodorogi_i_stroitelstvo/106/105.pdf

8. Канін О.П., Гриневицький Б.В., Цибульський В.М. Розрахунок плити проїзної частини автодорожнього моста за неklasичною моделлю. *Автомобільні дороги і дорожнє будівництво. Науково-технічний збірник*, 2020. Вип. 107. С. 40-44. URL: http://publications.ntu.edu.ua/avtodorogi_i_stroitelstvo/107/40.pdf

Опубліковані праці апробаційного характеру:

9. Піскунов В.Г., Цибульський В.М. Розрахунок плит дорожнього одягу мостів з армобетонних конструктивних елементів на основі моделі шаруватих систем. 11-та Міжнародна наукова конференція «Математичні проблеми технічної механіки»: тези доповідей, м. Дніпродзержинськ, 2012. С. 173.

10. Коваль М.П., Кот Д.В., Цибульський В.М. Дослідження напружено-деформованого стану плит проїзної частини автодорожніх мостів зі залізобетонною незнімною опалубкою за допомогою натурних випробувань.

LXX наукова конференція професорсько-викладацького складу, студентів та співробітників відокремлених структурних підрозділів університету: тези доповідей. К.: НТУ, 2014. С. 192.

11. Цибульський В.М. Порівняльний аналіз розрахунку елементів прогонових будов мостів з армуванням різними матеріалами. LXXII наукова конференція професорсько-викладацького складу, студентів та співробітників відокремлених структурних підрозділів університету: тези доповідей. К.: НТУ, 2016. С. 217.

12. Цибульський В.М., Запотіцький М.М., Шульжик А.Р. Дослідження впливу динамічних та ударних навантажень на конструкції. LXX наукова конференція професорсько-викладацького складу, студентів та співробітників відокремлених структурних підрозділів університету: тези доповідей. К.: НТУ, 2019. С. 242.

13. Цибульський В.М. Зарубіжний досвід використання сучасних композитних матеріалів для посилення бетонних конструктивних елементів мостів. I Міжнародна науково-практична конференція «Наука. Інновації. Якість» (SIQ): тези доповідей, м. Бердянськ, БДПУ, 2020. С. 203-207.

14. Цибульський В.М. Сучасні матеріали для армобетонних конструкцій автодорожніх мостів. XII Всеукраїнська заочна науково-практична конференція, Освіта і наука в Україні: шляхи розвитку та напрямки взаємодії: тези доповідей. м. Харків, 2020. С. 16-17.

15. Цибульський В.М. Дослідження поведінки армобетонних конструктивних елементів з використанням базальтових композитних матеріалів. Міжнародна наукова інтернет-конференція «Інформаційне суспільство: технологічні, економічні та технічні аспекти становлення», випуск 54: тези доповідей, м. Тернопіль, 2020. С. 100-103.

16. Цибульський В.М., Харченко А.М. Аналіз властивостей композитних матеріалів, використаних для армування плит прогонових будов мостів. Modern systems of science and education in the USA, EU and post-Soviet countries, 2021. С. 46-49.

Свідоцтва та патенти:

17. Патент України на корисну модель №82232 Україна, МПК (2013), 7 H01 C7/00. Резистивний композитний матеріал / Піскунов В.Г., Володько О.В., Порхунов О.І., Цибульський В.М. Дата реєстрації 25.07.2013 р.

18. Свідоцтво України про реєстрацію авторського права на твір № 102367 Україна. Літературний письмовий твір наукового характеру «Удосконалення методу розрахунку насипу дорожнього одягу на підходах до автодорожніх мостів» Цибульський В.М. Дата реєстрації 5.02.2021р.

19. Свідоцтво України про реєстрацію авторського права на твір № 102368 Україна. Літературний письмовий твір наукового характеру «Розрахунок цементобетонного покриття армованого композитними матеріалами автодорожніх мостів» Цибульський В.М. Дата реєстрації 5.02.2021р.

20. Свідоцтво України про реєстрацію авторського права на твір № 102369 Україна. Літературний письмовий твір наукового характеру «Лабораторний практикум з виконання експериментальних робіт з Опору матеріалів» Цибульський В.М. Дата реєстрації 5.02.2021р.

21. Свідоцтво України про реєстрацію авторського права на твір № 102370 Україна. Літературний письмовий твір наукового характеру «Алгоритм розрахунку армованого цементобетонного дорожнього одягу на прогоновій будові моста у програмі Mathcad» Цибульський В.М. Дата реєстрації 5.02.2021р.

22. Свідоцтво України про реєстрацію авторського права на твір № 102371 Україна. Літературний письмовий твір наукового характеру «Development of a method for calculating reinforced concrete structural elements of pavement bridges» Цибульський В.М. Дата реєстрації 5.02.2021р.

Опубліковані праці, які додатково відображають наукові результати дисертації:

23. Kharchenko A., Zaviyskyu O., Tsybulskiy V., Zavorotnyi S. Development of methods for parameters of long-term contracts optimization for operational road maintenance. *Technology Audit and Production Reserves*, Issue №2 (57), Part 1, 2021. Pp. 49–53. <https://doi.org/10.15587/2706-5448.2021.225532>

ЗМІСТ

ВСТУП.....	16
РОЗДІЛ 1 ТЕОРЕТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ПІДХОДІВ ДО ВИКОРИСТАННЯ КОМПОЗИТНИХ МАТЕРІАЛІВ У ДОРОЖНЬОМУ БУДІВНИЦТВІ.....	22
1.1 Дослідження причин руйнування армобетонних конструктивних елементів мостів	22
1.2 Сутність підходів до використання композитних матеріалів у конструкціях дорожнього одягу мостів.....	27
1.3 Особливості застосування композитних матеріалів у дорожньому будівництві.....	33
Висновки до розділу 1.....	42
РОЗДІЛ 2 УДОСКОНАЛЕННЯ МЕТОДУ РОЗРАХУНКУ ЖОРСТКОГО ДОРОЖНЬОГО ОДЯГУ МОСТІВ З КОМПОЗИТНОЮ АРМАТУРОЮ.....	43
2.1 Теоретичні дослідження методів та моделей розрахунку шаруватих конструкцій дорожнього одягу мостів.....	43
2.2 Розробка методу розрахунку композитних систем на основі уточненої теорії.....	53
2.3 Основні залежності уточненої теорії: варіаційне рівняння, рівняння рівноваги та граничні умови.....	61
2.4 Формулювання рівняння стану в зусиллях та деформаціях.....	65
2.5 Розробка загальної системи розв’язуючих рівнянь.....	68
2.6 Дослідження методу згину композитних шаруватих плит з різними фізико-механічними характеристиками.....	74
Висновки до розділу 2.....	81
РОЗДІЛ 3 ПРАКТИЧНА РЕАЛІЗАЦІЯ УДОСКОНАЛЕНОГО МЕТОДУ РОЗРАХУНОКУ КОНСТРУКЦІЙ ДОРОЖНЬОГО ОДЯГУ МОСТІВ.....	82
3.1 Побудова моделі та алгоритму розрахунку за удосконаленим методом.....	82

3.2 Практичні дослідження напружено-деформованого стану прогонових будов мосту.....	97
3.3 Апробація методу розрахунку армобетонних конструкцій дорожнього одягу на прогоновій будові моста.....	105
Висновки до розділу 3.....	113
РОЗДІЛ 4 ДОСЛІДЖЕННЯ ПОВЕДІНКИ АРМОБЕТОННИХ КОНСТРУКТИВНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДОРОЖНЬОГО ОДЯГУ МОСТІВ.....	114
4.1 Аналіз лабораторних випробувань армованих композитними матеріалами мостових плит.....	114
4.2 Натурні дослідження поведінки армобетонних елементів мосту підсилених композитними матеріалами.....	127
4.3 Прогнозування залишкового ресурсу моста армованого FRP композитом в Аналітично-експертній системі управління мостами.....	137
Висновки до розділу 4.....	145
ВИСНОВКИ.....	146
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	149
ДОДАТОК А РЕЗУЛЬТАТИ РОЗРАХУНКУ АРМОВАНОГО ЦЕМЕНТОБЕТОННОГО ДОРОЖНЬОГО ОДЯГУ МОСТІВ.....	167
ДОДАТОК Б ДОВІДКИ ПРО ВПРОВАДЖЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ РОБОТИ.....	192
ДОДАТОК В СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ ТА ВІДОМОСТІ ПРО АПРОБАЦІЮ РЕЗУЛЬТАТІВ ДИСЕРТАЦІЇ.....	207

ВСТУП

Актуальність роботи. В Україні переважно проектний строк служби залізобетонних автодорожніх мостів становить до 70 років. Враховуючи те, що більшість з них була побудована 50–60 років назад з проектною інтенсивністю руху та граничному навантаженні, які не відповідають вимогам сьогодення, це прискорює фізичний знос конструктивних елементів прогонових будов та дорожнього одягу мостів. Крім того, основними причинами деградації залізобетонних плит є процеси корозії сталевих арматур, втрата об'єму робочої частини та незадовільний стан компенсаційних швів на опорах. Збільшення ваги великогабаритної техніки спричиняє надмірне навантаження на дорожній одяг та захисний шар армобетонних конструкцій мостів, що призводить до виникнення тріщин в бетоні, через які сталеві арматури піддаються впливу агресивного зовнішнього середовища.

Традиційно основними напрямками вирішення зазначених проблем прийнято вважати обробку сталевих арматур антикорозійними матеріалами та використання високоефективного бетону. Проте, як показали дослідження, ці заходи не можуть в повній мірі усунути проблему корозії сталевих арматур в дорожньому одязі автодорожніх мостів.

З початку 21-го століття розвиток матеріалознавства і технологій привів до застосування інноваційних будівельних матеріалів у дорожньому будівництві, до яких, зокрема, відносяться сучасні волокнисті композитні матеріали (FRP), що використовуються для армування бетонних конструкцій дорожнього одягу мостів. Поліпшений композитними матеріалами бетон був предметом багатьох досліджень, які показали, що за рахунок такого армування можуть покращуватися структурні властивості та довговічність бетонних елементів. Крім того, практичний зарубіжний досвід показує, що використання неметалевого армування є економічно вигідною альтернативою сталі. Композит FRP має очевидні переваги, такі як висока міцність, невелика вага, хороша

стійкість до втоми та корозії, простота формування у порівнянні зі сталевими елементами .

Перспективним композитом є базальт, застосування якого у світовій практиці набуває поширення у дорожньому будівництві для зміцнення ґрунтів, підсилення армобетонних конструктивних елементів мостів та дорожнього одягу автомобільних доріг.

Поведінка роботи армобетонних конструктивних елементів з використанням базальтової арматури недостатньо вивчена як вітчизняними, так і зарубіжними дослідниками. Крім того, існує значна розбіжність в результатах проектних розрахунків за теоретичними методами й моделями в порівнянні з натурними та експериментальними дослідженнями. Таким чином, актуальність роботи обумовлена необхідністю удосконалення методу розрахунку армобетонних конструктивних елементів прогонової будови мостів.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами, грантами.

Наукові результати роботи одержані в процесі виконання:

- плану науково-дослідних робіт Національного транспортного університету «Дослідження напружено-деформованого стану та розробка методів просторового розрахунку конструкцій композитної структури з ускладненими фізико-механічними властивостями» (д/б № 34 РК 0113U000294);
- плану науково-дослідних робіт Державного агентства автомобільних доріг України «Розробити методичні рекомендації з проектування плит проїзної частини із залізобетонною незнімною опалубкою та відповідну розрахунково-аналітичну систему» (договір № 75-13 РК 0113U003711).

Мета і задачі дослідження. *Метою дослідження є удосконалення методу розрахунку армобетонних конструктивних елементів дорожнього одягу мостів за рахунок врахування деформацій зсуву та напружень від обтиснення.*

Для досягнення мети дисертаційного дослідження були поставлені такі *задачі:*

- провести дослідження причин руйнування армобетонних конструктивних елементів мостів та визначити основні підходи до вирішення

виявлених проблем;

- удосконалити метод розрахунку армобетонних конструктивних елементів дорожнього одягу мостів на основі узагальнення дослідження методів та моделей розрахунку шаруватих конструкцій з врахуванням напруження від обтиснення;

- розробити модель та алгоритм удосконаленого розрахунку цементобетонного дорожнього одягу армованого композитними матеріалами на основі шаруватих систем та виконати їх апробацію;

- провести аналіз експериментальних досліджень щодо впливу деформацій зсуву на загальні міцність армобетонних конструктивних елементів прогонових будов мостів та виконати порівняльний аналіз розрахунку компонентів напружено-деформованого стану плит;

- розробити практичні рекомендації для застосування удосконаленого методу розрахунку цементобетонного дорожнього одягу армованого композитними матеріалами.

Об’єкт дослідження – процеси зміни напружено-деформованого стану жорсткого дорожнього одягу мостів з композитною арматурою.

Предмет дослідження – метод розрахунку жорсткого дорожнього одягу мостів з композитною арматурою.

Методи дослідження – аналітичні (з використанням положень теорій пружності та пластичності на основі теорії шаруватих систем), дедукції (дослідження міцності шарів дорожнього одягу у спільній роботі з плитою прогонової будови мосту та відшарованого від плити), моделювання (вивчення поведінки плит прогонових будов мостів при використанні різних матеріалів армування та дорожнього одягу при різній глибині закладання арматури), порівняння (зіставлення результатів розрахунку за удосконаленим методом з експериментальними дослідженнями з метою встановлення адекватності).

Наукова новизна:

- на підставі теорії згину шаруватих конструкцій з врахування поперечних нормальних напружень від обтиснення удосконалено метод

розрахунку армобетонних конструктивних елементів дорожнього одягу прогонових будов мостів;

- вперше розроблено модель розрахунку та алгоритм проектування дорожнього одягу армованого композитними матеріалами на різних типах прогонової будови мостів, який автоматизовано з використанням програмного комплексу Mathcad;
- отримав подальший розвиток метод розрахунку компонентів напружено-деформованого стану дорожнього одягу.

Практичне значення отриманих результатів:

На основі удосконаленого методу розрахунку армобетонних конструктивних елементів дорожнього одягу прогонових будов мостів отримані уточнені напруження за рахунок поперечного обтиснення, що дає змогу об'єктивно оцінити міцність конструкції.

Модель розрахунку та алгоритм проектування дорожнього одягу армованого композитними матеріалами автоматизовано з використанням програмного комплексу Mathcad, що пришвидшує процес розрахунку і сприяє прийняттю обґрунтованих управлінських рішень щодо використання різних матеріалів армування на різній висоті залягання у дорожньому одязі.

В розвиток методу розрахунку компонентів напружено-деформованого стану дорожнього одягу запропоновано використання додаткового коефіцієнту, що дозволяє здійснювати перехід від класичної моделі розрахунку шаруватих конструкцій дорожнього одягу мостів до уточненої.

Результати дослідження сприятимуть довговічності та зносостійкості дорожніх одягів прогонових будов мостів, що, як наслідок, позитивно впливатиме на дотримання міжремонтних строків служби армобетонних конструктивних елементів дорожнього одягу та забезпечить економію коштів на ремонтно-відновлювальні заходи.

Практична апробація результатів була виконана при науково-технічному супроводі реконструкції автомобільної дороги загального користування державного значення М-14 Одеса - Мелітополь - Новоазовськ (на м. Таганрог) на

ділянках з влаштуванням цементобетонного покриття: км 142+800 – км 158+500, км 159+500 – км 161+909 з шляхопроводом через залізницю (замовник ТОВ «Міжнародний проектний інститут») та км 158+500 – км 159+500 з транспортною розв'язкою в різних рівнях, км 171+000 – км 176+586 з надземним пішохідним переходом (замовник ТОВ «Інститут комплексного проектування об'єктів будівництва»).

Особистий внесок здобувача. Отримані автором результати теоретичних досліджень та аналітико-розрахункові порівняння з експериментальними, які виносяться на захист, відображені в публікаціях, що оприлюднені у фахових виданнях та виданнях іноземних держав. У публікаціях [82, 142, 143, 144] автором розглянуто методику розрахунку напружено-деформованого стану плити проїзної частини автодорожнього моста, яка пов'язана з теорією згину шаруватих конструкцій з врахуванням поперечних нормальних напружень від обтиснення шарів та теорією пружності для оцінки міцності. У приведеній уточненій неklasичній моделі розрахунку враховано додатково вплив деформацій зсуву за допомогою окремої функції. У праці [138, 145, 149] виконано дослідження поведінки та вигину балочно-плитних систем мостів під дією синусоїдального навантаження.

За результатами досліджень [139, 140, 141] було удосконалено метод розрахунку конструктивних елементів на основі моделі шаруватих систем від комбінації постійних та тимчасових навантажень для дорожнього одягу, відшарованого від плити прогонової будови, а також, при необхідності, безпосередньо плити, відокремленої від одягу. У публікації [12, 28, 148, 150] розглянуто особливості проектування плит прогонових будов мостів, армованих FRP композитними матеріалами.

У праці [156] проаналізовано важливість врахування якісних показників стану дорожнього одягу в довгострокових контрактах з експлуатаційного утримання автомобільних доріг.

Апробація результатів дисертації. Основні положення дисертаційної роботи доповідались та обговорювались на наукових конференціях

професорсько-викладацького складу Національного транспортного університету №№ 70-75 в 2014-2020 рр.; на 11-тій Міжнародній науковій конференції «Математичні проблеми технічної механіки» в 2012 р.; на науково-практичному семінарі «Впровадження інновацій в дорожньому будівництві» ДП «ДерждорНДІ» в 2020 р.; на XII Всеукраїнській заочній науково-практичній конференції «Освіта і наука в Україні: шляхи розвитку та напрямки взаємодії» в 2020 р.; на Міжнародній науковій інтернет-конференції «Інформаційне суспільство: технологічні, економічні та технічні аспекти становлення» в 2020 р.; на I Міжнародній науково-практичній конференції «Наука. Інновації. Якість» (SIQ) в 2020 р. та на конференції «Modern systems of science and education in the USA, EU and post-Soviet countries» в 2021 р.

Публікації. Основний зміст дисертаційної роботи викладено у 16 публікаціях: 2 статті у виданні іноземної держави, яке включено до міжнародної наукометричної бази, 1 стаття у вигляді розділу зарубіжної монографії, 5 статей у фахових виданнях, 8 праць апробаційного характеру. За матеріалами дисертаційних досліджень отримано 6 охоронних документів (1 патент України, 5 свідоцтв України про реєстрацію авторського права).

Структура дисертації. Дисертація включає вступ, чотири розділи, загальні висновки, список використаних джерел із 156 найменувань та трьох додатків. Основний текст викладений на 132 сторінках. Текст ілюструється 66 рисунками та містить 11 таблиць.

РОЗДІЛ 1

ТЕОРЕТИЧНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ ПІДХОДІВ ДО ВИКОРИСТАННЯ КОМПОЗИТНИХ МАТЕРІАЛІВ У ДОРОЖНЬОМУ БУДІВНИЦТВІ

1.1 Дослідження причин руйнування армобетонних конструктивних елементів мостів

Погіршення стану залізобетонних конструкцій внаслідок корозії арматури є доволі відомою проблемою, тому актуальною задачею є превентивні міри щодо попередження цього явища та вчасне виконання планових ремонтних робіт. Вартість ремонту, відновлення, зміцнення залізобетонних конструкцій, а також об'їзд та затримки у русі транспорту по мостах у зв'язку з цими роботами може досягати значних значень, та за оцінками експертів вдвічі перевищувати початкову вартість будівництва [1]. Більшість залізобетонних мостів розраховані на термін служби не менше 50 років, при цьому згідно проведених досліджень фактичний термін служби становить 43 роки, а основною причиною цьому є передчасне зношування під час експлуатації [2].

У Сполучених Штатах було проведено дослідження 583 000 мостів, з них приблизно 15% мали проблеми внаслідок корозії сталі (рис. 1.1) [3].



Рисунок 1.1 – Типові пошкодження металевої арматури в бетонній плиті мосту внаслідок корозії

Переважно руйнування залізобетонних плит відбувається під впливом процесу корозії сталевих арматур, втрати об'єму робочої частини та незадовільного стану компенсаційних швів на опорах. З іншого боку в залізобетонних плитах виникають тріщини через низьку стійкість бетону на згинальні навантаження, через які сталеві арматури піддається впливу агресивного зовнішнього середовища. Структурні тріщини в бетоні виникають через надмірне навантаження, що призводить до перенапруження конструкції, а неструктурні тріщини виникають в наслідок внутрішніх перенапружень, що спричинені тепловими навантаженнями та різними лінійними розширеннями матеріалів (рис. 1.2) [3].

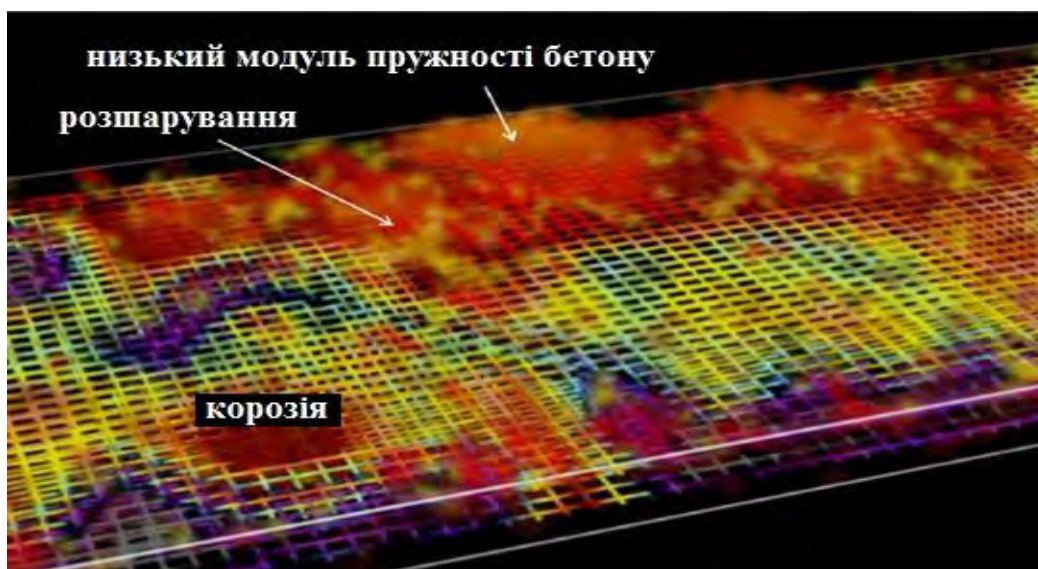


Рисунок 1.2 – 3D візуалізація зон пошкодження плити мосту

Незалежно від типу та причини появи тріщин, вони сприяють проникненню води, хлоридів, солі та інших речовин, що призводить до корозії арматури. Підраховано, що до 1/10 частини об'єму матеріалу арматури можуть займати продукти корозії. Це експансивна дія створює внутрішній тиск, що призводить до поздовжніх поверхневих тріщин та відшарувань (рис.1.3) [4]. Хоча ці механізми пошкодження в більшості випадків можуть не спричинити

руйнування конструкції, вони мають серйозний вплив на працездатність та функціональність, одночасно обмежуючи зовнішній вигляд будови.

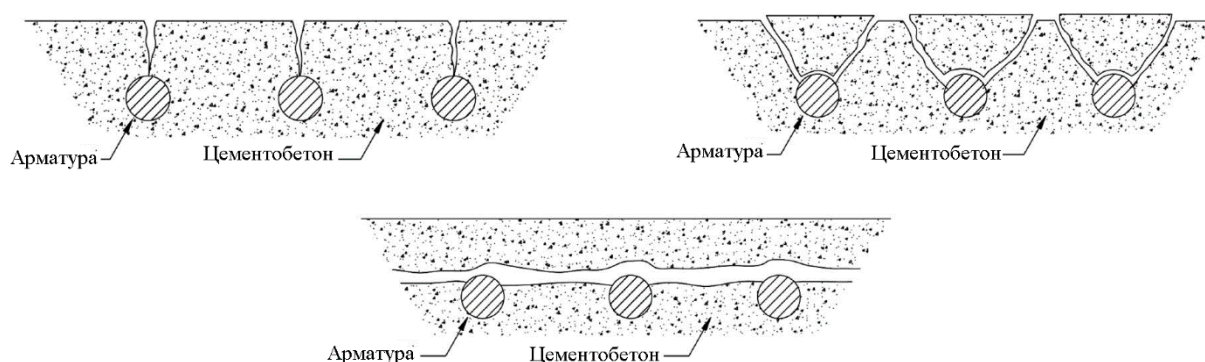


Рисунок 1.3 – Можливі сценарії пошкодження в результаті корозії арматури

Протягом останніх 60 років, як у США, так і в ЄС, акцент робився на будівництво нових мостів, а не на планові перевірки або профілактичне обслуговування існуючих. Проте, за даними Американської асоціації державних служб автомобільних доріг та транспорту (AASHTO), понад 26% мостів загального користування є або структурно дефіцитними, або функціонально застарілими [5] (рис. 1.4).



Рисунок 1.4 – Міст «Sierrita dela Cruz Creek», Амарілло, штат Техас [6]

Загальні річні прямі витрати на ремонти та утримання залізобетонних конструкцій мостів оцінювались у 8,3 млрд. дол. США, в тому числі 3,8 млрд. дол. США на поступову заміну дефіцитних мостів протягом наступних 10 років і 2 мільярди доларів США на утримання бетонних мостових плит. [7], що дорівнює середньорічному інвестиції 17 мільярдів доларів [5].

В Україні під час візуального, інструментального та тепловізійного обстеження мостів, яке проводилося науковим колективом НТУ під керівництвом проф. І.П. Гамеляка [8], встановлено, що основними проблемами, які спричиняють руйнування цементобетонних покриттів на мостах є:

- руйнування плит мостів внаслідок відшаровування захисного шару від металевої арматури (рис. 1.5-1.6);
- корозія металевої арматури через розкриття тріщин;
- нерівномірні осідання земляного полотна на підходах ;
- стан деформаційних швів (рис. 1.7– 1.8).



Рисунок 1.5 – Вигляд руйнування плит мостів внаслідок відшаровування захисного шару від металевої арматури

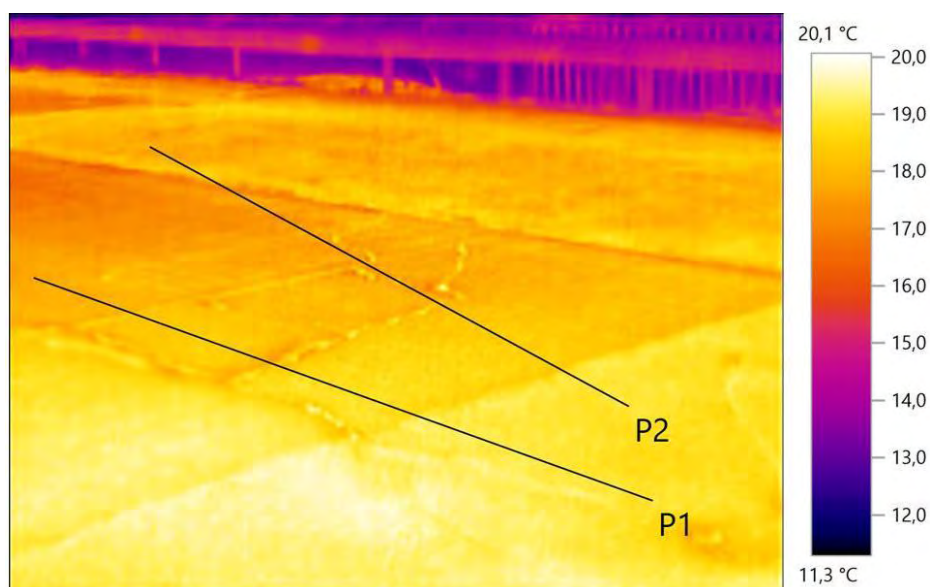


Рисунок 1.6 – Тепловізійне дослідження тріщин плит мостів внаслідок відшаровування захисного шару від металевої арматури



Рисунок 1.7– Стан деформаційних швів

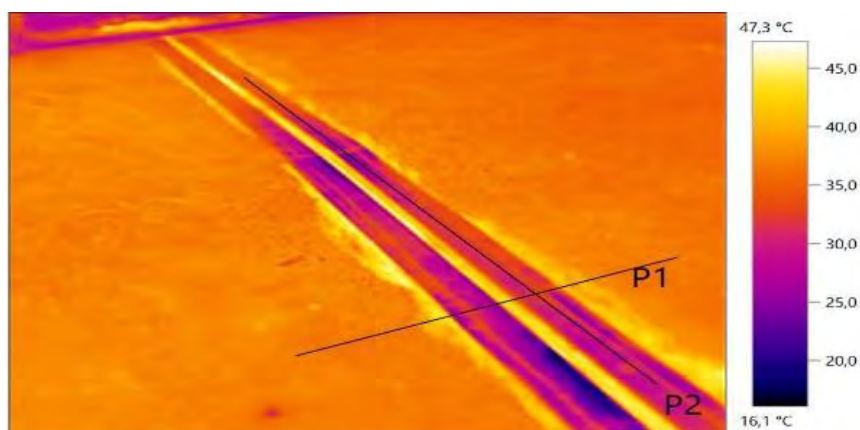


Рисунок 1.8 – Тепловізійне дослідження деформаційних швів

До основних факторів, що спричиняють виникнення корозії металевої арматури, відносять наступні:

- використання агресивних засобів запобігання ожеледиці;
- збільшення ваги та інтенсивності руху транспортних засобів;
- зростання вібраційних впливів;
- погіршення стану споруди впродовж її життєвого циклу в цілому [9].

Корозія сталевих арматур значно зменшує довговічність бетонних конструкцій мостів [10]. Це спричиняє значні економічні наслідки щодо експлуатаційного утримання мостів дорожніми службами. Відповідно досліджень, які були проведені в США [10], вартість наслідків корозії будівельних споруд оцінюється у 22,6 мільярда доларів.

Дослідження, які були проведені на німецьких мостах, показали, що основною причиною руйнування армобетонних конструкцій також є корозія металевої арматури, при цьому 2/3 цих руйнувань були спричинені впливом хлоридів [11].

1.2 Сутність підходів до використання композитних матеріалів у конструкціях дорожнього одягу мостів

Для вирішення досліджених проблем у пункті 1.1 застосовується велике різноманіття методів та конструктивних рішень, таких як обробка антикорозійними матеріалами сталевих арматур та вискоєфективний бетон. Однак було встановлено, що такі засоби не можуть до кінця усунути проблему корозії сталевих арматур в бетонних конструкціях. Останнім часом здійснюється активний пошук нових некорозійних матеріалів для посилення бетонних конструкцій, таких як волокнистий полімерний композит (FRP), що за деякими оцінками може вирішити вищезазначену проблему, особливо в суворих умовах навколишнього середовища [12]. Композит FRP має очевидні переваги, такі як висока міцність, невелика вага, хороша стійкість до втоми та корозії, простота формування у порівнянні зі сталевими елементами [13] (рис. 1.8).



Рисунок 1.8 – Переваги композитів FRP

Композитні матеріали FRP можуть бути вироблені з суцільних волокон скла (GFRP), арамиду (AFRP), вуглецю (CFRP) або комбінації цих матеріалів (гібридні FRP), просочені та зв'язані смолою. Кожен із цих типів волокон є лінійно еластичним до руйнування.

Композити складаються з двох компонентів: волокон і матриці. Волокна складають від 30% до 70% від обсягу композиту і 50% від його ваги. Основні функції волокон - нести навантаження і забезпечувати жорсткість, міцність, термостійкість та інші структурні властивості FRP [11]. Волокна в композитах FRP повинні мати високий модуль еластичності, високу граничну міцність, низьку різницю міцності між волокнами, високу стабільність їх міцності під час передачі та високу збіжність діаметрів та розмірів поверхні волокон. Матриця забезпечує положення і вирівнювання волокон, захист від пошкоджень під час виготовлення та маніпуляцій, довговічність композиту, що також є захистом від

впливу навколишнього середовища. Вона також відповідає за розподіл навантажень між окремими волокнами [11].

На рис. 1.10 показано співвідношення напружень і деформацій різних видів композитів FRP у порівнянні зі сталлю.

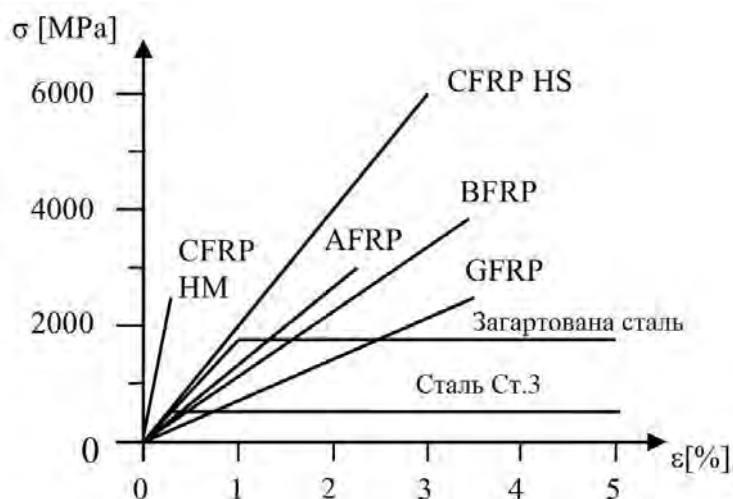


Рисунок 1.10 – Діаграма напружених деформацій для сталі та матеріалів з FRP [11]

Останнім часом приділяється особлива увага до розробки інноваційних рішень щодо технологій виготовлення та матеріалів FRP, зокрема, використання нових видів волокон, таких як базальтові стержні, на додаток до загальноновживаних скляних чи вуглецевих волокон. На думку науковців при використанні базальтової арматури (BFRP) у порівнянні зі звичайними FRP-композитами, має значні переваги щодо надійності конструкцій та забезпеченні міцності у балочно-плитних систем [13].

BFRP виготовляється з базальтового волокна (рис.1.11) [14] та є неорганічним матеріалом, подібним скляним волокнам, що виготовляється з базальтових порід шляхом процесу плавлення. Базальтові волокна мають високу міцність на розтяг та модуль пружності, кращу хімічну стійкість, розширений діапазон робочих температур та кращу екологічність у порівнянні з скляними. Більше того, BFRP має хорошу ударостійкість, а процес горіння базальтової арматури супроводжується з меншим виділеннями отруйних газів. Крім того,

базальтові волокна не потребують будь-яких інших добавок в процесі поточного виробництва, що вплине на зменшення вартості кінцевого продукту. Ці переваги роблять базальтове волокно перспективною альтернативою скловолокну як армуючий матеріал в аерокосмічній, металургійній, хімічній та будівельній промисловості [15]. Очікується, що композит BFRP забезпечить переваги, які зможуть перевершити характеристики інших типів FRP та буде істотно економічно ефективним [16].



Рисунок 1.11 – Зразки арматури з композитних матеріалів

Межа міцності базальтового волокна при розтягуванні має тенденцію до збільшення з 1,5 до 2,9 ГПа, оскільки температура його виробництва зростає в межах 1200~ 1375 ° С. Це пов'язано зі збільшенням частки базальтових ядер кристалів при нижчих температурах [17]. Модуль Юнга базальтового волокна знаходиться в діапазоні від 78 до 90 ГПа [17]. Більшість досліджень вказують, що порівняно зі склом базальтове волокно має вищий або прирівняний модуль та міцність [18], [19], проте були зареєстровані деякі випадки значно меншої міцності базальтового волокна, ніж це було задекларовано в документах виробників [20].

На додаток до хороших механічних властивостей, базальт має високу хімічну та термічну стійкість, хорошу теплову, ізоляційну, електричну та

звукову властивості [19], [21]. Крім того, базальтові волокна мають 10 разів кращі електричні (ізоляційні) характеристики ніж скляні волокна [21-22]. Базальтові волокна є значно стійкими в хімічному відношенні ніж скляні волокна, особливо сильно проявляються їх властивості у лужному середовищі [23-24].

Базальтова арматура є чудовою альтернативою для посилення мостових прогонів завдяки мінімізації ваги плит, стійкості до корозійних впливів, зносостійкості та екологічності [25]. В той час як розрахунковий термін служби бетонних плит мостів зі сталевую арматурою складає понад 40 років, прогнозований термін експлуатації плит з BFRP становить щонайменше 75 років (тобто період використання мосту) [26-27].

Тим не менше, арматура BFRP – це досить новий матеріал, механічні властивості якого ще не повністю визначені та вимагають подальших досліджень [28].

Проведений аналіз використання базальтової арматури у світі, показав, що США, Японія та Китай є провідними країнами з її використання. Ці країни були першими, що розробили правила (стандарти) проектування конструкцій, армованих композитною арматурою (рис. 1.12) [29].

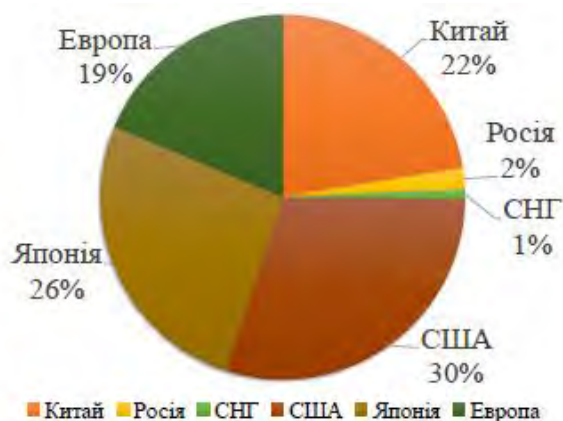


Рисунок 1.12 – Використання композитної арматури в різних країнах

У світі були розроблені норми та рекомендації (коди) щодо проектування структурних елементів конструкцій із застосуванням нових видів арматури [16], такі як, наприклад, ЄВРОКОД - 2, японський JSCE, американський ACI 440.1R, канадські CAN / CSA S806, CAN / CSA S6, італійський CNR [29], український ДСТУ-Н Б В.2.6-185: 2012 [30] та ДСТУ Б В.2.6. - 156: 2010 [31], ДСТУ Б В.2.7-312:2016 [32], СОУ 42.1-37641918-091:2013 [33] та інші. Порівняльні характеристики композитної арматури з металевою наведені в таб.1.1.

Таблиця 1.1 – Характеристика композитної арматури і порівняння з металевою

Характеристики	Склопластикова арматура (GFRP)	Базальтопластикова арматура (BFRP)	Металева арматура (A400C)
Сировина	Ровінг скляний, Смола епоксидна	Ровінг базальтовий, смола епоксидна	Метал
Міцність при розтягу, МПа	600-1200	700-1300	390
Видовження, %	2,2	2,2	25
Пружність, МПа	45 000	60 000	200 000
Коефіцієнт лінійного розширення	9-12	9-12	13-15
Щільність, т/м ³	1,9	1,9	7,85
Діаметри, мм	4-32	4-32	6-80
Корозійна стійкість до агресивних середовищ	Нержавіючий матеріал першої групи хімічної стійкості	Нержавіючий матеріал першої групи хімічної стійкості	Руйнується з виділенням продуктів корозії
Теплопровідність	Теплопровідна	Теплопровідна	Нетеплопровідна
Електропровідність	Діалектик	Діалектик	Електропровідна
Довговічність	Не менше 80 років	Не менше 80 років	По будівельним нормам

У вітчизняних нормах і багатьох авторських методах лише загальна інформація, що є недостатньою для проектування армобетонних конструкцій.

Зокрема, у ДСТУ-Н Б В.2.6-185:2012 [30] знаходиться інформація про загальні положення та вимоги до проектування та виробництва конструктивних елементів посилених композитною базальтовою арматурою. Але, за ДСТУ-Н Б В.2.6-185: 2012 використання базальтової арматури не поширюється на конструкції, що розраховуються на вогнестійкість та витривалість, а на конструкції, що зазнають впливу статичного навантаження [9].

Проте, ці коди та вітчизняні норми не в повній мірі відображають рекомендації або процедури проектування структурних елементів конструкцій із застосуванням BFRP, оскільки цей матеріал відносно новий, а досліджень щодо його фізичних, механічних властивостей, довговічності та структурних характеристик проведено відносно дуже мало [16].

Для вдосконалення нормативно-правової бази щодо використання композитної арматури необхідно проводити додаткові лабораторні випробування поведінки армобетонних конструктивних елементів [9].

Отже, перспективними напрямками досліджень є оцінка коротко- та довгострокових характеристик базальтової арматури BFRP, її конструктивних характеристик як внутрішнього армування балочно-плитних систем мостів, з точки зору аналізу компонентів напружено-деформованого стану конструкцій.

1.3 Особливості застосування композитних матеріалів у дорожньому будівництві

Завдяки своїм некорозійним властивостям композитно-полімерні матеріали (FRP) у вигляді армуючих стержнів, що застосовуються при виготовленні плит прогонових будов мостів сприяють збільшенню довговічності, зменшують витрати на експлуатаційне утримання та ремонт. З часом технологія виготовлення FRP вдосконалюється, що дає можливість розширити сферу застосування композитних армуючих матеріалів. AASHTO дозволяє використовувати склополімерну арматуру (GFRP), канадський стандарт CSA S6 дозволяє використовувати склополімерну (GFRP), вуглецеву

(CFRP) та арамідну (AFRP) арматуру в балочно-плитних системах, а стандарт CSA 2010a пропонує два різні методи проектування мостових плит: емпіричний метод проектування та метод згинального проектування. Ці методи встановлюють мінімальний діаметр для арматурних стержнів GFRP на рівні 16 мм при максимальній відстані 300 мм. Слід зазначити, що ці вимоги базуються на багатьох дослідженнях та випробовуваннях у польових умовах конструкцій із використанням GFRP з модулем пружності приблизно 40 ГПа. В той час як сучасне виробництво арматури GFRP забезпечує модулі пружності вище 60 або 65 ГПа, а BFRP – до 70 або 75 ГПа. Це може впливати на мінімальні вимоги до армування з FRP конструкцій плит на прогонових будовах мостів. Оскільки чинні стандарти проектування FRP недосконалі, необхідні подальші дослідження для розробки та надання обґрунтованих факторів, що впливають на стійкість та витривалість при експлуатації конструкцій мостів.

ElGamal, El-Ragaby, Bouguerra було досліджено роботу плит прогонових будов мостів з застосуванням склополімерної арматури при статичному та втомному навантаженні, інші дослідники вивчали мостові конструкції з GFRP при статичному та ударному навантаженні [34]. Більше того, в Канаді та США було здійснено серія польових випробувань подібних інноваційних конструкцій. Більшість з цих мостів були побудовані із застосуванням арматури GFRP з модулями пружності від 40 до 45 ГПа. Деякі з них експлуатуються понад 10 років без жодних ознаки погіршення стану.

Серед минулих досліджень Kumar та GangaRao [35] зробили перші зусилля для оцінки втоми відповідних бетонних плит мостів, армованих GFRP. Основною метою було оцінити погіршення жорсткості мостових плит. З експериментальних результатів встановлено, що швидкість деградації плит з арматурою GFRP значно менша ніж у армованих металевою. Дослідження Benmokrane, Deitz, Eitel, El-Ragaby, El-Salakawy [36] довели, що арматурні стержні FRP є кращою альтернативою для армування бетонних плит мостів.

Harik, Alagusundaramoorthy, Siddiqui, Lopez-Anido, Morton, Dutta, Shahrooz [37] досліджували зразки плит, посилені волокнами вуглецю з

додатковим GFRP армуванням. З триточкових випробувань плити різної довжини та товщини на вигин було встановлено, що зразки задовольняють вимоги деформування та критерії міцності Департаменту транспорту штату Огайо (ODOT) з коефіцієнтом безпеки не менше 3.

В іншому дослідженні Hassan, Abdelrahman, Tadros, Rizkalla [38] досліджували поведінку плити моста, армованої вуглецевим FRP (CFRP) та з гібридним армуванням. При теоретичному дослідженні цих плит було використано метод скінченних елементів. Було встановлено, що несна спроможність при граничному навантаженні суцільних повномасштабних мостових плит у сім разів більша ніж робоче навантаження, визначене Американською асоціацією державних служб автомобільних доріг та транспорту (AASHTO). Дослідники запропонували використовувати коефіцієнт армування 0,3% CFRP на m^2 (коефіцієнт обсягу волокна 60% або більше) у верхньому та нижньому шарах плити. А для армування балок з використанням GFRP - 1,2% та 0,6% відповідно зверху і знизу в поперечному напрямку. У поздовжньому напрямку вона повинна становити 0,6%.

El-Salakawy та Benmokrane [39] протестували 10 повномасштабних бетонних плит для вивчення показників роботи арматури FRP у порівнянні зі сталевією у польових умовах. У результаті дослідження було встановлено, що прогини мостових плит знаходились в межах допустимих згідно канадського стандарту (CSA 2000).

Holden [40] встановив, що жорсткість цементобетонного покриття та плит прогонових будов мостів, посилені GFRP є достатньою згідно стандарту AASHTO. Дослідники виявили, що товщину цементобетонного покриття можна зменшити за допомогою додаткового армування стержнями GFRP.

Yost та Schmeckreper [41] вивчали згинальні характеристики мостових плит, посилені двовимірними (2D) сітками FRP зі скляних, вуглецевих та гібридних волокон. Так як модуль пружності сіток FRP був значно нижчим ніж у сталевих, як результат, спостерігалися більші прогини і більша ширина розкриття тріщин.

Для вивчення втомних характеристик мостових плит армованих FRP при екстремальних температурних навантаженнях Kwon та співавт. [42] провели випробування. Зразки плит були випробувані на мільйон циклів навантаження колеса при низьких та високих температурах. Була спостережена задовільна робота плит в екстремальних температурних умовах. Однак встановлено, що жорсткість плит залежить від впливу температурних умов.

Chen, Davalos, Ray [43] вивчав втомні властивості бетонної плити мосту армованої CFRP та встановив, що вони не погіршуються при багаторазових транспортних навантаженнях (більше 2 мільйонів циклів).

Полімери, зміцнені базальтовим волокном (BFRP), є найновішими композитами FRP розробленими протягом останніх десятиліть. Вивченню їх механічних властивостей та роботи у якості арматури в бетонних конструкціях присвячені дослідження Vanibayat and Patnaik [44], Brik [45], Sim [19], Dhand [46]. В роботах Wu [47] визначена енергозберігаюча, екологічна властивості базальтового полімеру, а Brik [45], Sim [20], Deák, Czigány [48], Scheffler [49], Morozov [50] відзначили стійкість базальтової арматури до екстремальних температур та окисленого середовища. Однак, в дослідником Sim [20] відзначено, що як і GFRP, BFRP має низький модуль пружності відносно сталі та зазнає деградації від розчинів лугів.

Базальтові волокна також мають кращі втомні характеристики [47]. Wu та його послідовники оцінили роботу арматури BFRP в напруженому і ненапруженому станах при дії чотирьох типів імітованих агресивних середовищ: лужний розчин, сольовий розчин, розчин кислоти та деіонізованої води при 25, 40 та 55 ° C. Також був проведений мікроструктурний аналіз за допомогою електронного сканування (мікроскопії SEM) для виявлення механізму деградації арматури BFRP в лужному середовищі. Залишкова міцність на розрив ненапруженої арматури BFRP, на яку впливали лужним розчином, була використана для прогнозування довгострокових показників на основі теорії Арреніуса. Результати показали, що вплив кислоти, солі та деіонізованої води на міцність арматури BFRP був менший ніж дія лужного розчину. Було

встановлено, що механізм деградації конструкцій армованих BFRP прискорюється при напруженні понад 20% від граничного.

Sim, Park, Moon [20] досліджували довговічність та ефективність роботи арматури з волокон базальту, скла, і вуглецю при підвищених температурах. Дослідники відзначили, що при зануренні базальтових та скляних волокон в розчин лугу з часом відбувається втрата міцності, але вуглецеве волокно не показало значного зниження міцності. Тим не менше, базальтове волокно зберігало свою об'ємну цілісність і 90% своєї міцності після впливу температури понад 600 ° C протягом 2 годин.

Дослідники під керівництвом професора Mingchao [51] вивчали хімічну міцність та механічні властивості базальтового волокна в структурі арматури, яку виготовлено з використанням різних типів епоксидних смол. Експериментальні результати показали, що після того, як арматуру BFRP піддавали дії розчинів лугів протягом 3 місяців, модуль пружності залишався незмінним, хоча міцність зменшувалась на 40%.

Li [52] вивчав довговічність та зносостійкість арматури з базальтового волокна, що піддається впливу гігротермічного середовища та лужних речовин. Відкриті базальтові волокна (необроблені смолою) занурені в ці середовища, як виявилось, втрачають фізико-механічні характеристики при розтягуванні внаслідок значної корозії матеріалу за SEM. Але, оброблена арматура BFRP смолами показала вищу міцність, коли її піддають впливу таких же умов. Дані дослідження були спрямовані на оцінку довгострокової довговічності арматури BFRP в умовах впливу лужного середовища, що імітує вологий бетон в різних температурних умовах. Оскільки BFRP на момент проведених досліджень ще не були включені до стандартів та специфікацій проектування, результати цього експериментального дослідження були запропоновані науковцями для вдосконалення стандартів та норм з використання неметалевої арматури в будівництві.

Науковці Sudha, Mohan вивчали фізико-механічні властивості, такі як міцність на стиск, міцність на розрив базальтового армобетону в защемленні

балочної конструкції [53]. Поведінка з'єднання балки з вмістом базальтового волокна 0,75%, 1% та 1,25% була досліджена при циклічному навантаженні. Результати показали, що з'єднання балок демонструють кращі показники завдяки додаванню базальтових волокон. Дослідження вказують, що додавання базальтового волокна підвищує міцність на згин, стиск, розтягання на розрив і в'язкість бетону. Також це зменшить розмір розкриття тріщин під час експлуатації таких конструкції [53].

Роботи Rathod, Gonbare, Pujari присвячені вивченню міцності при згинанні та міцності на стиск залізобетонних конструкцій з базальтовим волокном. При дослідженні використовувалися зразки з вмістом базальтового волокна 1% і 2%. Результати показують, що міцність на згинання та міцність на стиск зразків з базальтовим волокном вища в порівнянні із звичайним бетоном. Крім того, завдяки додаванню 2% волокна, 14-денна міцність на згинання зросла приблизно з 40% до 50%, а міцність на стиск за 28 днів зросла приблизно з 83% до 92% [54].

Kishore, Mounika, Maruthi, Harikrishna у своїх дослідженнях зосереджували увагу на впливі вмісту базальтового заповнювача та його поєднанні з іншими наповнювачами у бетонній суміші. У цьому дослідженні використовували різні процентні комбінації базальтового та вапнякового заповнювачів. Для оцінки характеристик базальтового заповнювача в бетонних сумішах проводили випробування міцності на стиск, оброблюваність, питому вагу та тести на стирання. Результати показали, що бетонна суміш із базальтовим заповнювачем є більш працездатною та має більшу міцність, ніж з вапняковим заповнювачем [55].

Наукові дослідження Lokesh, Gokilapriya Dharshini, Suresh присвячені оцінці експлуатаційних характеристик сталевих арматур та базальтової арматури в бетонних балках. Були проведені випробування для визначення згинальної та зсувної здатності балки. З порівняльного дослідження балок було встановлено, що конструкції з базальтовою арматурою демонструють менший прогин і мають вищу міцність при згинанні та жорсткість, ніж балки зі сталевими арматурними стержнями. Поєднання базальтової арматури та бетону також

мають відмінні між зв'язкові характеристики. Результати випробувань підтверджують, що базальтова арматура може бути використана як відмінна альтернатива сталевій у бетонних балках [56].

М. Урбанський визначив недоліки та переваги використання базальтової арматури в бетонних конструкціях. У його дослідженнях виконано порівняння характеру прогину та розкриття тріщин для балок армованих базальтовою та сталевую арматурою. Було встановлено, що руйнування базальтової армованої балки не відбулося раптово, і вона має значно більший прогин порівняно зі сталевую через нижчий модуль пружності базальтової арматури. Крім того, середня ширина тріщин в 3-4 рази перевищує значення у порівнянні із сталевую армованою балкою. Це дослідження також вказує на те, що прогин і ширина тріщини є основними факторами, які слід враховувати при проектуванні балочно-плитних конструкцій армованих базальтовою арматурою [57].

Т. Hulin досліджував вплив сітки з базальтової арматури на пожежну поведінку тонких високоефективних бетонних плит. Ефективність зразків із базальтовою арматурою порівнювали із зразками, що не мають сіток, зразками із сталевую сіткою та зразками, що мають структуру сандвіча. Результати випробувань показали, що зразки з базальтовою арматурною сіткою мають кращу стійкість до високих температур і це зменшує можливість відшарування шарів конструкції [58].

В країнах СНГ перші випробування базальтових волокон у якості армуючого компоненту бетону були здійснені наприкінці 1950-х років, на основі яких було встановлено, що цемент з додаванням волокон оброблених полімерними матеріалами ефективно стійкий до лужного середовища [59, 60]. Однак, дослідження фізико-механічних характеристик та виробництво стержнів BFRP розпочалось лише в 1990-х роках [43]. Зокрема, під керівництвом А.В. Мішутіна [61] досліджувався вплив хімічних добавок та композитної фібри в складі цементобетонного дорожнього покриття на його характеристики. Отримані зразки випробовувалися на міцність при стиск, при згині, на водопроникненість та ударостійкість. При введені у склад бетона

пластифікуючих добавок та фібри збільшує міцність при стиск на 10%, міцність при згині більше ніж на 55% та ударостійкість на 17%.

В Європі, США та Японії були проведені дослідження стійкості до лугів арматури BFRP Sim [20]; міцності, термостійкості, стійкості до високих температур та стійкості до горіння у бетоні Borhan та Bailey [62]; термічна деформація газобетону BF Sinica [63]; звичайні механічні властивості бетону з високим вмістом BF Ayub [64]; зносо- та корозійна стійкість BFRC фірмою Kabay [65].

У Китаї в 1978 р. Нанкінський інститут скловолокна [66] вперше запропонував використовувати базальт для отримання стійких до лугів волокон, що покращують бетон. Shen та його послідовники [67] провели експериментальне дослідження BF щодо стійкості до лугу. У 1980 р. Du [68] узагальнив виконані раніше дослідження у нормативному документі Китаю.

Поведінка мостових плит на сталевих прогонових будовах металоконструкцій була досліджена науковцями Hewitt, Batchelor, Perdikaris, Beim, Kuang, Morely та іншими [34]. Поведінку плит, зміцнених скло- та вуглецево-стержневими решітками вивчали Hassan, El-Salakawy, Chen, Davalos, Ray та ін. [34]. Ці дослідження дійшли висновку, що основною структурною дією плит, які протистоять концентрованим навантаженням колеса, є не згинання, як традиційно вважається, а складний внутрішній напружений стан, пов'язаний із деформаціями зсуву. Механізм зсуву створює внутрішнє напруження, що є причиною деформації. На рис. 1.13 показано роботу плити мосту під дією критичного навантаження.

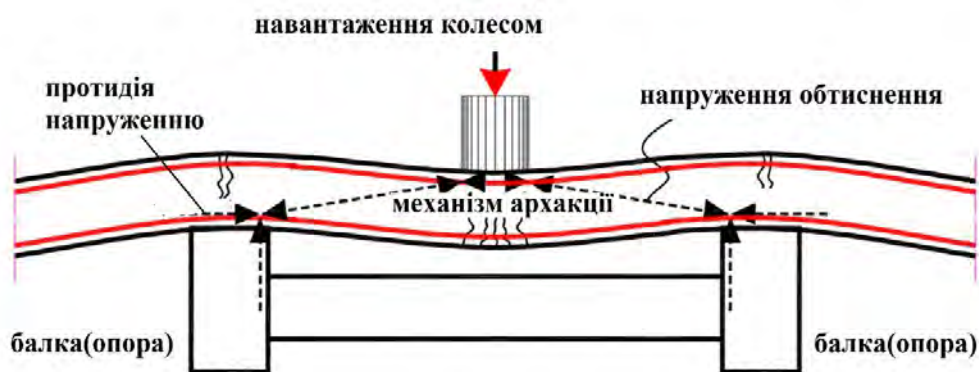


Рисунок 1.13 – Робота плити мосту під дією критичного навантаження

Теоретичні дослідження напружено-деформованого стану балок армованих базальтовою арматурою (BFRP) та порівняльний аналіз з аналогічними залізобетонними балками наведені в наукових працях вітчизняних дослідників П.М. Ковалю, О.І. Валового, О.Ю. Єрмоєнко, М.О. Валового, Ю.А. Клімова, Ю.А. Вітковського [69]. Дослідниками встановлено, недолік інформації щодо характеру впливу специфічних, притаманних композитним матеріалам, фізико-механічних властивостей базальтової арматури на загальну несну здатність та деформацію конструкцій.

Питанням розробки математичної моделі втомної міцності неметалевої стержневої арматури присвячені роботи вітчизняних науковців І.П. Гамеляка, Т.І. Коваль [8, 9], яка дозволяє виконати оцінку роботи зразків із неметалевою базальтопластиковою арматурою та порівняти результати на витривалість зі звичайною металевою, що дозволило визначити коефіцієнт умов роботи базальтобетонних перерізів при впливі багаторазових повторюваних навантажень та встановити характер закономірностей виникнення тріщин.

Дослідження В.М. Карпюк, А.С. Целікова, А.О. Худобич, І.А. Карпюк, А.І. Костюк [70] присвячені питанням впливу конструктивних чинників на характер зміни закономірностей несної здатності, тріщиностійкості та деформацій бетонних конструкцій з використанням BFRP. Випробування виконувалися за чотирьох точковою схемою вільно обпертих балок, які навантажувалися поступово зростаючими двома зосередженими силами та циклічними навантаженнями. Необхідність даних досліджень зумовлена значною розбіжністю між розрахунковою та дійсною несною здатністю таких конструкцій. Дослідники встановили вплив конструктивних чинників на основні параметри працездатності балок виготовлених з армуванням BFRP стержнями, які покладені в основу фізичної моделі проектування таких елементів.

Висновки до розділу 1

1. Основними причинами руйнування залізобетонних плит є корозія сталевих арматур, втрата об'єму робочої частини та незадовільний стан компенсаційних швів на опорах.

Низька стійкість бетону при згинальних навантаженнях спричиняє утворення тріщин, через які потрапляє волога та інші речовини. Перевантаження конструктивних елементів прогонових будов моста та теплове навантаження призводять до виникнення неструктурних тріщини.

2. Для вирішення досліджених причин руйнування армобетонних конструктивних елементів у світі прийнято застосовувати композитну арматуру, що може бути виготовлена з суцільних волокон скла (GFRP), базальту (BFRP), арамідів (AFRP), вуглецю (CFRP) або комбінації цих матеріалів (гібридні FRP), які просочені та зв'язані смолою.

3. Останнім часом у світовій практиці одним з прогресивних композитних матеріалів вважається базальт, що є чудовою сировиною для виробництва композитної арматури завдяки широкомасштабній доступності, відносній однорідній хімічній структурі та здатності утворювати волокна в розплавленому стані. Легка оброблюваність базальтового заповнювача знижує вартість кінцевого продукту – арматури.

4. Посилення базальтовою арматурою балочно-плитних систем може бути використане як для будівництва нових, так і для зміцнення старих (існуючих) автодорожніх мостів. Проте, це твердження вимагає подальшого дослідження поведінки армобетонних конструктивних елементів з використанням композитних матеріалів для чого необхідно провести аналіз існуючих методів та моделей.

РОЗДІЛ 2

УДОСКОНАЛЕННЯ МЕТОДУ РОЗРАХУНКУ ЖОРСТКОГО ДОРОЖНЬОГО ОДЯГУ МОСТІВ З КОМПОЗИТНОЮ АРМАТУРОЮ

2.1 Теоретичні дослідження методів та моделей розрахунку шаруватих конструкцій дорожнього одягу мостів

На думку Ali Mohammadi Mohaghegh збільшення довговічності бетонних конструкцій автодорожніх мостів – це найкращий спосіб поліпшити їх стійкість [10]. В дослідженнях довговічності мостів жорсткий дорожній одяг разом з плитою доцільно розглядати як багатошарову систему.

Розглянуті в [71] підходи Б.І. Когана, Р.М. Раппорта, М.Б. Корсунського, П.І. Теляєва, Б.С. Радовського, А.К. Приварнікова, В.В. Мозгового засвідчили, що ці дослідники у своїх наукових працях до розрахунку багатошарових конструкцій дорожнього одягу жорсткого типу застосовували теорію плит на пружній основі з використанням точних (класичних) розв'язків задач теорії пружності, а О.Я. Шехтер, А.О. Салль, В.Ф. Бабков, В.К. Вінокурова, М.І. Горбунов-Посадов, І.А. Медніков [71] – запропонували інженерні розв'язки з гіпотезою тонких плит для верхніх монолітних шарів, що в подальшому мало практичну реалізацію. Науковці розглядали плиту нескінченних розмірів на пружній основі під навантаженням, рівномірно розподіленим по колу, в якості основної розрахункової схеми. При цьому були застосовані рішення О.Я. Шехтер [72] з доповненням В.Ф. Бабкова [73], в якому для пружної основи використано модель однорідного півпростору. Проте, як показали подальші дослідження, оскільки розрахунок відноситься для плити нескінченних розмірів, результати його застосування для реальних плит були наближеними.

Поряд з розрахунком міцності дорожнього одягу дослідником І.П. Гамеляком [74] була розроблена методика оцінки та забезпечення надійності конструкцій дорожнього одягу, яка базується на критеріях граничного стану та

стохастичній моделі прогнозу зміни залишкового ресурсу конструкції по міцності та деформативності в процесі експлуатації.

Розрахунок дорожніх одягів для пружної основи переважно здійснюють із застосуванням моделі Вінклера з відповідним коефіцієнтом постелі. М.М. Іванов вдосконалив відомі рішення Вестергада для напружень в плиті нескінченних розмірів, застосовуючи замість коефіцієнту постелі пружної вінклерової основи модуль деформації [75]. І.А. Медніков розв'язав цю задачу використовуючи модель пружного півпростору в більш загальному вигляді [71].

Авторами дослідження [76] Н.В. Павленко, І.С. Шуляком запропоновано рішення напружено-деформованого стану для дискретних матеріалів під дією рівномірно розподіленого навантаження, що ґрунтується на закономірній зміні поведінки дискретних шарів в залежності від коефіцієнту розподільчої здатності матеріалів при виборі варіантів конструкцій дорожнього одягу.

Дослідниками Л.І. Манвеловим, Г.І. Глушаковим, А.В. Михайловим, Н.Н. Волховим, Л.І. Горєцьким та іншими була розроблена теорія розрахунку жорстких дорожніх одягів [77], яка базувалась на наступних положеннях:

- розрахунок проводиться під дію статичного навантаження;
- в якості математичної моделі прийнята плита Кірхгофа–Лява на пружній основі Вінклера. Плину вважають нескінченною, за основу приймається рішення Б.Г. Корнєва для вісесиметричного навантаження;
- при розрахунку двохшарових та багатошарових одягів з поверхневими шарами підсилення передбачається сумісна робота шарів плит.

Інший підхід згідно з [77] демонструють наукові праці А.П. Сініціна, Ю. Н. Жемочкіна, О.Н. Троцького, В.А. Кульчицького та їх послідовників, який заснований на рішенні задач по роботі багатошарових покриттів та жорстких шарів посилення при дії експлуатаційних навантажень із спрощеними модельними базисами для опису роботи шарів (несний шар приймається класичними пластинками Кірхгофа–Лява, а інші прошарки спрощеними моделями). Такий підхід, хоча і дає можливість враховувати конструктивні особливості покриттів, але теж є доволі неточним.

Загальними недоліками досліджених методів є те, що в їх основі відсутня обґрунтована математична модель роботи багатошарової конструкції. Основними підходами до вирішення цієї задачі є застосування чисельних, аналітичних методів та об'єднання декількох теорій в один метод. В сучасних наукових теоріях найбільш поширеними числовими методами для наближеного розв'язку диференційних рівнянь є методи: МСЕ (скінченних елементів), МСР (скінченних різниць), ВРМ (варіаційно–різницевий метод) та інші. Ці методи у поєднанні з фізичними та математичними моделями дозволяють розв'язувати задачі напруженого стану шаруватих конструкцій із застосуванням певних гіпотез.

В основу теорії розрахунку шаруватих конструкцій покладено основні гіпотези, серед яких можна виділити гіпотезу прямої нормалі (гіпотеза Кірхгофа – Лява), на основі якої С.Г. Лехницьким [78] та С.А. Амбарцумяном [79] була побудована теорія розрахунку шаруватих анізотропних пластин з жорсткими шарами, яка поєднала ідеї класичної теорії та гіпотези про поперечні деформації й напруження, запозичені із некласичної теорії однорідних конструкцій.

Слід зазначити, що теорія С.А.Амбарцумяна використовує систему зусиль і статичних рівнянь у зусиллях, що не відрізняються від прийнятих у класичній теорії. Система рівнянь, проте, має більш високий, ніж у класичній теорії, порядок – шостий для пластинки та десятий для пологої оболонки.

С.П. Тимошенко [80] для розв'язку подібних задач запропонував модель, що базується на гіпотезі прямої лінії для пакету шарів конструкції, яка на відміну від гіпотези прямої нормалі, враховує деформації поперечного зсуву. Вказана модель може застосовуватись для конструкцій з несуттєвою різницею жорсткості шарів.

Більш повний аналіз різних теорій розрахунку шаруватих систем приведений в роботах В.Г. Піскунова, О.О. Рассказова [81], В.С. Сіпетова, Б.В. Гриневицького [82], І.О. Кондрюкової.

Для шаруватих систем класично застосовуються тривимірні моделі, розв'язки за якими побудовані аналогічно розв'язкам для однорідних систем. Зокрема, дослідниками Б.Г. Гальоркіним [83] та Б.Ф. Власовим [84] отримані розв'язки для однорідної товстої плити, обпертої по контуру.

Згин тришарової плити симетричної будови обпертої по краях розглядається в науковій праці Л.Е. Брюккера [85]. При цьому введено додаткові припущення про те, що заповнювач є тривимірним тілом, а для відносно тонких та жорстких зовнішніх шарів справедливі гіпотези Кірхгофа.

На основі узагальнення точного розв'язку задачі теорії пружності С.П. Тимошенка і Дж. Гудієра [86] для однорідної плити, Н. Пейгано отримані розв'язки задачі циліндричного згину та тривимірних задач згину шаруватих плит [87].

А.П. Прусаковим та його співавторами [88] було отримано точний тривимірний розв'язок задачі згину вільно обпертих тришарових плит несиметричної будови.

Дослідження Я.М. Григоренка, А.Т. Василенка, Н.Д. Панкратової [89] присвячені застосуванню тривимірних рівнянь теорії пружності для багатошарових товстостінних оболонок.

Точні розв'язки задачі згину анізотропних плит, кососиметрично-армованих по товщині з використанням тривимірних моделей для дослідження напружено-деформованого стану шаруватих систем отримані А. Нуром та В. Бартоном [90], М. Савоя і Дж. Редді [91]. Тривимірний аналітичний розв'язок для товстих плит з врахуванням просковзування шарів був отриманий в роботі [92].

Приведені дослідження вказали на необхідність побудови наближених моделей шляхом зведення тривимірних рівнянь до двовимірних, що пов'язано з обмеженістю можливості застосування тривимірних рівнянь до розрахунку шаруватих систем.

Проблема побудови моделей на основі двовимірних рівнянь теорії оболонок і плит розв'язується різними методами, які умовно розділяють на аналітичні [93] та методи гіпотез [79].

Згідно І.І. Воровичу [94] аналітичні методи базуються на регулярному процесі наближення тривимірної задачі шляхом послідовного зведення її до двовимірної. При цьому не допускаються будь-які гіпотези та спрощуючі

припущення. Можна зробити висновок, що аналітичні методи дозволяють знайти лише наближений розв'язок задачі теорії пружності.

Розповсюдженням аналітичним методом розв'язку вказаної проблеми є асимптотичний, що отримав розвиток в роботах І.І. Воровича [94], А.Л. Гольденвейзера [95].

А.П. Прусаковим [93] запропоновано енергоасимптотичний метод побудови двовимірних рівнянь, що базується на варіаційному принципі Е. Рейснера. Показано, що відомі наближені моделі, які будуються методом гіпотез, можна розглядати як те чи інше наближення енергоасимптотичного методу. Наприклад, теорія пластин Е. Рейснера [96] відповідає першому наближенню. В подальшому для побудови рівнянь шаруватих пластин енергоасимптотичний метод був застосований А.В. Плехановим [97].

В роботах В.З. Власова і Н.Н. Леонтьєва [98], І.Н. Векуа [99], Н.А. Кільчевського [100], А.І. Лур'є [101], Х.М. Муштарі і І.Г. Терєгулова [102] та інших вчених отримав розвиток аналітичний метод приведення тривимірної задачі до двовимірної, оснований на розкладанні шуканих функцій в ряди по товщині оболонки (пластини).

В дослідженнях О.М. Марчука [103] використовувалися числові методи на основі аналітичної теорії розрахунку шаруватих плит на пружному півпросторі, яка враховує вплив деформацій поперечного зсуву та обтиснення методом скінченних елементів. Даний метод дав змогу отримати розв'язки ряду задач пов'язаних з розрахунком дорожніх плит.

В [104] Ф.А. Коган формулює два напрямки в застосуванні методу гіпотез до побудови двовимірних моделей теорії кусково-неоднорідних (шаруватих) оболонок і пластин. Згідно термінології, запропонованої автором роботи [105] і прийнятої в огляді [106], моделі або теорії першого напрямку, в якій для описання шаруватої структури гіпотези застосовуються окремо для кожного шару – дискретно, отримали назву «дискретно-структурних». Теорії другого напрямку, в якому вводяться загальні гіпотези, що неперервно описують шарувату систему по товщині, названі «неперервно-структурними».

Початок напрямку теорії тришарових конструкцій покладено Е. Рейснером [107], який виконав розрахунок тришарових пластин з заповнювачем.

В теорії тришарових конструкцій поведінку нормалі в процесі деформування схематизують на основі гіпотези ламаної лінії: в зовнішніх шарах виконується гіпотеза прямої нормалі, а в легкому заповнювачі – гіпотеза прямої лінії. Проте, в деяких дослідженнях запропоновано такі підходи: нехтування згинною жорсткістю зовнішніх шарів [108], введення гіпотези прямої для всього пакету шарів Л.Е. Брюккером [109], В.І. Корольовим [110].

Необхідно зазначити, що в більшості робіт, присвячених тришаровим конструкціям, не враховується трансверсальне обтиснення заповнювача. Однак, Л.Е. Брюккер [109] розглядає заповнювач як тривимірне тіло, тим самим враховуючи вказаний ефект. Варіант узагальненої теорії тришарових пологих оболонок з врахуванням обтиснення фізично нелінійного заповнювача запропоновано в роботі [111].

Моделі тришарових конструкцій з заповнювачем отримали узагальнення для багат шарових систем. Кінематичну гіпотезу для кожного окремого шару при побудові рівнянь шаруватих систем з довільним числом шарів, запропоновано П.П. Чулковим [112], який сформулював загальну дискретно-структурну теорію шаруватих систем, в подальшому розвинуто разом з Е.І. Григолою [113] та Л.В. Баєвим [114].

Система рівнянь багат шарових пластин з довільною кількістю прошарків була побудована В.В. Болотіним [115] для розрахунку армованих шаруватих конструкцій.

Подальший розвиток даного підходу знайшло відображення в роботах В.В. Болотіна та Ю.Н. Новічкова [116]. Окремо заслуговують уваги роботи Я.М. Григоренка та А.Т. Василенка [117].

В розвиток напрямку неперервно-структурні теорії шаруватих систем С.А. Амбарцумяна [79] були виконані дослідження Я.М. Григоренком [118], Б.Я. Кантором [119], В.І. Корольовим [120] та іншими авторами.

Класична теорія може бути застосована для обмеженого класу задач: тонких ізотропних і слабо анізотропних оболонок, у яких жорсткості шарів одного порядку.

Однак, в неоднорідних оболонках та пластинах з маложорсткими шарами, при відносно великій товщині пакету, при трансверсальній ізотропії матеріалу та в інших випадках класична теорія є непридатною. Оскільки, потрібно враховувати поперечний зсув, а в ряді випадків – і обтиснення.

Вперше уточнення в теорію згину, що враховує поперечний зсув, було внесено С.П. Тимошенком [121]. Дана модель отримала широке узагальнення в теорії однорідних та шаруватих оболонок і пластин та поклала початок розвитку так званих «некласичних» або уточнених моделей.

Некласична теорія пластин вперше побудована Е. Рейснером [107]. Проте А.П. Прусаков на основі енергоасимптотичного методу показав, що напруження в защемленні пластини середньої товщини значно перевищують ті, що дає теорія Е. Рейснера.

Подальший розвиток некласичної теорії пов'язано з побудовою її варіантів, вільних від недоліків теорії Е. Рейснера. Наприклад, коректна модель пластин середньої товщини побудована Х.М. Муштарі [122].

Некласичні неперервно-структурні моделі теорії шаруватих оболонок та пластин сформулювалися на основі поєднань:

а) ідеї класичної теорії шаруватих тонкостінних конструкцій про введення гіпотез, загальних для пакету шарів, і приведення неоднорідної системи до деякої квазіоднорідної;

б) тих або інших гіпотез про розподіл компонентів напружено-деформованого стану по товщині пакету шарів системи, отриманих з класичної теорії або запозичених з різних варіантів уточнених теорій однорідних систем.

Згідно теорії С.А. Амбарцумяна [79] вводяться гіпотези про розподіл поперечних дотичних напружень по товщині пакету. Поперечні дотичні напруження в межах кожного шару характеризуються певним законом зміни та модулем поперечного зсуву.

Варіаційне виведення рівнянь багатошарових ізотропних оболонок довільної будови по товщині застосовано при побудові теорії, розробленої А.Ф. Рябовим [123], яку потрібно розглядати як узагальнення теорій однорідних оболонок та пластин С.А. Амбарцумяна [79] і Х.М. Муштарі [122]. Тангенціальні переміщення в теорії А.Ф. Рябова нелінійні по товщині та мають окрім «класичних» складових додаткову, що визначає викривлення нормалі за рахунок деформацій зсуву. Проте в цій теорії система внутрішніх зусиль не відповідає нелінійному розподілу тангенціальних переміщень за товщиною пакету шарів.

Моделі, в яких встановлено повну відповідність між нелінійним законом розподілу тангенціальних переміщень по товщині пакету шарів і системою внутрішніх зусиль, а шари не розділяються на несучі та заповнювачі, вперше отримані в роботах [105] та [124].

Проте, в розглядуваній теорії О.О. Рассказова [124], як і в моделях теорії Х.М. Муштарі [122] та А.Ф. Рябова [123], зміна нормальних переміщень по товщині пакету шарів пов'язано з ефектом Пуассона, чого недостатньо для врахування різниці нормальних переміщень на навантаженій та вільній від навантаження поверхні оболонки або пластини. Таке врахування має місце в теорії трансверсально-ізотропних багатошарових оболонок та пластин, що побудована В.Г. Піскуновим в роботі [105].

Некласичні задачі теорії оболонок на основі метода І.Н. Векуа розв'язані В.І. Гуляєвим та відображені в науковій праці [125], де приведено також розв'язки ряду інженерних задач. В.К. Чибіряков розвинув цей метод [126] для розрахунку товстих пластин, в тому числі шаруватих, побудував чисельно-аналітичні процедури їх розрахунку. І.Ю. Хома [127] узагальнив метод І.Н. Векуа для анізотропних оболонок і пластин, представив перехід від тривимірних рівнянь до двовимірних.

Математична модель деформування багатошарових композитних оболонок систем запропонована А.А. Сахаровим та його співавторами [128], що є узагальненням моделі С.П. Тимошенка.

В розвиток теорії ортотропних оболонок і пластин О.О. Рассказовим та А.В. Буригіною [130] побудована неklasична модель напружено-деформованого стану більш високого наближення.

Зменшення числа шуканих функцій зсуву та порядку системи розв'язуючих рівнянь були отримані в роботі [130] при побудові зсувної моделі анізотропних пластин.

В роботі [131] В.С. Сіпетовим враховано вплив тангенціальних (планарних) компонент деформацій в гіпотезах для поперечних зсувів.

В роботі [132] в розвиток ітераційного методу С.А. Амбарцумяна був сформульований загальний ітераційний принцип побудови двовимірних математичних моделей фізико-механічних процесів в шаруватих конструктивних системах.

Ітераційні зсувні моделі довільного наближення представлено в дослідженнях О.В. Горика, В.Г. Піскунова та В.Н. Череднікова [133] для кусково-неоднорідних композитних брусів.

Існують класи задач механіки деформованого твердого тіла, в яких врахування поперечного обтиснення значно впливає на результат. Це задачі контакту оболонок та пластин з жорсткими тілами (штампами), а також задачі взаємного контакту оболонок. Для шаруватих систем, що мають підвищену піддатливість в поперечному напрямку, в [134] показано, що вплив цього фактору є особливо суттєвим. В повній мірі поперечне обтиснення враховано в моделі, розробленій в [135].

В роботі [135] побудована модель шаруватих ортотропних плит, в якій врахування поперечного зсуву та обтиснення від безпосереднього прикладання зовнішніх навантажень пов'язано з шуканими функціями.

Проте, в більшості задач для тонкостінних конструкцій фактором обтиснення можна знехтувати.

Широке застосування шаруватих систем в дорожньо-мостовому будівництві вимагає реалізації теорії їх розрахунку для аналізу напружено-деформованого стану реальних конструкцій, елементи яких в цілому мають шарувату композитну

структуру. У зв'язку з цим виникла необхідність об'єднання теорії шаруватих систем з найбільш ефективним та універсальним чисельним методом механіки деформованого твердого тіла – методом скінчених елементів (МСЕ). Основи даного методу, викладені, в науковій праці [136], де показано, що в рамках МСЕ можливе врахування шаруватої структури по товщині і кускової неоднорідності в плані (по поверхні) конструкції.

Існує досвід побудови різних форм скінчених елементів (СЕ) кусково-неоднорідної (шаруватої) структури. В [135] подана наступна умовна класифікація для СЕ таких конструкцій: просторові тривимірні; спеціалізовані двовимірні для розрахунку тришарових конструкцій; двовимірні для розрахунку шаруватих систем з довільною кількістю шарів.

У зв'язку з дискретно-континуальною схемою МСЕ доцільна побудова двовимірних елементів третьої групи, що оснований на більш загальних варіантах неklasичної теорії шаруватих конструкцій, які враховують нелінійний або кусково-лінійний закон зміни тангенціальних та нормальних переміщень по товщині пакету шарів, і в окремому випадку, призводять до моделей класичної теорії. Різноманітні СЕ такого типу та відомості про їх реалізацію викладені в [136, 135, 129].

Неперервно-структурні неklasичні моделі шаруватих пологих оболонок та пластин, покладених в основу цих СЕ, дозволяють розглядати шаруваті системи з довільною будовою пакету шарів по товщині. Ця особливість розширює можливості для побудови процедур розрахунку неоднорідних систем типу оболонок та пластин на основі МСЕ. Вона призводить до дискретно-континуальної схеми розрахунку (ДКС МСЕ), коли дискретизація виконується тільки по поверхні системи, а по товщині кожна її частина (СЕ) є неоднорідним (шаруватим) континуумом. Вказані типи СЕ характеризуються незалежністю числа ступенів вільності у вузлах від кількості шарів.

Застосування ДКС МСЕ в порівнянні зі схемою розрахунку шаруватих оболонок та пластин, що базується на глобальній дискретизації (по поверхні і по товщині), тобто дискретній схемі (ДС МСЕ), дозволяє суттєво скоротити число

невідомих [135]. В цих роботах приведено ряд прикладів розрахунку ДКС МСЕ шаруватих конструкцій для будівельної та машинобудівельної техніки.

Поєднання дискретних та аналітичних процедур є досить характерною рисою для сучасного етапу розвитку теорії розрахунку конструкцій та дозволяє суттєво зменшити об'єм розрахунків. В [137] такі процедури будуються на основі моментної схеми скінченних елементів (МССЕ).

2.2 Розробка методу розрахунку композитних систем на основі уточненої теорії

Розглянемо композитну конструкцію, яка складається з дорожнього одягу та плити прогонової будови мосту, що має різні шари з різними фізико-механічними характеристиками (рис. 2.1) та віднесемо до ортогональної системи координат.

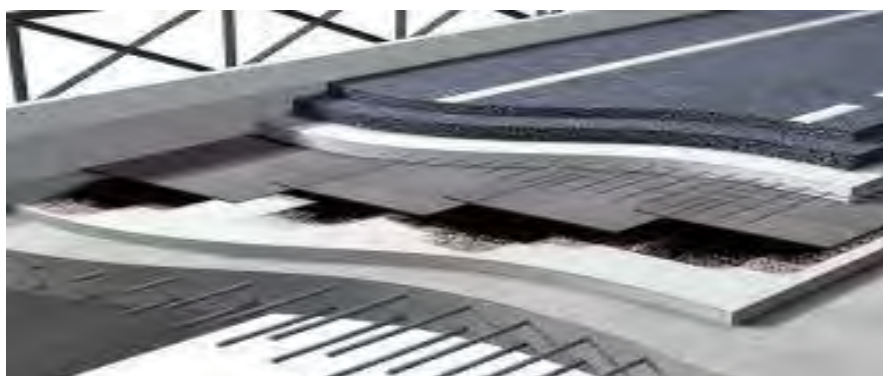


Рисунок 2.1 – Загальний вигляд конструкції дорожнього одягу з плитою

Врахуємо суттєву особливість, що мають шаруваті плити, – низьку трансверсальну (у напрямку нормалі до площині шару) жорсткість при поперечному зсуві. Нормалі в таких плитах суттєво викривляються, причому в різній мірі для різних шарів (рис. 2.2).

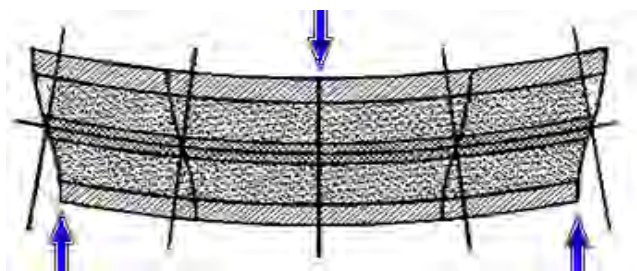


Рисунок 2.2 – Шарувата конструкція в деформованому стані

Всі шари вважаємо трансверсально-ізотропними, тобто такими, що мають неоднорідні фізико-механічні характеристики в площині шару і в напрямку нормалі до нього. Прийнемо також, що контакт шарів забезпечує їх сумісну роботу без проковзування та відриву.

Будемо вважати плиту (рис. 2.3) достатньо тонкою, отже, справедливими припущення $E'_k = \infty$. При цьому $G'_k \neq \infty$, тобто враховуємо вплив деформацій поперечного зсуву шарів.

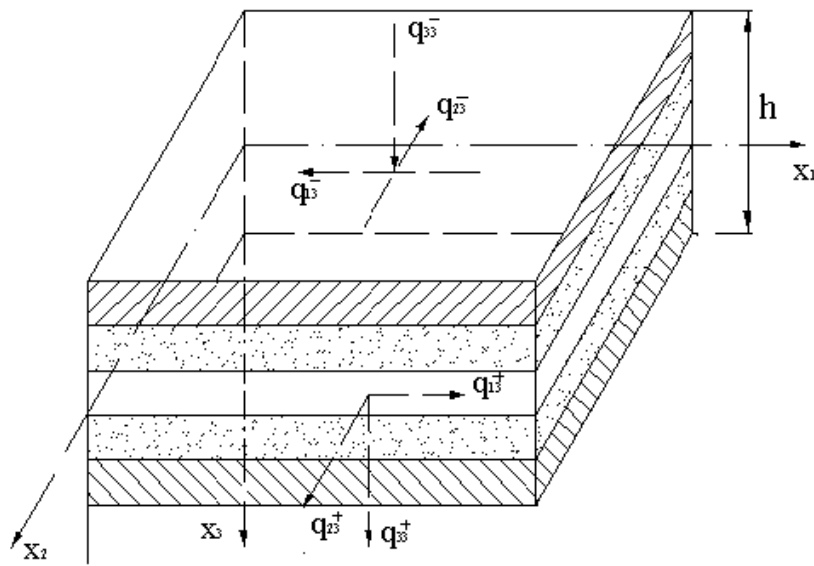


Рисунок 2.3 – Загальний вигляд елемента композитної шаруватої конструкції

На зовнішніх поверхнях плити діють нормальні та тангенціальні навантаження інтенсивністю (функції ортогональних координат):

$$\begin{cases} q_3^\pm = q_3^\pm(x_1, x_2) \\ q_j^\pm = q_j^\pm(x_1, x_2) \end{cases} \quad (2.1)$$

Поперечний переріз загального вигляду елемента композитної шаруватої конструкції представлено на рис.2.4.

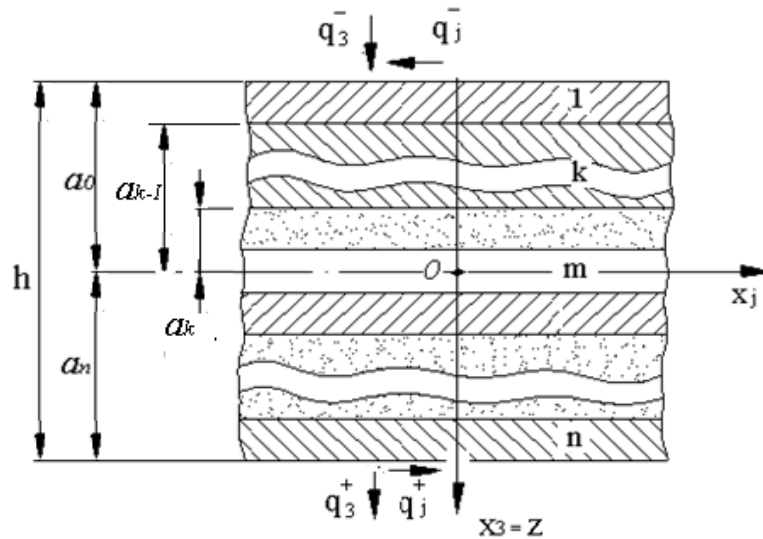


Рисунок 2.4 – Поперечний переріз композитної шаруватої конструкції

Умови на зовнішніх поверхнях плити мають такий вигляд:

$$\begin{cases} z = -h_1 & \sigma_{j3} = -q_j^-, \quad \sigma_{33} = -q_3^-; \\ z = h_2 & \sigma_{j3} = q_j^+, \quad \sigma_{33} = q_3^+. \end{cases} \quad (2.2)$$

Уточнена зсувна теорія першого наближення для розрахунку багатошарових плит побудована в роботах [129] на основі гіпотези про розподіл поперечних дотичних напружень σ_{j3} ($j=1,2$):

$$\sigma_{j3}(x_1, x_2, z) = G_{j3}(z) \varphi_j(z) \psi_j(x_1, x_2) + q_j^+ \frac{h_1 + z}{h} + q_j^- \frac{z - h_2}{h}, \quad (2.3)$$

де $G_{j3}(z)$ – функції модулів поперечного зсуву;

$\psi_j(x_1, x_2)$ – шукані функції, що характеризують розподіл поперечного зсуву в ортогональних напрямках;

$\varphi_j(z)$ – задані функції розподілу поперечного зсуву по товщині пакета шарів.

Функції вибираються так, щоб задовольнялися умови рівності поперечних дотичних напружень на поверхнях контакту шарів і умови їх відсутності на зовнішніх поверхнях. В [129] ці функції обираються відповідним розподілом

напружень, отриманого на підставі гіпотези про недеформованої нормалі для всього пакета шарів та мають вигляд:

$$\varphi_j(z) = G_{j3}^{-1}(z) \int_{-h_1}^z A_{jj}(z)(z - \delta_j) dz; \quad j = 1, 2, \quad (2.4)$$

$$\text{де } A_{ij} = \frac{1}{2} B_{ij}(z) [1 + \nu_{ji}(z)] + G_{ji}(z);$$

$$B_{ii}(z) = E_i(z) (1 - \nu_{12} \nu_{21})^{-1}, \quad j \neq i = 1, 2;$$

$E_j(z)$ – функції модулів пружності шарів;

$\nu_{ji}(z)$ – відповідні коефіцієнти Пуассона.

Відлік координати ведеться від поверхні приведення, положення якої визначається довільними відстанями a_n, a_0 .

Значення δ_j знаходимо з умов відсутності поперечних дотичних напружень на верхній поверхні плити та визначаємо за залежністю:

$$\delta_j = \frac{\int_{-a_n}^{a_0} A_{jj}(z) z dz}{\int_{-a_n}^{a_0} A_{jj}(z) dz}; \quad i = 1, 2. \quad (2.5)$$

На поверхнях напруження мають екстремальні значення.

З гіпотези (2.3) і закону Гука утворюється залежність розподілу деформації поперечного зсуву:

$$2e_{j3} = \sigma_{j3} G_{j3}^{-1} = \varphi_{pj}(z) \psi_{pj}(x_1, x_2), \quad i = 1, 2, \quad k = 1, 2, 3. \quad (2.6)$$

Далі введемо підсумовування по індексу p та приймемо наступні позначення функцій нормалі:

$$\begin{cases} \varphi_{1j}(z) = \varphi_j(z); \\ \varphi_{2j}(z) = \frac{h_1 + z}{G_{j3}h}; \\ \varphi_{3j}(z) = \frac{z - h_2}{G_{j3}h}. \end{cases} \quad (2.7)$$

Приймаємо функції координатної поверхні:

$$\begin{cases} \psi_{1j}(x_1, x_2) = \psi_j(x_1, x_2); \\ \psi_{2j}(x_1, x_2) = q_j^+(x_1, x_2); \\ \psi_{3j}(x_1, x_2) = q_j^-(x_1, x_2). \end{cases} \quad (2.8)$$

У теорії зсуву можна знехтувати поперечними нормальними напруженнями $\sigma_{33} = 0$ та відповідними деформаціями $e_{33} = 0$.

З останнього припущення випливає висновок про сталість нормальних переміщень по товщині пакета шарів:

$$u_3(x_1, x_2, z) = w(x_1, x_2). \quad (2.9)$$

Для отримання тангенціальних переміщень використаємо співвідношення Коші:

$$2e_{j3} = u_{j,3} + u_{3,j}. \quad (2.10)$$

Використовуючи ці співвідношення та (2.6) і (2.9) отримуємо:

$$u_{j,3} = 2e_{j3} - u_{3,j} = \varphi_{pj}(z)\psi_{pj}(x_1, x_2) - w_j(x_1, x_2). \quad (2.11)$$

Інтегрування цього виразу з врахуванням відношення $\varphi_{pj}(z) = -f_{pj,3}(z)$ та (2.8) отримаємо вираз для розподілу тангенціальних переміщень за товщиною плити ($j = 1, 2$):

$$u_j^{(k)} = u_j - w_j \psi_{1k}(z) - \chi_j \psi_{2k}(z) - q_j^+ \psi_{3k}(z) - q_j^- \psi_{4k}(z). \quad (2.12)$$

При постійних нормальних переміщеннях, рівних прогинам плити:

$$u_3^{(k)} = w. \quad (2.13)$$

Задані функції $\psi_{sk}(z)$ ($s = 1, 2, 3, 4$), забезпечують задоволення умов контакту шарів для тангенціальних переміщень. При цьому в (2.12) введена незалежна шукана функція $\chi = \chi(x_1, x_2)$ [82], а функції $q_j^\pm$ є заданими функціями тангенціальних складових зовнішніх навантажень.

Для інтерпретування функції χ розглянемо елементарний шар, що примикає до поверхні зведення ($z = 0$, $k = m$), і будемо вважати $q_j^\pm = 0$. Тоді:

$$u_{j,3}^{(m)}(x_1, x_2, 0) = -w_{,j} - \chi_{,j} F_{2m}(0) = -w_{,j} + 2e_{j3}^{(m)}(x_1, x_2, 0), \quad (2.14)$$

$$2e_{j3}^{(m)}(x_1, x_2, 0) = -\chi_{,j} F_{2m}(0). \quad (2.15)$$

Як видно, функція $\chi_{,j}$ з точністю до постійного множника – кут поперечного зсуву в точці $(x_1, x_2, 0)$ за напрямком координати x_j . Як і в [129], функцію будемо називати функцією «зсуву» [82].

Деформації поперечного зсуву знайдемо, враховуючи (2.12), в формі:

$$2e_{j3}^{(k)} = u_{j,3}^{(k)} + u_{3,j}^{(k)} = \chi_{,j} F_{2k}(z) + q_j^+ F_{3k}(z) + q_j^- F_{4k}(z) = \alpha_{js} F_{sk}(z), \quad s = 2, 3, 4. \quad (2.16)$$

Прийнято:

$$\begin{cases} \alpha_{j2} = \chi_{,j}; \\ \alpha_{j3} = q_j^+; \\ \alpha_{j4} = q_j^-. \end{cases} \quad (2.17)$$

Поперечні дотичні напруження згідно закону Гука приймають вигляд [138]:

$$\sigma_{j3}^{(k)} = 2e_{j3}^{(k)} G'_k = \chi_{,j} f_{2k}(z) + q_j^+ f_{3k}(z) + q_j^- f_{4k}(z). \quad (2.18)$$

Ці напруження задовольняють відповідні умови контакту шарів і умови на зовнішніх поверхнях.

Деформації поперечного обтиснення в силу припущення $E'_k = \infty$ відсутні – $e_{33}^{(k)} = 0$. Для поперечних нормальних напружень зберігається гіпотеза $\sigma_{33}^{(k)} = 0$.

Тангенціальні компоненти тензора деформації з врахуванням (2.12) приймають вигляд ($s = 1, 2, 3, 4$):

$$e_{jp}^{(k)} = \frac{1}{2} (u_{j,p} + u_{p,j}) - w_{,jp} \psi_{1k}(z) - \chi_{,jp} \psi_{2k}(z) - \frac{1}{2} (q_{j,p}^+ + q_{p,j}^+) \psi_{3k}(z) - \frac{1}{2} (q_{j,p}^- + q_{p,j}^-) \psi_{4k}(z). \quad (2.19)$$

Введемо співвідношення:

$$\begin{cases} \aleph_{jp}^{(1)} = \aleph_{jp} = -w_{,jp}; \\ \aleph_{jp}^{(2)} = -\chi_{,jp}; \\ \aleph_{jp}^{(3)} = -\frac{1}{2} (q_{j,p}^+ + q_{p,j}^+). \end{cases} \quad (2.20)$$

При цьому ($s = 3, 4$):

$$\begin{cases} \aleph_{11,2}^{(2)} - \aleph_{12,1}^{(2)} = 0; \\ \aleph_{22,1}^{(2)} - \aleph_{12,2}^{(2)} = 0; \\ 2\aleph_{12,12}^{(s)} - \aleph_{11,22}^{(s)} - \aleph_{22,11}^{(s)} = 0. \end{cases} \quad (2.21)$$

Враховуючи (2.18), отримаємо з закону Гука при $E'_k = \infty$ тангенціальні компоненти тензора напружень:

$$\sigma_{11}^{(k)} = E_{0k} \left[(\varepsilon_{11} + \nu_k \varepsilon_{22}) + (\aleph_{11}^{(s)} + \nu_k \aleph_{22}^{(s)}) \psi_{sk}(z) \right], \quad (2.22)$$

$$\sigma_{22}^{(k)} = E_{0k} \left[(\varepsilon_{22} + \nu_k \varepsilon_{11}) + (\aleph_{22}^{(s)} + \nu_k \aleph_{11}^{(s)}) \psi_{sk}(z) \right], \quad (2.23)$$

$$\sigma_{12}^{(k)} = E_{0k} (1 - \nu_k) \left[\varepsilon_{12} + \aleph_{11}^{(s)} \psi_{sk}(z) \right]; \quad s = 1, 2, 3, 4. \quad (2.24)$$

Якщо для модуля трансверсального зсуву прийняти $G'_k = \infty$, то у всіх виразах компонентів напружено-деформівного стану отримаємо $\psi_{sk}(z) = 0$ при $s = 2, 3, 4$, що відповідає гіпотезі прямих нормалей. Якщо ж G'_k має скінчене значення, то додатки компонентів напружено-деформованого стану уточненої моделі враховують вплив деформацій поперечного зсуву.

Співвідношення уточненої моделі використаємо для побудови рівнянь рівноваги та граничних умов шаруватої плити, прийняв з цією метою варіаційний принцип Лагранжа.

2.3 Основні залежності уточненої теорії: варіаційне рівняння, рівняння рівноваги та граничні умови

Використаємо варіаційний принцип Лагранжа. Варіація повної потенціальної енергії системи має вигляд:

$$\delta U = \delta \Pi - \delta H. \quad (2.25)$$

Враховуючи співвідношення уточненої моделі, отримаємо варіацію потенціальної енергії деформації шаруватої плити з об'ємом V і областю F в плані в такому вигляді:

$$\begin{aligned} \delta \Pi &= \iiint_V \sigma_{jp}^{(k)} \delta e_{jp}^{(k)} dV = \iint_F \sum_{k=1}^n \int_{a_{k-1}}^{a_k} \left(\sigma_{jp}^{(k)} \delta e_{jp}^{(k)} + 2\sigma_{j3}^{(k)} \delta e_{j3}^{(k)} + \sigma_{33}^{(k)} \delta e_{33}^{(k)} \right) dz dF = \\ &= \iint_F \int_{a_0}^{a_n} \left\{ \sigma_{jp}^{(k)} \delta [\varepsilon_{jp} + \aleph_{jp}^{(s)} \psi_{sk}(z)] + \sigma_{j3}^{(k)} \delta [\alpha_{jg} F_{jk}(z)] \right\} dz dF; \quad j, p = 1, 2; \quad s = 1, 2, 3, 4; \quad g = 2, 3, 4. \end{aligned} \quad (2.26)$$

Підставимо в (2.25) співвідношення деформацій координатної поверхні (2.20) і функцій (2.16). Врахуємо, що варіації заданих функцій – функцій навантаження – відсутні. Крім того, введемо інтегральні характеристики напружень в плиті – внутрішні погонні зусилля:

$$\begin{aligned} N_{jp} &= \sum_{k=1}^n \int_{a_{k-1}}^{a_k} \sigma_{jp}^{(k)} dz = \int_{a_0}^{a_n} \sigma_{jp}^{(k)} dz; \quad M_{jp}^{(1)} = \int_{a_0}^{a_n} \sigma_{jp}^{(k)} \psi_{1k}(z) dz; \quad Q_j^{(1)} = - \int_{a_0}^{a_n} \sigma_{j3}^{(k)} F_{1k}(z) dz; \\ M_{jp}^{(2)} &= \int_{a_0}^{a_n} \sigma_{jp}^{(k)} \psi_{2k}(z) dz; \quad Q_j^{(2)} = - \int_{a_0}^{a_n} \sigma_{j3}^{(k)} F_{2k}(z) dz. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Зусилля N_{jp} , $M_{jp}^{(1)}$ – це поздовжні сили, згинальні моменти та поперечні сили.

Зусилля $M_{jp}^{(2)}$, $Q_j^{(2)}$ – узагальнені зусилля вищого порядку, які виникають у зв'язку

в врахуванням роботи напружень на варіаціях деформацій, що залежать від поперечного зсуву.

Після перетворень отримаємо:

$$\delta\Pi = \int \int_F \left(N_{jp} \delta u_{j,p} - M_{jp}^{(1)} \delta w_{,jp} - M_{jp}^{(2)} \delta \chi_{,jp} - Q_j^{(2)} \delta \chi_{,j} \right) dF; \quad j, p = 1, 2. \quad (2.28)$$

Варіація роботи навантаження δH – сума варіацій робіт навантаження H_1 , прикладеного до зовнішніх поверхонь плити, і контурних навантажень H_2 , тобто:

$$\delta H = \delta H_1 + \delta H_2. \quad (2.29)$$

Варіація поверхневого навантаження має вигляд:

$$\begin{aligned} \delta H_1 &= \int \int_F \left[q_j^+ \delta u_j^{(n)}(a_n) + q_j^- \delta u_j^{(l)}(a_0) + (q_3^+ + q_3^-) \delta w \right] dF = \\ &= \int \int_F \left[q_j^+ (\delta u_j - \psi_{1n} \delta w_{,j} - \psi_{2n} \delta \chi_{,j}) + q_j^- (\delta u_j - \psi_{10} \delta w_{,j} - \psi_{20} \delta \chi_{,j}) + q_3 \delta w \right] dF, \end{aligned} \quad (2.30)$$

де $q_3 = q_3^+ + q_3^-$; $\psi_{gn} = \psi_{gn}(a_n)$; $\psi_{g0} = \psi_{g0}(a_0)$; $g = 1, 2$; $j = 1, 2$.

Варіацію контурних навантажень представимо таким чином:

$$\delta H_2 = \int \int_{L, a_0}^{a_n} \left(\sigma_{tt}^{(k)} \delta u_t^{(k)} + \sigma_{t3}^{(k)} \delta u_3^{(k)} + \sigma_{tl}^{(k)} \delta u_l^{(k)} \right) dz dL, \quad (2.31)$$

де t і l – напрямки нормалі та дотичної до контуру L ;

$\sigma_{tt}^{(k)}$, $\sigma_{t3}^{(k)}$, $\sigma_{tl}^{(k)}$ – складові заданого тензора напружень в довільній точці шару на контурі;

$u_t^{(k)}$, $u_3^{(k)}$, $u_l^{(k)}$ – складові вектора контурних переміщень.

На контурі тангенціальні складові вектора переміщень мають вигляд (2.13), де $j = t, l$. Зусилля на контурі визначають згідно (2.26) при $j, p = t, l$.

Враховуючи вказані позначення, отримаємо (2.30) у вигляді:

$$\delta H_2 = \int_L (N_u^{(0)} \delta u_t + N_{ul}^{(0)} \delta u_l - M_u^{(01)} \delta w_{,t} - M_{ul}^{(01)} \delta w_{,l} + M_u^{(02)} \delta \chi_{,t} - M_{ul}^{(02)} \delta \chi_{,l} + Q_t^{(01)} \delta w) dL. \quad (2.32)$$

Індекс «нуль» означає задане зусилля на контурі.

Підстановка (2.25), (2.29), (2.30) в (2.24), варіювання отриманого виразу по незалежним змінним u_j , w , χ та інтегрування по частинах призводить до варіаційного рівняння:

$$\begin{aligned} & \iint_F \{ [N_{jp,p} + (q_j^+ + q_j^-)] \delta u_j + [M_{jp,jp}^{(1)} + (q_{j,j}^+ \psi_{1n} + q_{j,j}^- \psi_{10}) + q_3] \delta w + \\ & + [M_{jp,jp}^{(2)} - Q_{j,j}^{(2)} + (q_{j,j}^+ \psi_{2n} + q_{j,j}^- \psi_{20}) \delta \chi] \} dF - \int_L \{ (N_u - N_u^{(0)}) \delta u_t + \\ & + (N_{ul} - N_{ul}^{(0)}) \delta u_l - (M_u^{(1)} - M_u^{(01)}) \delta w_{,t} - (M_{ul}^{(2)} - M_{ul}^{(02)}) \delta \chi_{,t} + [M_{u,t}^{(1)} + 2M_{ul,l}^{(1)} - \\ & - (q_t^+ \psi_{1n} + q_t^- \psi_{10}) - R_b^{(01)}] \delta w + [M_{u,t}^{(2)} + 2M_{ul,l}^{(2)} - (q_t^+ \psi_{2n} + q_t^- \psi_{20}) - Q_t^{(2)} - \\ & - R_t^{(02)}] \delta \chi \} dL - [(M_u^{(1)} - M_u^{(01)}) \delta w + (M_{ul}^{(2)} - M_{ul}^{(02)}) \delta \chi] \Big|_{L_1}^{L_2} = 0; \quad j, p = 1, 2. \end{aligned} \quad (2.32)$$

Тут для узагальнених реакцій на контурі введені позначення:

$$R_t^{(01)} = Q_t^{(01)} + M_{ul,l}^{(01)}, \quad (2.33)$$

$$R_t^{(02)} = M_{ul,l}^{(02)}. \quad (2.34)$$

Для інших контурних співвідношень характерні відомі залежності, приведені, наприклад, в [108].

Варіації функцій u_j , w , χ , що визначають переміщення в плиті, довільні по області плити усюди, окрім її контуру. Множники при варіаціях в рівнянні (2.32) повинні бути рівними нулю. Звідси витікає система рівнянь рівноваги шаруватої плити ($j, p = 1, 2$) [82]:

$$\begin{cases} N_{jp,p} + q_j^+ + q_j^- = 0; \\ M_{jp,jp}^{(1)} + q_{j,j}^+ \psi_{1n} + q_{j,j}^- \psi_{10} + q_3 = 0; \\ M_{jp,jp}^{(2)} - Q_{j,j}^{(2)} + q_{j,j}^+ \psi_{2n} + q_{j,j}^- \psi_{20} = 0. \end{cases} \quad (2.35)$$

З контурного інтеграла рівняння (2.32) знаходимо граничні умови:

$$\begin{cases} (N_u - N_u^{(0)}) \delta u_t = 0; & (N_{ul} - N_{ul}^{(0)}) \delta u_l = 0; \\ (M_{u,t}^{(1)} + 2M_{ul,t}^{(1)} - (q_t^+ \psi_{1n} + q_t^- \psi_{10}) - R_b^{(01)}) \delta w = 0; & (M_u^{(2)} - M_u^{(02)}) \delta \chi_t = 0; \\ (M_{u,t}^{(2)} + 2M_{ul,t}^{(2)} - (q_t^+ \psi_{2n} + q_t^- \psi_{20}) - Q_t^{(2)} - R_t^{(02)}) \delta \chi = 0. \end{cases} \quad (2.36)$$

Ці умови дозволяють моделювати різного роду зв'язки на контурі плити. В (2.36) виділимо дві групи умов. До однієї віднесемо перші чотири, які відповідають ступеням вільності u_t , u_l , w , w_t що визначають положення довільної точки елемента нормалі на контурі в неуточненій теорії [106]. Вони моделюють зв'язки, накладені на контур двовимірної поверхні зведення плити ($z = 0$) та визначають його закріплення в цілому (обпирання, защемлення). Такі зв'язки назовемо «зовнішніми».

До другої групи віднесемо п'яту та шосту умови, пов'язані з зсувними ступенями вільності χ і χ_t . Вони моделюють зв'язки, які перешкоджають взаємним зміщенням точок на торцях контуру по його товщині ($z \neq 0$), тобто деформаціям поперечного зсуву на контурі. Ці зв'язки назовемо «торцевими» або «внутрішніми».

Різні варіанти зав'язків наведені в таблиці 2.1.

Контур плити, або його частина, з певним видом зовнішніх зав'язків може мати будь-які типи торцевих діафрагм. Комбінуючи умови двох груп, отримаємо можливість розраховувати плити з різними конструктивними особливостями на контурі.

Таблиця 2.1 – Граничні умови шаруватої плити з пружних матеріалів для краю $x_1 = const$.

Зовнішні зв'язки ($z = 0$)	
Вид закріплення	Умова
Рухомий шарнір	$u_2 = N_{11} = 0; \quad w = M_{11}^{(1)} = 0.$
Защемлення	$u_1 = u_2 = 0; \quad w = w_{,1} = 0.$
Рухоме защемлення	$u_1 = u_2 = 0; \quad w_{,1} = M_{11,1}^{(1)} + 2M_{12,2}^{(1)} = 0.$
Вільний край	$N_{11} = N_{12} = 0; \quad M_{11}^{(1)} = M_{11,1}^{(1)} + 2M_{12,2}^{(1)} = 0.$
Торцеві діафрагми ($z \neq 0$)	
Жорстка або гнучка з площини	$\chi = M_{11}^{(2)} = 0$
Абсолютна жорстка	$\chi = \chi_{,1} = 0$
Гнучка або жорстка з площини	$\chi_{,1} = M_{11,1}^{(2)} + 2M_{12,2}^{(2)} - Q_1^{(2)} = 0$
Діафрагма відсутня	$M_{11}^{(2)} = M_{11,1}^{(2)} + 2M_{12,2}^{(2)} - Q_1^{(2)} = 0$

Довільний вибір поверхні зведення надає додаткові можливості в моделюванні конструктивних особливостей закріплення контуру. Так, наприклад, якщо зовнішні зв'язки накладені на рівні певної поверхні плити, то вона може бути прийнята за поверхню зведення. Тоді шукані функції переміщень будуть віднесені до цієї поверхні.

2.4 Формулювання рівняння стану в зусиллях та деформаціях

Отримаємо рівняння напружено-деформованого стану – співвідношення пружності шаруватої плити, пов'язав внутрішні зусилля (2.26) з деформаціями поверхні зведення. Для цього підставимо у (2.26) вирази (2.21-2.22) для тангенціальних компонентів тензора напружень. Отримаємо співвідношення пружності:

- поздовжні сили:

$$\begin{cases} N_{11} = B\varepsilon_{11} + B_\nu\varepsilon_{22} + B_s\aleph_{11}^{(s)} + B_{sv}\aleph_{22}^{(s)}; \\ N_{22} = B\varepsilon_{22} + B_\nu\varepsilon_{11} + B_s\aleph_{22}^{(s)} + B_{sv}\aleph_{11}^{(s)}; \\ N_{12} = (B - B_\nu)\varepsilon_{12} + (B_s - B_{sv})\aleph_{12}^{(s)}; \end{cases} \quad (2.37)$$

- згинаючі та крутні моменти:

$$\begin{cases} M_{11}^{(1)} = B_1\varepsilon_{11} + B_{1\nu}\varepsilon_{22} + D_{1s}\aleph_{11}^{(s)} + D_{1sv}\aleph_{22}^{(s)}; \\ M_{22}^{(1)} = B_1\varepsilon_{22} + B_{1\nu}\varepsilon_{11} + D_{1s}\aleph_{22}^{(s)} + D_{1sv}\aleph_{11}^{(s)}; \\ M_{12}^{(1)} = (B_1 - B_{1\nu})\varepsilon_{12} + (D_{1s} - D_{1sv})\aleph_{12}^{(s)}; \end{cases} \quad (2.38)$$

- моменти вищого порядку:

$$\begin{cases} M_{11}^{(2)} = B_2\varepsilon_{11} + B_{2\nu}\varepsilon_{22} + D_{2s}\aleph_{11}^{(s)} + D_{2sv}\aleph_{22}^{(s)}; \\ M_{22}^{(2)} = B_2\varepsilon_{22} + B_{2\nu}\varepsilon_{11} + D_{2s}\aleph_{22}^{(s)} + D_{2sv}\aleph_{11}^{(s)}; \\ M_{12}^{(2)} = (B_2 - B_{2\nu})\varepsilon_{12} + (D_{2s} - D_{2sv})\aleph_{12}^{(s)}. \end{cases} \quad (2.39)$$

Тут необхідно підсумовувати по індексу $s = 1, 2, 3, 4$.

Поперечні сили отримаємо при підстановці в (2.26) виразу (2.17) для поперечних дотичних напружень:

$$Q_j^{(g)} = - \int_{a_0}^{a_n} \sigma_{j3}^{(k)} F_{gk}(z) dz = \int_{a_0}^{a_n} \sigma_{j3}^{(k)} \psi_{gk,3}(z) dz = \bar{D}_{g1} \chi_{,1} + \left(\psi_{gn} - \frac{B_g}{B} \right) q_j^+ + \left(\psi_{g0} - \frac{B_g}{B} \right) q_j^-, \quad (2.40)$$

де $\psi_{gn} = \psi_{gn}(a_n)$, $\psi_{g0} = \psi_{g0}(a_0)$.

В (2.40) при $g = 1$ маємо $Q_j^{(1)}$ – поперечні сили того ж порядку, що і в класичній теорії, а при $g = 2$ – $Q_j^{(2)}$ – узагальнені поперечні сили, які виникають у зв'язку з врахуванням в (2.25) роботи дотичних напружень на варіаціях деформацій поперечного зсуву.

Вирази для співвідношень пружності включають коефіцієнти, які є узагальненими фізико-геометричними характеристиками пакету шарів – приведеними жорсткостями шаруватої плити:

$$\left\{ \begin{aligned} B &= \sum_{k=1}^n \int_{a_{k-1}}^{a_k} E_{0k} dz = \int_{a_0}^{a_n} E_{0k} dz; \\ B_v &= \int_{a_0}^{a_n} E_{0k} \nu_k dz; \\ B_s &= B_g = \int_{a_0}^{a_n} E_{0k} \psi_{sk}(z) dz; \\ B_{sv} &= B_{gv} = \int_{a_0}^{a_n} E_{0k} \psi_{sk}(z) \nu_k dz; \end{aligned} \right. \quad (2.41)$$

$$\left\{ \begin{aligned} D_{gv} &= \int_{a_0}^{a_n} E_{0k} \psi_{gk}(z) \psi_{sk}(z) dz; \\ D_{gsv} &= \int_{a_0}^{a_n} E_{0k} \psi_{gk}(z) \psi_{sk}(z) \nu_k dz, \quad g = s = 1, 2, 3, 4; \end{aligned} \right. \quad (2.42)$$

$$\bar{D}_{g1} = D_{g1} - \frac{B_g B_1}{B}, \quad g = 1, 2. \quad (2.43)$$

Приведені жорсткості віднесені до довільної у межах пакету шарів поверхні.

Співвідношення пружності для поздовжніх сил та моментів (2.37-2.38) взаємозалежні. Додатки сил, що мають жорсткості B_s , B_{sv} , виражають вплив на ці сили деформацій поверхні зведення, пов'язані зі згином $\aleph_{jp}^{(1)}$, поперечним зсувом – $\aleph_{jp}^{(2)}$, а також впливом тангенціальних навантажень – $\aleph_{jp}^{(3)}$, $\aleph_{jp}^{(4)}$. Одночасно вираз для моментів також має члени з коефіцієнтами B_1 , B_{1v} , B_2 , B_{2v} , які характеризують вплив на моменти деформацій подовження і зсувів поверхні зведення; B_s , B_{sv} – жорсткість взаємовпливу поздовжніх сил та моментів.

Спостерігається і взаємозалежність між моментами $M_{jp}^{(1)}$ і моментами вищого порядку $M_{jp}^{(2)}$, яка реалізовується через жорсткості взаємовпливу D_{gs} , $D_{gs\nu}$ ($g \neq s$). Так, наприклад, $D_{12} = D_{21}$ – жорсткість взаємовпливу згинальних та зсувних деформацій. Приведені жорсткості $D_{gs} = D_{gs\nu}$ при $g = 2, 3, 4$ за аналогією з жорсткістю при згині будемо називати жорсткостями при зсуві.

2.5 Розробка загальної системи розв'язуючих рівнянь

Підстановка в рівняння рівноваги (2.35) співвідношень пружності з врахуванням рівнянь нерозривності, їх аналогів, а також виразів для деформацій координатної поверхні призводить до системи рівноваги шаруватих плит в переміщеннях. Ця система представлена в диференціально-матричній формі

$$D\vec{V} = D_0\vec{q}, \quad (2.44)$$

де D – матриця диференціальних операторів від шуканих функцій (табл. 2.2);
 D_q – матриця диференціальних операторів від заданих функцій навантаження (табл. 2.3).

Таблиця 2.2 – Матриця D системи розв'язуючих рівнянь

Нормальні переміщення		Прогин	Зсувні деформації
u_1	u_2	w	χ
Матриця D системи			
$B(\dots)_{,11} + \frac{B - B_\nu}{2}(\dots)_{,22}$	$\frac{B + B_\nu}{2}(\dots)_{,12}$	$-B_1\Delta(\dots)_{,1}$	$-B_2\Delta(\dots)_{,1}$
$\frac{B + B_\nu}{2}(\dots)_{,12}$	$B(\dots)_{,22} + \frac{B - B_\nu}{2}(\dots)_{,11}$	$-B_1\Delta(\dots)_{,2}$	$-B_2\Delta(\dots)_{,2}$
$-B_1\Delta(\dots)_{,1}$	$-B_1\Delta(\dots)_{,2}$	$D_{11}\Delta^2(\dots)$	$D_{12}\Delta^2(\dots)$
$-B_2\Delta(\dots)_{,1}$	$-B_2\Delta(\dots)_{,2}$	$D_{21}\Delta^2(\dots)$	$(D_{22}\Delta^2 - \bar{D}_{21}\Delta)(\dots)$

Таблиця 2.3 – Матриця D_q системи розв’язуючих рівнянь

	Функції навантаження				
	q_1^+	q_2^+	q_1^-	q_2^-	q_3
Матриця D_q системи					
D_q	$B_3(\dots)_{,11} + \frac{B_3 - B_{3\nu}}{2}(\dots)_{,22} - (\dots)$	$\frac{B_3 + B_{3\nu}}{2}(\dots)_{,12}$	$B_4(\dots)_{,11} + \frac{B_4 - B_{4\nu}}{2}(\dots)_{,22} - (\dots)$	$\frac{B_4 + B_{4\nu}}{2}(\dots)_{,12}$	—
	$\frac{B_3 + B_{3\nu}}{2}(\dots)_{,12}$	$B_3(\dots)_{,22} + \frac{B_3 - B_{3\nu}}{2}(\dots)_{,11} - (\dots)$	$\frac{B_4 + B_{4\nu}}{2}(\dots)_{,12}$	$B_4(\dots)_{,22} + \frac{B_4 - B_{4\nu}}{2}(\dots)_{,11} - (\dots)$	—
	$[\psi_{1n} - D_{13}\Delta](\dots)_{,1}$	$[\psi_{1n} - D_{13}\Delta](\dots)_{,2}$	$[\psi_{1n} - D_{14}\Delta](\dots)_{,1}$	$[\psi_{1n} - D_{14}\Delta](\dots)_{,2}$	$(\dots)$
	$\left(\frac{B_2}{B} - D_{23}\Delta\right)(\dots)_{,1}$	$\left(\frac{B_2}{B} - D_{23}\Delta\right)(\dots)_{,2}$	$\left(\frac{B_2}{B} - D_{24}\Delta\right)(\dots)_{,1}$	$\left(\frac{B_2}{B} - D_{24}\Delta\right)(\dots)_{,2}$	—

Вектор шуканих функцій визначається за формулою:

$$\vec{V} = \{u_1, u_2, w, \chi\}^T. \quad (2.45)$$

Вектор навантажень:

$$\vec{q} = \{q_1^+, q_2^+, q_1^-, q_2^-, q_3\}^T. \quad (2.46)$$

Система має загальний 12-й порядок. На кожному краю плити повинні бути задоволені по шість граничних умов. Для краю $x_1 = \text{const}$ граничні умови приведені в табл. 2.1.

Шукані функції u_j , w , χ – функції координат $x_j (j=1,2)$. Через них можуть бути виражені всі граничні умови. Система (2.46) та відповідні граничні умови є розв’язуючими співвідношеннями шаруватої плити.

В разі призначення положення поверхні зведення, виходячи з умови $B_1 = 0$, тобто:

$$B_1 = \int_{a_0}^{a_n} E_{0k} z dz = \sum_{k=1}^n E_{0k} \int_{a_{k-1}}^{a_k} z dz = 0. \quad (2.47)$$

Далі враховуємо в (2.47) наступне:

$$z = z_0 - \delta, \quad a_k = b_k - \delta, \quad a_{k-1} = b_{k-1} - \delta. \quad (2.48)$$

Підставивши уточнене формулювання (2.47) у формулу (2.5) отримуємо координату поверхні зведення відносно верхньої поверхні плити (рис. 2.5):

де $q = q_3^+ + q_3^-$.

Ця система має загальний восьмий порядок. На кожному краю повинні бути задоволені відповідні граничні умови.

Для краю $x_1 = \text{const}$ маємо:

- для шарнірно-рухомого закріплення:

$$w = \chi = 0; \quad M_{11}^{(1)} = M_{11}^{(2)} = 0; \quad (2.51)$$

- жорсткого закріплення:

$$w = \chi = 0; \quad w_{,1} = \chi_{,1} = 0; \quad (2.52)$$

- вільного краю:

$$\begin{cases} M_{11}^{(1)} = M_{11}^{(2)} = 0; \\ M_{11,1}^{(1)} + 2M_{12,2}^{(1)} = 0; \\ M_{11,1}^{(2)} + 2M_{12,2}^{(2)} - Q_1^{(2)} = 0. \end{cases} \quad (2.53)$$

Для подальших перетворень рівнянь системи (2.50) використаємо відому наближену залежність між характеристиками жорсткості [135]:

$$D_{22}/D_{21} \approx D_{21}/D_{11}. \quad (2.54)$$

В результаті отримаємо:

$$\begin{cases} D_{11}\Delta^2 w + D_{12}\Delta^2 \chi = q; \\ D_{11}\Delta \chi = q. \end{cases} \quad (2.55)$$

Представимо систему (2.55) в розгорнутому вигляді:

$$\begin{cases} \left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2} \right) + \frac{D_{12}}{D_{11}} \left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \right) \left(\frac{\partial^2 \chi}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \chi}{\partial x_2^2} \right) = \frac{q}{D_{11}}; \\ \frac{\partial^2 \chi}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \chi}{\partial x_2^2} = \frac{q}{D_{11}}. \end{cases} \quad (2.56)$$

Якщо в першому рівнянні системи (2.56) прийняти $G_k' = \infty$ і як наслідок $D_{12} = 0$, то отримаємо диференціальне рівняння класичної теорії для тонкої плити, що заснована на гіпотезі плоских перерізів:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2} \right) = \frac{q}{D_{11}}. \quad (2.57)$$

Згідно [80] це рівняння можливо подати у вигляді:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 w}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x_2^2} = -\frac{M}{D_{11}}; \\ \frac{\partial^2 M}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 M}{\partial x_2^2} = -q, \end{cases} \quad (2.58)$$

де M – узагальнений вираз для розподілених згинальних моментів, який визначаємо за формулою:

$$M = \frac{M_{x_1} + M_{x_2}}{1 + \nu}. \quad (2.59)$$

Звернемо увагу на те, що прослідковується математична аналогія між другим рівнянням системи (2.56) та другим рівнянням згину тонких пластин (2.58).

Для її реалізації введемо поняття про фіктивне навантаження:

$$q_\varphi = -\frac{q}{D_{11}}. \quad (2.60)$$

З врахуванням якого друге рівняння системи (2.58) набуває форми, аналогічній другому рівнянню системи (2.56):

$$\frac{\partial^2 M^\varphi}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 M^\varphi}{\partial x_2^2} = q_\varphi. \quad (2.61)$$

В результаті розв'язку рівняння (2.61) знаходиться значення фіктивного моменту $M^\varphi(x_1, x_2)$, який є аналогом функції зсуву $\chi(x_1, x_2)$, тотожній при шарнірному закріпленні та защемленні по контуру плити.

Уточнений прогин визначається формулою [82]:

$$w_{\text{умоч}} = w_{\text{кл}} - \frac{D_{12}}{D_{11}} \cdot \chi, \quad (2.62)$$

де $w_{\text{кл}}$ – прогин на основі класичної теорії;

D_{12} – жорсткість, що відповідає взаємовпливу згину та зсуву;

D_{11} – жорсткість згину.

2.6 Дослідження методу згину композитних шаруватих плит з різними фізико-механічними характеристиками

Розглянемо розв'язки в рядах для прямокутної шарнірно обпертої плити задач згину композитних шаруватих плит, що оснований на деяких аналітичних та чисельних методах будівельної механіки та теорії пружності.

Будемо виходити з загальної системи диференціальних рівнянь (2.44) (табл. 2.2, 2.3). Якщо зовнішні зв'язки оболонки відповідають шарнірно рухомому закріпленню контуру, то для її краю $x_1 = \text{const}$:

$$u_2 = N_{11} = 0, \quad w = M_{11}^{(1)} = 0. \quad (2.63)$$

Прийmemo також, що по торцях є діафрагми, абсолютно гнучкі з площини торця та жорсткі в його площині. Тоді для того ж краю:

$$\chi = M_{11}^{(2)} = 0. \quad (2.64)$$

Аналогічно записується умова на краю $x_2 = const$.

Виразимо статичні граничні умови через шукані функції, використовуючи співвідношення пружності, а також вирази для деформацій. Розглядувані умови на контурі будуть задовольнятися, якщо шукані функції представити у вигляді подвійних тригонометричних рядів [80, 135]:

$$\begin{cases} u_1 = \sum_m \sum_n A_{mn} \cos \lambda_m x_1 \sin \gamma_n x_2; \\ u_2 = \sum_m \sum_n B_{mn} \sin \lambda_m x_1 \cos \gamma_n x_2; \\ w = \sum_m \sum_n C_{mn} \sin \lambda_m x_1 \sin \gamma_n x_2; \\ \chi = \sum_m \sum_n D_{mn} \sin \lambda_m x_1 \sin \gamma_n x_2. \end{cases} \quad (2.65)$$

Навантаження розкладаємо в ряди:

$$\begin{cases} q_2^\pm = \sum_m \sum_n b_{mn}^\pm \sin \lambda_m x_1 \cos \gamma_n x_2; \\ q_1^\pm = \sum_m \sum_n a_{mn}^\pm \cos \lambda_m x_1 \sin \gamma_n x_2; \\ q_3 = \sum_m \sum_n c_{mn} \sin \lambda_m x_1 \sin \gamma_n x_2, \end{cases} \quad (2.66)$$

де $\lambda_m = m\pi/a_1$, $\gamma_n = n\pi/a_2$, a_1, a_2 – розміри плити в напрямку осей x_1, x_2 ;

$A_{mn}, B_{mn}, C_{mn}, D_{mn}$ – амплітуди шуканих функцій при заданих парах значень m, n ;

$a_{mn}^\pm, b_{mn}^\pm, c_{mn}$ – коефіцієнти Фур'є для розкладання складових вектору

навантаження в ряди [80, 135].

Вважаємо, що навантаження прикладено по прямокутній площині c_1, c_2 , центр якого знаходиться в точці з координатою $x_j = \alpha_j (j=1,2)$ (рис. 2.6).

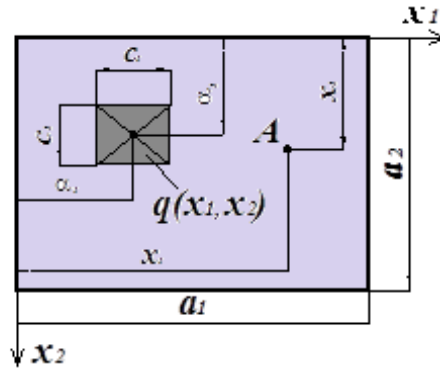


Рисунок 2.6 – Схема прикладання навантаження

Тоді коефіцієнти Фур'є визначаються співвідношеннями:

$$\begin{aligned} a_{mn}^{\pm} &= \frac{4}{a_1 a_2} \int_{\beta_1^-}^{\beta_1^+} \int_{\beta_2^-}^{\beta_2^+} q_1^{\pm}(x_1, x_2) \cos \lambda_m x_1 \sin \gamma_n x_2 dx_1 dx_2; \\ b_{mn}^{\pm} &= \frac{4}{a_1 a_2} \int_{\beta_1^-}^{\beta_1^+} \int_{\beta_2^-}^{\beta_2^+} q_2^{\pm}(x_1, x_2) \sin \lambda_m x_1 \cos \gamma_n x_2 dx_1 dx_2; \\ c_{mn} &= \frac{4}{a_1 a_2} \int_{\beta_1^-}^{\beta_1^+} \int_{\beta_2^-}^{\beta_2^+} q_3(x_1, x_2) \sin \lambda_m x_1 \sin \gamma_n x_2 dx_1 dx_2, \end{aligned} \quad (2.67)$$

де $\beta_j^{\pm} = \alpha_j \pm \frac{c_j}{2}, j=1,2$.

Для навантаження, рівномірно розподіленого по площадці:

$$\begin{aligned} a_{mn}^{\pm} &= \frac{16q_1^{\pm}}{\pi^2 mn} \sin \frac{m\pi\alpha_1}{a_1} \sin \frac{n\pi\alpha_2}{a_2} \cos \frac{m\pi c_1}{2a_1} \cos \frac{n\pi c_2}{2a_2}; \\ b_{mn}^{\pm} &= \frac{16q_2^{\pm}}{\pi^2 mn} \sin \frac{m\pi\alpha_1}{a_1} \sin \frac{n\pi\alpha_2}{a_{21}} \cos \frac{m\pi c_1}{2a_1} \cos \frac{n\pi c_2}{2a_2}; \\ c_{mn} &= \frac{16q_3}{\pi^2 mn} \sin \frac{m\pi\alpha_1}{a_1} \sin \frac{n\pi\alpha_2}{a_{21}} \cos \frac{m\pi c_1}{2a_1} \cos \frac{n\pi c_2}{2a_2}. \end{aligned} \quad (2.68)$$

Коли навантаження рівномірно розподілене по всій поверхні плити, то в коефіцієнтах необхідно прийняти $\beta_j^- = 0, \beta_j^+ = a_j$. В результаті отримаємо:

$$\begin{aligned} a_{mn}^\pm &= \frac{4q_1^\pm}{\pi n}, \quad m=0, \quad n \in \{2k+1\}, \quad k \in N; \\ b_{mn}^\pm &= \frac{4q_2^\pm}{\pi n}, \quad n=0, \quad m \in \{2k+1\}, \quad k \in N; \\ c_{mn} &= \frac{16q_3}{\pi^2 mn}, \quad n=m \in \{2k+1\}, \quad k \in N. \end{aligned} \quad (2.68)$$

Якщо в точці з координатами $x_j = \alpha_j$ ($j=1,2$) прикладені зосереджені сили $F_j^\pm, F_3$ тоді отримаємо:

$$\begin{aligned} a_{mn}^\pm &= \frac{4F_1^\pm}{a_1 a_2} \cos \frac{m\pi\alpha_1}{a_1} \sin \frac{n\pi\alpha_2}{a_2}; \\ b_{mn}^\pm &= \frac{4F_1^\pm}{a_1 a_2} \sin \frac{m\pi\alpha_1}{a_1} \cos \frac{n\pi\alpha_2}{a_2}; \\ c_{mn} &= \frac{4F_3}{a_1 a_2} \sin \frac{m\pi\alpha_1}{a_1} \sin \frac{n\pi\alpha_2}{a_2}. \end{aligned} \quad (2.69)$$

Підстановка розв'язку та розкладання навантаження з врахуванням коефіцієнтів Фур'є в системи (табл. 2.2 та 2.3), призводить до послідовності систем характеристичних рівнянь відносно коефіцієнтів $A_{mn}, B_{mn}, C_{mn}, D_{mn}$.

Представимо кожену систему в матричній формі:

$$[D]\{A\}_{mn} = [D_q]\{a\}_{mn}, \quad (2.70)$$

де $[D]$ – матриця системи рівнянь (табл. 2.1 – для шарнірного обпирання), яку отримаємо шляхом перетворення матриці диференційних операторів D (табл. 2.2) при підстановці в систему розв'язку (2.14);

$[D_q]$ – матрицю правих («навантажених») частин системи характеристичних рівнянь (табл. 3.2 – для шарнірного обпирання), отримаємо шляхом перетворення матриці D_q .

Вектор амплітуд шуканих функцій визначається:

$$\{A\}_{mn} = \{A_{mn}, B_{mn}, C_{mn}, D_{mn}\}^T. \quad (2.71)$$

Амплітуди функцій навантажень (вектор коефіцієнтів Фур'є) складається:

$$\{a\}_{mn} = \{a_{mn}^+, b_{mn}^+, a_{mn}^-, b_{mn}^-, c_{mn}\}^T. \quad (2.72)$$

Розв'язок системи рівнянь при заданих парах значень m, n дозволяє визначити вектор $\{A\}_{mn}$. Далі визначаються шукані функції u_j, w, χ в потрібних точках $A(x_1, x_2)$ поверхні плити, а згідно (2.12) та (2.21)-(2.22) – компоненти вектору переміщень та тензору напружень в довільній точці $A_k(x_1, x_2, z)$ для k -го шару.

Розглянемо розв'язок задач для защемленої по контуру плити під дією нормального навантаження. Ці умови на контурі будуть задовольнятися, якщо шукані функції представити у вигляді подвійних тригонометричних рядів [78]:

$$\begin{cases} w = \sum_m \sum_n C_{mn} (1 - \cos 2\lambda_m x_1) (1 - \cos 2\gamma_n x_2); \\ \chi = \sum_m \sum_n D_{mn} (1 - \cos 2\lambda_m x_1) (1 - \cos 2\gamma_n x_2). \end{cases} \quad (2.72)$$

Нормальне навантаження розкладемо в ряди:

$$q_3 = \sum_m \sum_n c_{mn} (1 - \cos 2\lambda_m x_1) (1 - \cos 2\gamma_n x_2). \quad (2.73)$$

Надалі за формулою (2.67) в залежності від характеру дії зовнішнього навантаження знаходимо коефіцієнти Фур'є.

Для розв'язку задач при шарнірному обпиранні виконаємо аналогічні перетворення за формули (2.70) – (2.72).

Матриці D та D_q систем характеристичних рівнянь для умов шарнірного обпирання представлені в таблицях 2.4-2.5.

З систем диференціальних рівнянь отримаємо вираз функції прогину за довжиною балки для випадку синусоїдального навантаження [139]:

$$w(x) = \left[\left(\sum_{i=0}^n q_{z0}^{(i)} c_z^{(i)} \right) \cdot \left[\left(\frac{1}{D_{11}} + \left(\frac{D_{12}}{D_{11}} \right)^2 \right) \right] / \left[\left(D_{22} + \frac{l^2}{\pi^2} \bar{D} - \frac{(D_{12})^2}{(D_{11})} \right) \right] \right] \cdot \frac{l^4}{\pi^4} \cdot \sin \left(\frac{\pi x}{l} \right), \quad (2.74)$$

де D_{11}, D_{12}, D_{22} – характеристики жорсткості;

q_{z0} - амплітуда навантажень; w - прогин;

l - довжина балочно-плитної системи.

Таблиця 2.4 - Матриця D системи характеристичних рівнянь для умов шарнірного обпирання

	Коефіцієнти для заданих пар значень m, n			
	A_{mn}	B_{mn}	C_{mn}	D_{mn}
D	$B\lambda_m^2 + \frac{B-B_v}{2}\gamma_m^2$	$\frac{B+B_v}{2}\lambda_m\gamma_n$	$-B_1(\lambda_m^2 + \gamma_n^2)\lambda_m$	$-B_2(\lambda_m^2 + \gamma_n^2)\lambda_m$
	$\frac{B+B_v}{2}\lambda_m\gamma_n$	$B\gamma_n^2 + \frac{B-B_v}{2}\lambda_m^2$	$-B_1(\lambda_m^2 + \gamma_n^2)\gamma_m$	$-B_2(\lambda_m^2 + \gamma_n^2)\gamma_n$
	$-B_1(\lambda_m^2 + \gamma_n^2)\lambda_m$	$-B_1(\lambda_m^2 + \gamma_n^2)\gamma_n$	$D_{11}(\lambda_m^2 + \gamma_n^2)^2$	$D_{12}(\lambda_m^2 + \gamma_n^2)^2$
	$-B_2(\lambda_m^2 + \gamma_n^2)\lambda_m$	$-B_2(\lambda_m^2 + \gamma_n^2)\gamma_n$	$D_{11}(\lambda_m^2 + \gamma_n^2)^2$	$D_{22}(\lambda_m^2 + \gamma_n^2)^2 + \bar{D}_{21}(\lambda_m^2 + \gamma_n^2)$

Таблиця 2.5 – Матриця D_q системи характеристичних рівнянь для умов шарнірного обпирання.

	Амплітуди функцій навантажень				
	a_{mn}^+	b_{mn}^+	a_{mn}^-	b_{mn}^-	c_{mn}
D_q	$B_3 \lambda_m^2 + \frac{B_3 - B_{3v}}{2} \gamma_n^2 + 1$	$\frac{B_3 + B_{3v}}{2} \lambda_m \gamma_n$	$B_4 \lambda_m^2 + \frac{B_4 - B_{4v}}{2} \gamma_n^2 + 1$	$\frac{B_4 + B_{4v}}{2} \lambda_m \gamma_n$	—
	$\frac{B_3 + B_{3v}}{2} \lambda_m \gamma_n$	$B_3 \gamma_n^2 + \frac{B_3 - B_{3v}}{2} \lambda_m^2 + 1$	$\frac{B_4 + B_{4v}}{2} \lambda_m \gamma_n$	$B_4 \gamma_n^2 + \frac{B_4 - B_{4v}}{2} \lambda_m^2 + 1$	—
	$-[\psi_{1n} + D_{13}(\lambda_m^2 + \gamma_n^2)] \lambda_m$	$-[\psi_{1n} + D_{13}(\lambda_m^2 + \gamma_n^2)] \gamma_n$	$-[\psi_{10} + D_{14}(\lambda_m^2 + \gamma_n^2)] \lambda_m$	$-[\psi_{10} + D_{14}(\lambda_m^2 + \gamma_n^2)] \gamma_n$	1
	$-\left[\frac{B_2}{B} + D_{23}(\lambda_m^2 + \gamma_n^2)\right] \lambda_m$	$-\left[\frac{B_2}{B} + D_{23}(\lambda_m^2 + \gamma_n^2)\right] \gamma_n$	$-\left[\frac{B_2}{B} + D_{24}(\lambda_m^2 + \gamma_n^2)\right] \lambda_m$	$-\left[\frac{B_2}{B} + D_{24}(\lambda_m^2 + \gamma_n^2)\right] \gamma_n$	—

Висновки до розділу 2

1. Наведено огляд літературних джерел, який висвітлює сучасний стан проблеми розрахунку шаруватих композитних конструкцій, в тому числі плит. Вказано на необхідність застосування для їх розрахунку уточнених моделей, які враховують вплив деформацій поперечного зсуву. Аналіз застосування досліджених методів розрахунку багатошарових та одношарових плит дав можливість певного об'єднання різних методик для створення ефективного підходу до визначення напруженого стану конструктивних елементів дорожнього одягу як шаруватої системи.

2. В результаті дослідження був удосконалений метод розрахунку шаруватих плит проїзної частини прогонової будови мосту, який розроблений на підставі теорії згину шаруватих конструкцій з врахування поперечних нормальних напружень від обтиснення.

3. Досліджено напружено-деформований стан елементарної частини плити, конструкцію якої утворюють ізотропні шари різної жорсткості по товщині. Це дало можливість розглянути роботу всіх шарів з різними товщинами та фізико-механічними характеристиками. На першому етапі удосконалення методу введені гіпотези Кірхгофа, а на другому – отримані вирази поперечних напружень, які дали можливість ввести гіпотези, що враховують вплив деформацій зсуву. Варіаційним шляхом отримано рівняння рівноваги, граничні умови та загальну систему розв'язуючих рівнянь.

4. Застосовано аналогію, яка дозволила розв'язок задачі в уточненій постановці та зведення її до розв'язку на основі класичної теорії, що значною мірою спрощує отримання результатів.

РОЗДІЛ 3

ПРАКТИЧНА РЕАЛІЗАЦІЯ УДОСКОНАЛЕНОГО МЕТОДУ РОЗРАХУНОКУ КОНСТРУКЦІЙ ДОРОЖНЬОГО ОДЯГУ МОСТІВ

3.1 Побудова моделі та алгоритму розрахунку за удосконаленим методом

Удосконалений метод розрахунку спрямований на розрахунок дорожнього одягу для найбільш розповсюджених в мостовій галузі України типів прогонових будов таких як ребристі, плитні, плитно-ребристі та коробчасті, а також для індивідуально запроектованих прогонових будов [139].

В основу удосконаленого методу розрахунку армобетонних конструктивних елементів дорожнього одягу покладено:

- розрахункові залежності теорії згину шаруватих конструкцій (балок, плит), уточнені врахуванням поперечних нормальних напружень від обтиснення шарів [135];

- залежності теорії пружності для оцінки міцності матеріалів конструкцій [135] та характеристики матеріалів, що входять до шаруватих конструкцій прогонових будов і дорожніх одягів;

- методи визначення зусиль (згинаючих моментів), що застосовуються при розрахунках конструкцій прогонових будов залізобетонних мостів та безпосередньо результати визначення зусиль по даним типових проектів.

Принципова модель розрахунку дорожнього одягу армованого композитними матеріалами на різних типах прогонової будови мостів представлена на рис.3.1.

На базі моделі було розроблено алгоритм проектування армованого цементобетонного дорожнього одягу на прогоновій будові моста, який представлений на рисунку 3.2.

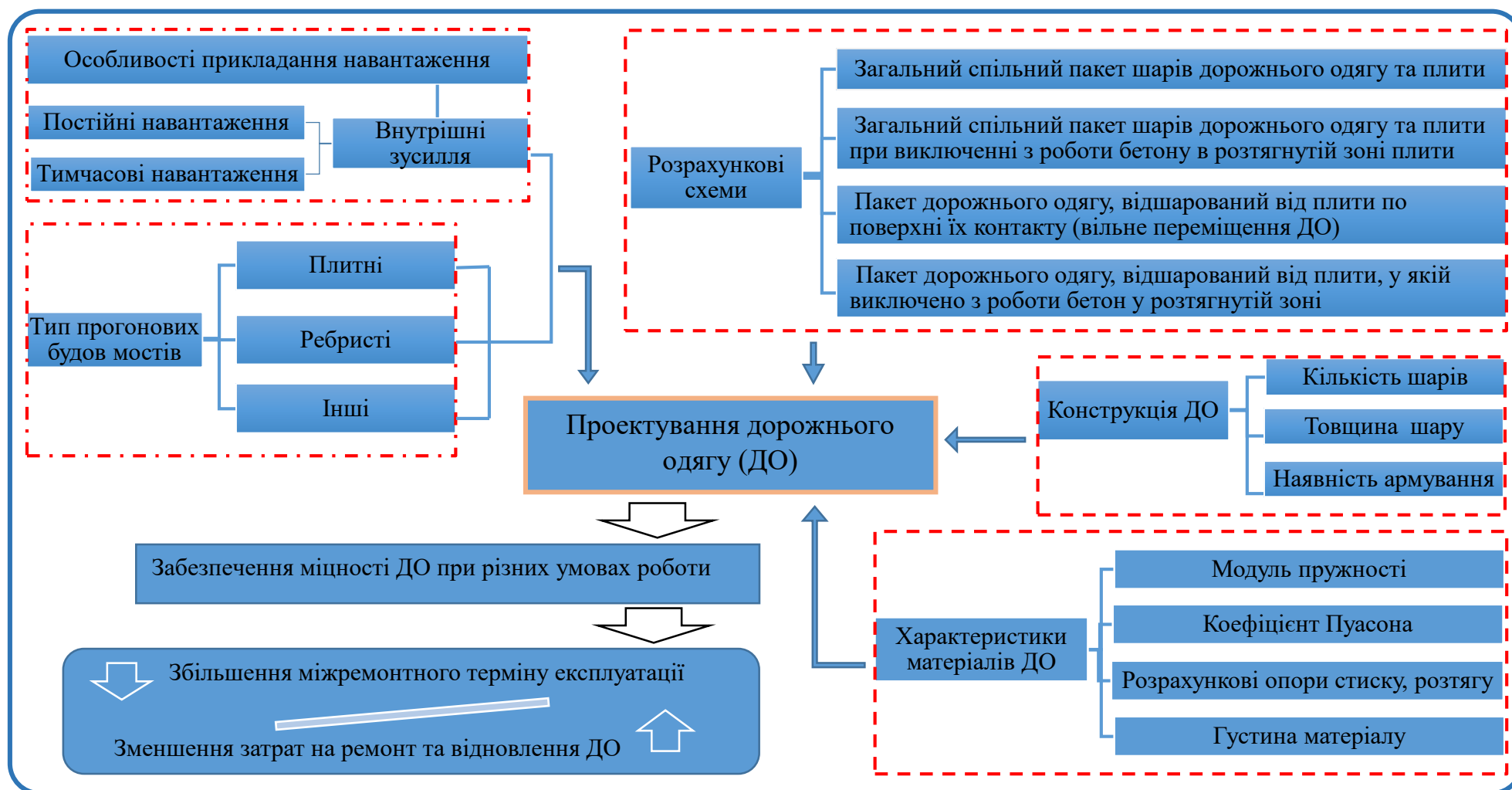


Рисунок 3.1 – Модель розрахунку дорожнього одягу армованого композитними матеріал

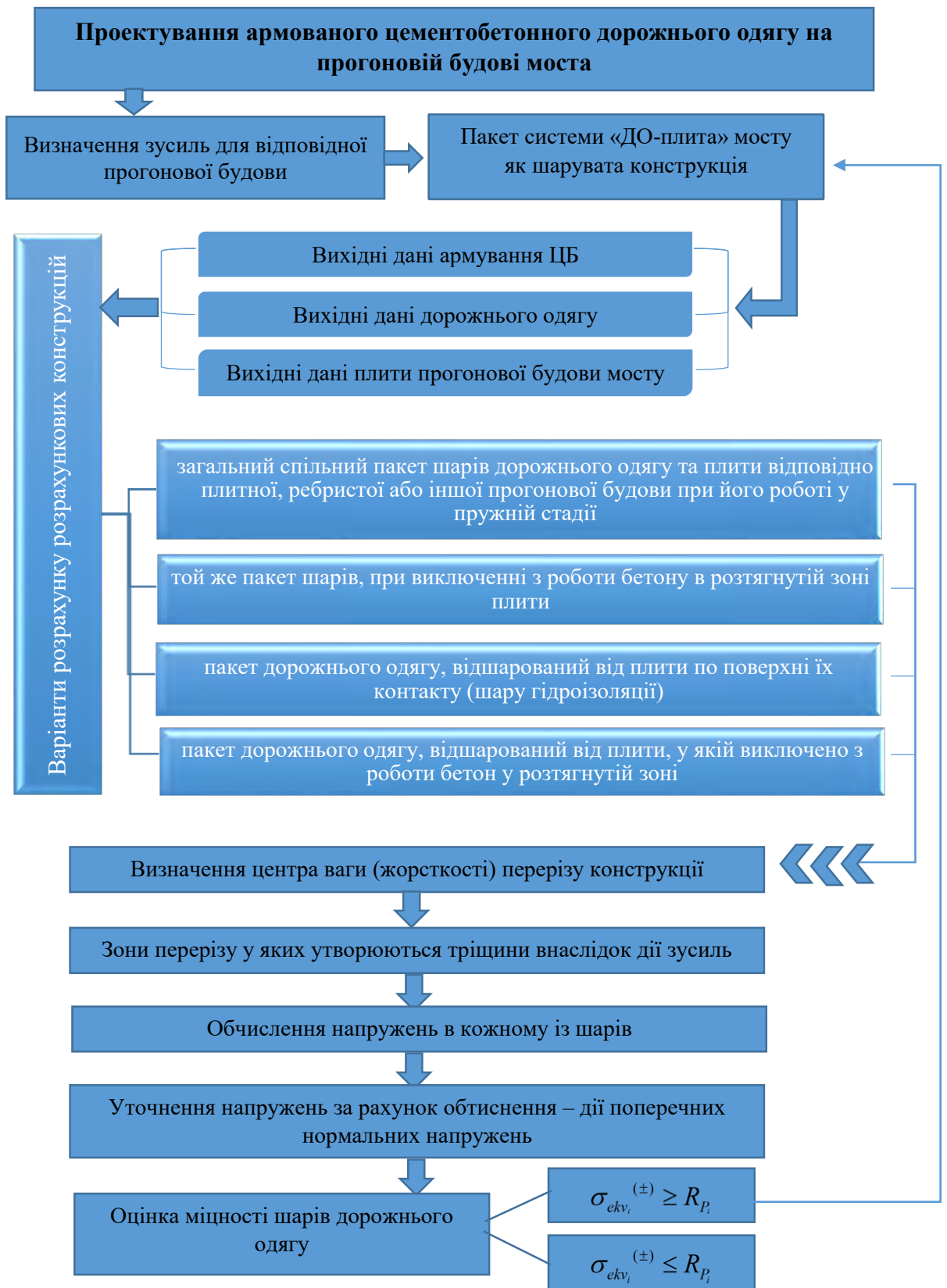


Рисунок 3.2 – Алгоритм проектування армованого цементобетонного дорожнього одягу на прогоновій будові моста

Для дослідження напружено-деформованого стан конструктивних елементів застосування удосконаленого методу передбачає наступні варіанти розрахункових схем конструкції:

- загальний спільний пакет шарів дорожнього одягу та плити відповідно плитної, ребристої або іншої прогонової будови при його роботі у пружній стадії;
- той же пакет шарів, при виключенні з роботи бетону в розтягнутій зоні плити;
- пакет дорожнього одягу, відшарований від плити по поверхні їх контакту (шару гідроізоляції);
- пакет дорожнього одягу, відшарований від плити, у якій виключено з роботи бетон у розтягнутій зоні.

Дорожній одяг та плита прогонової будови розглядається в загальному пакеті з шарами як єдина шарувата конструкція. Шарувату структуру конструкції схематично наведено на рис.3.3 [140-141].

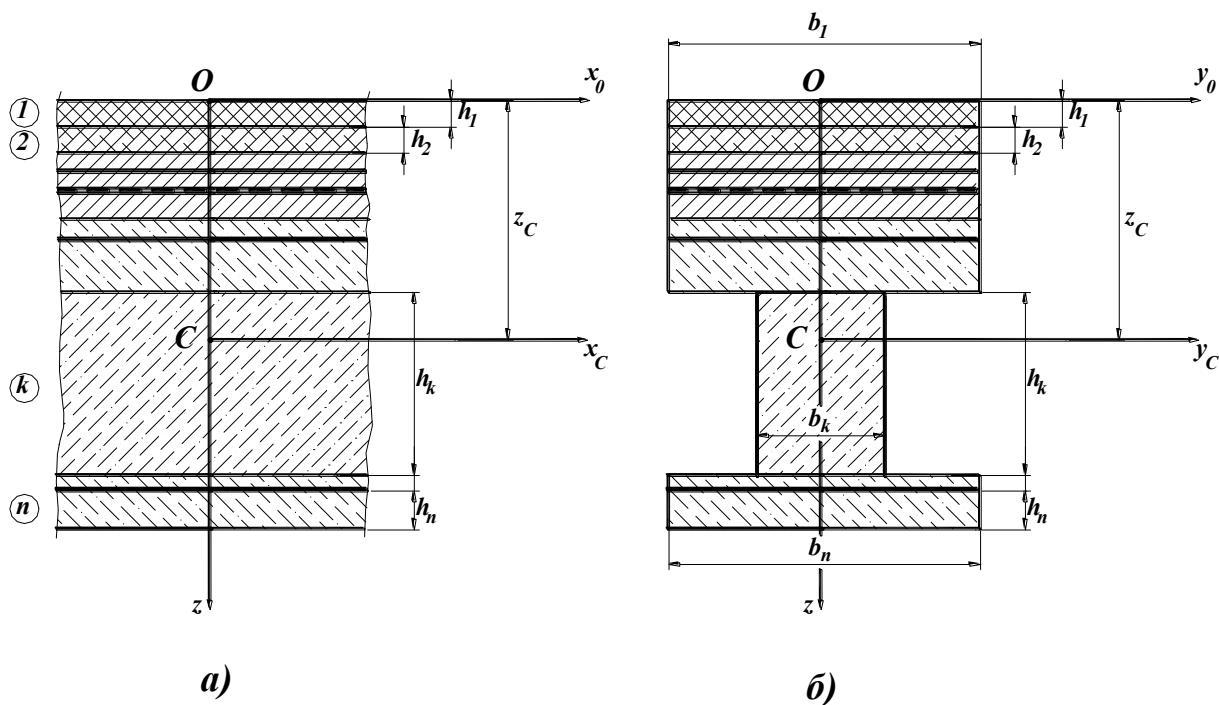


Рисунок 3.3 – Схема пакету шаруватих конструкцій

Кожен шар $i = 1, 2, \dots, n$ має свою товщину $h_i (м)$, ширину $b_i (м)$ та свої фізико-механічні характеристики: модуль пружності $E_i (МПа)$, коефіцієнт Пуассона ν_i , розрахункові опори на розтяг $R_p (МПа)$ та стиск $R_{ct_i} (МПа)$. Характеристики бетону та арматури приймаються згідно діючих нормативно-технічних документів.

Армування плити або конструкції дорожнього одягу замінюється еквівалентним до її загальної площі прошарком з відповідною до цієї площі товщиною. Ширина шарів b_i конструкції у перерізі приймається як розрахункова ширина полоси плити для визначення згинаючого розрахункового моменту (звичайно $b_i = b = 1 м$). Для плитних прогонових будов перемінного перерізу по товщині та плит з пустотними блоками, ширина плити дорівнює ширині блоку ($b_i = b = 1 м$), а на рівні пустот – товщині стінки зведеного до форми двотаврово зведеного перерізу плитного блока.

У вихідні дані також входить розрахунковий згинаючий момент M та рівнодіюча тимчасового нормативного навантаження F_p , що діє по площі штампу навантаження згідно нормативно-правових документів (наприклад, для А-15 – розмір штампу $e_{AT} = 0.2 м$, $d_{AT} = 0.6 м$, а для НК-100 – $e_{HK} = 0.2 м$, $d_{HK} = 0.8 м$). З урахуванням коефіцієнту надійності та динамічного коефіцієнту визначається рівнодіюча сила F_p . Якщо розрахунковий момент виникає від двох смуг навантаження А-15, то приймається $F_p = 0$.

Згідно прийнятих нормативних положень та методики розрахунку конструкцій прогонових будов визначаються внутрішні зусилля (згинаючі моменти) від комбінації постійних та тимчасових навантажень, визначених в діючих будівельних нормах.

Для розрахунку міцності дорожнього одягу, який відшарований від плити прогонової будови, а також, при необхідності безпосередньо плити, відокремленої від шарів одягу, пропорційно до їх жорсткостей виконується перерозподіл розрахункового згинаючого моменту на окремі моменти: що

безпосередньо сприймає дорожній одяг та момент, що сприймається конструкцією плити [142].

Наступним кроком є визначення центра ваги відносно жорсткості. Для кожного шару визначається:

1) жорсткість на розтяг:

$$B := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..n \\ B_i \leftarrow \frac{E_i \cdot b_i \cdot h_i}{1 - (\nu_i)^2} \\ B \end{array} \right. \quad (3.1)$$

2) координати центрів ваги відносно осі, положення якої збігається з верхньою межею конструкції:

$$z := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..n-1 \\ \left| \begin{array}{l} z_1 \leftarrow \frac{h_1}{2} \\ z_{i+1} \leftarrow \sum_{i=1}^i h_i + \frac{h_{i+1}}{2} \text{ if } n \neq 1 \end{array} \right. \\ z \end{array} \right. \quad (3.2)$$

Координата центра ваги (жорсткості) усього пакету шарів конструкції знаходиться за формулою:

$$z_c = \frac{\sum_{i=1}^n B_i z_i}{\sum_{i=1}^n B_i}. \quad (3.3)$$

Координата визначає положення центральної осі (рис. 3.3).

Для кожного шару $i = 1, 2, \dots, n$ визначається власна циліндрична жорсткість при згині [143]:

$$D = \begin{cases} \text{for } i \in 1..1 \\ D_i \leftarrow \frac{B_i \cdot (h_i)^2}{12} \\ D \end{cases} \quad (3.4)$$

Координати центрів ваги (жорсткості) шарів відносно центральної осі Cy_C визначаємо наступним чином:

$$c := \begin{cases} \text{for } i \in 1..n \\ c_i \leftarrow z_i - z_C \\ c \end{cases} \quad (3.5)$$

Визначаємо загальну жорсткість конструкції плити при згині – циліндричну жорсткість.

$$D = \sum_{i=1}^n (D_i + c_i^2 B_i). \quad (3.6)$$

Центральна вісь Cy_C розділяє переріз плити на стиснуту та розтягнуту зони. В розтягнутій зоні конструкції утворюються тріщини в бетоні, внаслідок чого цей прошарок виключається з роботи плити. Для цієї зони виконується перерозподіл шарів. Шар $i = k$ (рис. 3.3) товщиною h_k , у якому розташована центральна вісь, визначена координатою z_C , розділяється на дві різні частини (прошарки), одна з яких лежить вище від осі Cy_C , а інший – нижче. Їх товщини відповідно:

$$h'_k = z_C - \sum_{i=1}^{k-1} h_i, \quad h''_k = h_k - h'_k. \quad (3.7)$$

У зв'язку з розділенням прошарку призначається нова послідовна нумерація шарів $i = 1, 2, \dots, n$, кількість яких збільшиться на одиницю. За новою нумерацією призначаються відповідні значення параметрів $h_i, b_i, E_i, \nu_i, R_{pi}, R_{cti}$. Для бетонних шарів, які розташовані у розтягнутій зоні (нижче від осі Cy_c) приймається модуль пружності з умовним значенням $E_i = 1 \text{ МПа}$.

Повторюється процедура визначення циліндричної жорсткості плити за формулами (3.1) – (3.6), в яких $z_c = z'_c$. Координата центра ваги z'_c визначає нове положення центральної осі $C'y'_c$.

По поверхні контакту між дорожнім одягом та плитою визначається циліндрична жорсткість конструкції, як сума жорсткостей шарів дорожнього одягу та плити:

$$D_{\Sigma} = D_{DO} + D_{PL} . \quad (3.8)$$

Розшарування може бути наслідком як руйнування шарів (гідроізоляція, вирівнюючий шар) у контактній зоні в процесі експлуатації, так і передбаченим заздалегідь.

Кожна з жорсткостей D_{DO} та D_{PL} знаходиться по алгоритму за формулами (3.1) – (3.7), які застосовуються для кожного з пакетів шарів – одягу та плити, відокремлених один від одного.

Для кожної системи пакету шарів вводиться своя нумерація прошарків $i = 1, 2, \dots, n$ та відповідно до них характеристики $h_i, b_i, E_i, \nu_i, R_{pi}, R_{cti}$.

Отже, циліндричні жорсткості D_{DO} та D_{PL} визначаються за кінцевою формулою всього алгоритму – формулою (3.6), у якій $D = D_{DO}$ та $D = D_{PL}$. Жорсткість D_{Σ} є їх сумою згідно формули (3.8).

Якщо розглядаємо дорожній одяг який відшарований від плити, то напруження в ньому розраховують від моменту M_{DO} , що сприймає

безпосередньо дорожній одяг, а напруження у плиті – від моменту M_{PL} , що сприймає плита:

$$M_{DO} = M \frac{D_{DO}}{D_{\Sigma}}, \quad M_{PL} = M \frac{D_{PL}}{D_{\Sigma}}. \quad (3.9)$$

Відповідно D_{Σ} визначається за формулою (3.8), а D_{DO} та D_{PL} за формулою (3.6), в якій приймається $D = D_{DO}$ та $D = D_{PL}$.

Загальний згинаючий момент дорівнює їх сумі:

$$M = M_{DO} + M_{PL}. \quad (3.10)$$

Процедура визначення напружень в усіх випадках однакова.

Наступним етапом є визначення напруження пошарово для загального пакету шарів від розрахункового згинаючого моменту M в дорожньому одязі, який працює спільно з плитою:

$$\sigma_i^{(\pm)} = \frac{E_i M}{(1 - \nu_i^2) D} z_i^{(\pm)}, \quad (3.11)$$

У формулі (3.11) приймається $M = M_{DO}$, $D = D_{DO}$ та $M = M_{PL}$, $D = D_{PL}$ для визначення напружень у шарах дорожнього одягу та плити відшарованих один від одного.

За рахунок впливу поперечного обтіснення (поперечних нормальних напружень) проводиться уточнення напружень. Згідно схеми (рис. 3.4), за товщиною дорожнього одягу виконується розподіл рівнодіючої тимчасових навантажень F_p від яких виникає розрахунковий згинаючий момент [139-141].

Визначаються площі, через які передається рівнодіюча F_p на верхню поверхню дорожнього одягу ($A_1^{(+)} = e_1 d_1$) та верхні поверхні послідовних шарів:

$$A_i^{(+)} = e_i d_i = (e_{i-1} + 2h_i)(d_{i-1} + 2h_i), A_{i-1}^{(-)} = A_i^{(+)} . \quad (3.12)$$

де e_1, d_1 – розміри площадки (відповідно вздовж і поперек осі моста) передачі навантаження F_p на верхню поверхню дорожнього одягу;

h_i – товщина i -того шару.

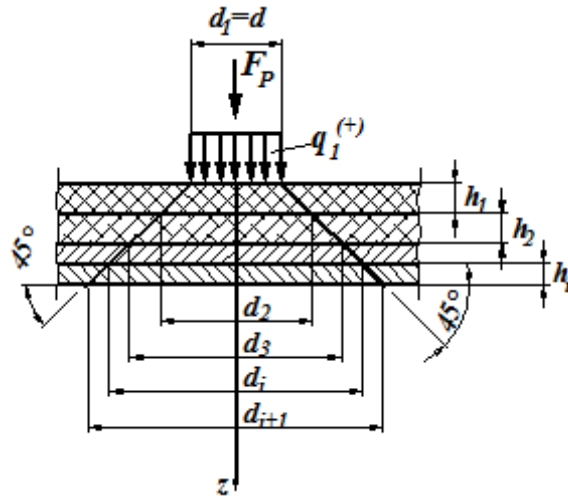


Рисунок 3.4 – Схема розподілення рівнодіючої тимчасових навантажень

Далі визначаємо тиск на поверхні одягу (3.13) та поверхнях між шарами (3.14) й відповідні поперечні нормальні напруження (3.14):

$$\sigma_{z_1}^{(+)} = -q_1^{(+)} = -\frac{F_p}{A_1^{(+)}}, \quad (3.13)$$

$$\sigma_{z_1}^{(-)} = \sigma_{z_2}^{(+)} = -q_2^{(+)} = -\frac{F_p}{A_2^{(+)}}, \quad (3.14)$$

$$\sigma_{z_{i-1}}^{(-)} = \sigma_{z_i}^{(+)} = -q_i^{(+)} = -\frac{F_{PO3P}}{A_i^{(+)}}. \quad (3.15)$$

В шарах одягу визначаємо повні уточнені нормальні напруження з урахуванням поперечних нормальних навантажень [144]:

$$\bar{\sigma}_i^{(\pm)} = (1 - \nu_i^2) \sigma_i^{(\pm)} + \nu_i \sigma_{z_i}^{(\pm)}. \quad (3.16)$$

Для оцінки міцності матеріалу шарів, що мають різний розрахунковий опір розтягу R_p та стиску R_{CT} використано критерій міцності Кулона–Мора.

Формуються головні напруження для кожного шару дорожнього одягу з уточнених поздовжніх нормальних напружень $\bar{\sigma}_i^{(\pm)}$ та поперечних нормальних напружень $\sigma_{z_i}^{(\pm)}$:

$$\sigma_{\max_i}^{(\pm)} = \frac{1}{2} \left[\left(\bar{\sigma}_i^{(\pm)} + \sigma_{z_i}^{(\pm)} \right) + \sqrt{\left(\bar{\sigma}_i^{(\pm)} - \sigma_{z_i}^{(\pm)} \right)^2} \right], \quad (3.17)$$

$$\sigma_{\min_i}^{(\pm)} = \frac{1}{2} \left[\left(\bar{\sigma}_i^{(\pm)} + \sigma_{z_i}^{(\pm)} \right) - \sqrt{\left(\bar{\sigma}_i^{(\pm)} - \sigma_{z_i}^{(\pm)} \right)^2} \right]. \quad (3.18)$$

Пошарово визначаються еквівалентні напруження та виконується перевірка міцності:

$$\sigma_{ekv_i}^{(\pm)} = \sigma_{\max_i}^{(\pm)} - \frac{R_{P_i}}{R_{CT_i}} \sigma_{\min_i}^{(\pm)} \leq R_{P_i}; \quad (3.20)$$

Для розрахунку композитної плити проїзної частини мосту на металевих прогонових будовах запропоновано використати метод скінчених елементів, який реалізується за допомогою обчислювальних комплексів Ліра-САПР, Scad або інші. Зведена композитна шарувата плита розглядається як дискретна система, у зв'язку з чим моделювання виконується скінченими елементами оболонки нульової кривизни. При цьому плиту включено до складу просторової системи, в якій робота плити розглядається сумісно з прогоною будовою мосту, що також моделюється скінченими елементами оболонки нульової кривизни [136].

Розрахунок прийнятої системи виконується на різні види навантажень. За діючими нормативами враховується дія постійних (власна вага конструкції) та тимчасових навантажень (АК-15, НК-100) з урахуванням коефіцієнтів

перевантаження. При цьому необхідно визначити небезпечні комбінації навантажень для оцінки напружено-деформованого стану.

Плита представляється у вигляді скінчено-елементної схеми вузлів з кроком λ (рис.6.4).

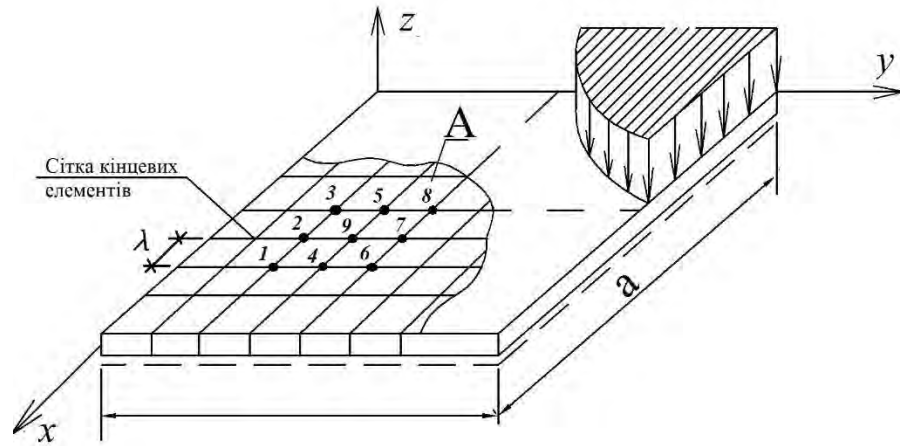


Рисунок 3.5 – Скінчено-елементна схема вузлів плити прогонової будови проїзної частини

За залежністю [82] визначаються уточнені прогини в точках шаруваті композитної плити:

$$w_{ym} = w_{кл} - \frac{D_{12}}{D_{11}} \left(\frac{M_x + M_y}{D_{11}(1 + \nu_{np})} \right), \quad (3.21)$$

де M_x та M_y – значення моментів у плиті, знайдені з розрахунку просторової системи.

Жорсткість D_{12} пакету шарів визначається з врахуванням взаємовпливу згину та зсуву за формулою:

$$D_{12} = \sum_{k=1}^n \int_{a_{k-1}}^{a_k} E_{0k} \cdot \psi_k(z) \cdot z \cdot dz = \sum_{k=1}^n \left\{ -\frac{E_{0k}^2}{2G'_k} \left[\frac{a_k^5}{15} - \frac{a_k^3}{3} a_{k-1}^2 + \frac{a_{k-1}^3}{3} a_k^2 - \frac{3}{5} a_{k-1}^5 \right] - \right. \\ \left. - E_{0k} \sum_{r=1}^{k-1} \frac{E_{0r}}{2G'_k} (a_r^2 - a_{r-1}^2) \left(\frac{a_k^3}{3} - \frac{a_{k-1}}{2} a_k^2 + \frac{5a_{k-1}^3}{6} \right) + c_k \cdot E_{0k} \frac{(a_k^2 - a_{k-1}^2)}{2} \right\}. \quad (3.22)$$

Функція $\psi_k(z)$, що входить у формулу (3.22), має вигляд:

$$\psi_k(z) = - \int_{a_{k-1}}^z \frac{1}{G'_k} \left[\int_{a_{k-1}}^z E_{0k} z dz + \sum_{r=1}^{k-1} \int_{a_{r-1}}^{a_r} E_{0r} z dz \right] dz + c_k, \quad (3.23)$$

де c_k – постійні інтегрування, що входять до формули (3.23):

$$\begin{aligned} c_k = & \int_{a_{m-1}}^0 \frac{1}{G'_m} \left[\int_{a_{m-1}}^z E_{0m} z dz + \sum_{r=1}^{m-1} \int_{a_{r-1}}^{a_r} E_{0r} z dz \right] dz + \sum_{r=1}^{m-1} \int_{a_{r-1}}^{a_r} \frac{1}{G'_r} \left[\int_{a_{r-1}}^z E_{0r} z dz + \sum_{s=1}^{r-1} \int_{a_{s-1}}^{a_s} E_{0s} z dz \right] dz - \\ & - \sum_{r=1}^{k-1} \int_{a_{r-1}}^{a_r} \frac{1}{G'_r} \left[\int_{a_{r-1}}^z E_{0r} z dz + \sum_{s=1}^{k-1} \int_{a_{s-1}}^{a_s} E_{0s} z dz \right] dz = \frac{1}{2G'_m} \left[\frac{2E_{0m}}{3} a_{m-1}^3 - \sum_{r=1}^{m-1} E_{0r} (a_r^2 - a_{r-1}^2) a_{m-1} \right] + \\ & + \sum_{r=1}^{m-1} \frac{E_{0r}}{2G'_r} \left[\frac{a_r^3}{3} - a_{r-1}^2 \cdot a_r + \frac{2}{3} \cdot a_{r-1}^3 \right] + \sum_{r=1}^{m-1} \frac{1}{G'_r} \sum_{s=1}^{r-1} \frac{E_{0s}}{2} (a_s^2 - a_{s-1}^2) \cdot (a_r - a_{r-1}) - \\ & - \sum_{r=1}^{k-1} \frac{E_{0r}}{2G'_r} \left[\frac{a_r^3}{3} - a_{r-1}^2 \cdot a_r + \frac{2}{3} \cdot a_{r-1}^3 \right] - \sum_{r=1}^{k-1} \frac{1}{G'_r} \sum_{s=1}^{r-1} \frac{E_{0s}}{2} (a_s^2 - a_{s-1}^2) \cdot (a_r - a_{r-1}). \end{aligned} \quad (3.24)$$

В остаточному вигляді функція $\psi_k(z)$ набуває вигляду:

$$\psi_k(z) = - \frac{E_{0k}}{2G'_k} \left[\frac{z^3}{3} - a_{k-1}^2 \cdot z + \frac{2 \cdot a_{k-1}^3}{3} \right] - \sum_{r=1}^{k-1} \frac{E_{0r}}{2G'_k} \cdot (a_r^2 - a_{r-1}^2) \cdot (z - a_{k-1}) + c_k. \quad (3.25)$$

Компоненти тензору напружень визначаються через зведені модулі пружності шарів та через похідні від знайдених функцій w_{ym} та χ у вузлах розрахункової схеми:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{11}^{(k)}(z) = E_{0k} \left[\left(\aleph_{11}^{(1)} + \nu_k \aleph_{22}^{(1)} \right) \cdot z + \left(\aleph_{11}^{(2)} + \nu_k \aleph_{22}^{(2)} \right) \psi_k(z) \right] \\ \sigma_{22}^{(k)}(z) = E_{0k} \left[\left(\aleph_{11}^{(2)} + \nu_k \aleph_{22}^{(2)} \right) \cdot z + \left(\aleph_{11}^{(1)} + \nu_k \aleph_{22}^{(1)} \right) \psi_k(z) \right] \\ \sigma_{12}^{(k)}(z) = E_{0k} (1 - \nu_k) \cdot \left(\aleph_{12}^{(1)} \cdot z + \aleph_{12}^{(2)} \cdot \psi_k(z) \right) \\ \sigma_{13}^{(k)}(z) = \aleph_1 \cdot f_k(z) \\ \sigma_{23}^{(k)}(z) = \aleph_2 \cdot f_k(z) \\ \sigma_{33}^{(k)}(z) \approx 0. \end{array} \right. , \quad (3.26)$$

де E_{0k} – модулі пружності шарів, які визначаються за формулою:

$$E_{0k} = \frac{E_k}{1 - \nu_k^2}. \quad (3.27)$$

Функція $\psi_k(z)$ знаходиться за формулами (3.23)-(3.25).

Функція розподілу дотичних напружень по нормалі $f_k(z)$ за наступними формулами:

$$f_k(z) = \left(\int_{a_{k-1}}^z E_{0k} z dz + \sum_{r=1}^{k-1} \int_{a_{r-1}}^{a_r} E_{0r} z dz \right) = \frac{E_{0k}}{2} (z^2 - a_{k-1}^2) + \sum_{r=1}^{k-1} \frac{E_{0r}}{2} \cdot (a_r^2 - a_{r-1}^2). \quad (3.28)$$

Похідні $(\aleph)$, що входять в формули для напружень (3.26), визначаються за методом скінчених різниць:

$$\aleph_1 = \chi_{,1} = \frac{\chi_5 - \chi_4}{2\lambda}, \quad \aleph_2 = \chi_{,2} = \frac{\chi_7 - \chi_2}{2\lambda}, \quad (3.29)$$

$$\aleph_{11}^{(1)} = -w_{,11} = -\frac{w_5 - 2w_9 + w_4}{\lambda^2}, \quad \aleph_{22}^{(1)} = -w_{,22} = -\frac{w_7 - 2w_9 + w_2}{\lambda^2}, \quad (3.30)$$

$$\aleph_{11}^{(2)} = -\chi_{,11} = -\frac{\chi_5 - 2\chi_9 + \chi_4}{\lambda^2}, \quad \aleph_{22}^{(2)} = -\chi_{,22} = -\frac{\chi_7 - 2\chi_9 + \chi_2}{\lambda^2}, \quad (3.31)$$

$$\aleph_{12}^{(1)} = -w_{,12} = -\frac{(w_8 + w_1) - (w_6 + w_3)}{4\lambda^2}, \quad \aleph_{12}^{(2)} = -\chi_{,12} = -\frac{(\chi_8 + \chi_1) - (\chi_6 + \chi_3)}{4\lambda^2}. \quad (3.32)$$

Головні напруження $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ є коренями наступного кубічного рівняння [99]:

$$\sigma^3 - I_1\sigma^2 + I_2\sigma - I_3 = 0, \quad (3.33)$$

Коефіцієнти рівняння (3.33) визначаються за формулою:

$$\begin{cases} I_1 = |\sigma_{11} + \sigma_{22}|, \\ I_2 = \begin{vmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{13} \\ \sigma_{31} & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{32} & 0 \end{vmatrix}, \\ I_3 = \begin{vmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & 0 \end{vmatrix}. \end{cases} \quad (3.34)$$

Оцінка міцності металевих елементів та балок прогонових будов виконується за IV теорією:

$$\sigma_{екв}^{IV} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \leq R'_y, \quad (3.35)$$

Розрахунковий опір R'_y матеріалу визначається за виразом:

$$R'_y = R_y \cdot m \cdot \gamma'. \quad (3.36)$$

де R_y – розрахунковий опір матеріалу;

γ' – коефіцієнти, що враховують надійність за призначенням;

m – коефіцієнти, що враховує умови роботи.

Згідно нормативів для міських і автодорожніх мостів пружні вертикальні прогини прогонових будов (w_{max}), обчислені від дії вертикального навантаження, що відносяться до II граничного стану, мають не перевищувати значень w_{ep} :

$$w_{max} \leq w_{ep} = \frac{l}{400}, \quad (3.37)$$

де l – розрахунковий прольот прогонової будови, м.

Для однопрогонових розрізних і нерозрізних будов мостів величини граничних прогинів w_{ep} допускається збільшувати на 20 %.

3.2 Практичні дослідження напружено-деформованого стану прогонових будов мосту

Для подальшого дослідження адекватності удосконаленого методу розрахунку армобетонних конструктивних елементів мостів необхідно здійснити обчислення на реальному прикладі. Для початку необхідно визначити вплив деформацій зсуву та поперечних нормальних напружень, які не враховуються у класичній теорії балок. За основу прийнято удосконалений метод запропонований в роботах [139-142].

Дорожній одяг в запропонованому удосконаленому методі розрахунку працює в спільній роботі з плитою прогонової будови мосту. Математичний експеримент автоматизовано за допомогою програмного комплексу Mathcad, в основу якого покладено прольотну будову мосту з поперечним перерізом із 6 балок, що розташовані на відстані 2,3 м одна від одної з довжиною 24 м (рис.3.6). Плита проїзної частини мосту розглядається як нерозрізна 5-прольотна система шириною b .

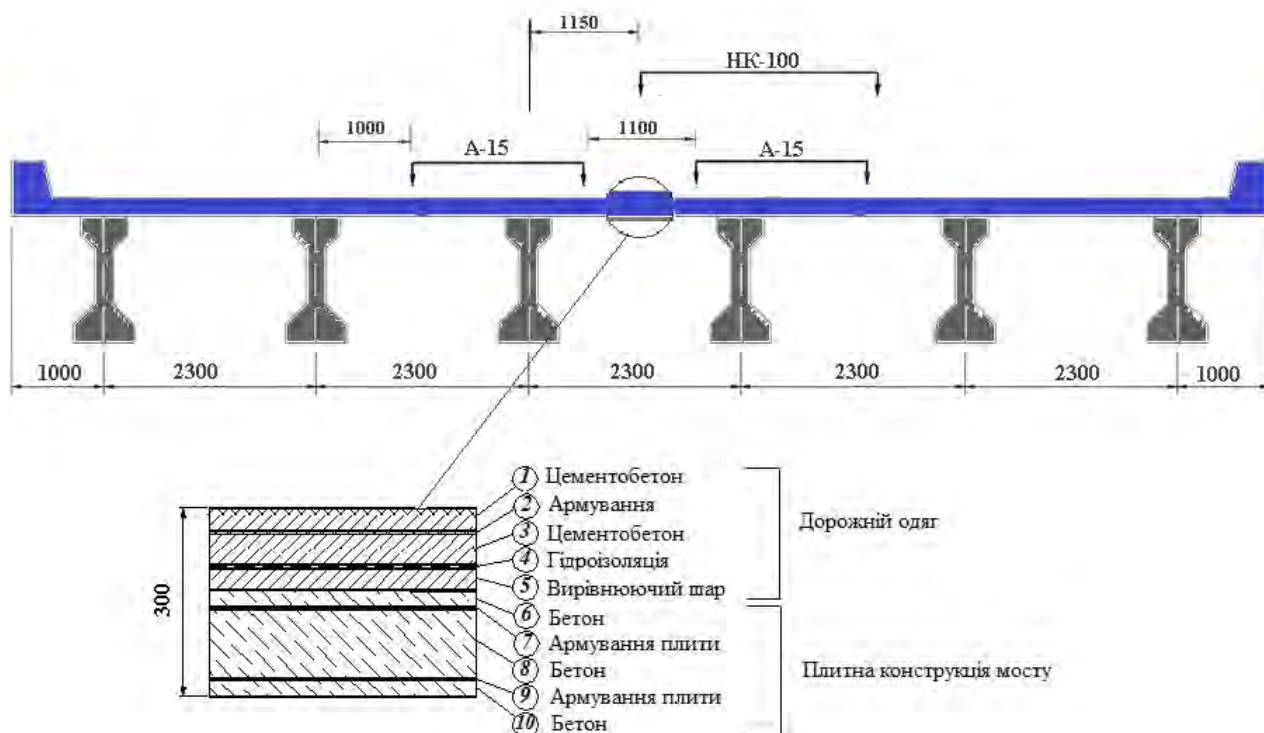


Рисунок 3.6 – Поперечний переріз дорожнього одягу та плити прогонової будови мосту

Поперечний переріз дорожнього одягу та плити прогонової будови розбитий на шари певних матеріалів із окремими фізико-механічними характеристиками. Прийнята конструкція складається з 5 шарів дорожнього одягу та 5 шарів залізобетонної плити, яка розміщена на тавровій балці (рис3.5).

Армування плити замінено відповідними шарами, товщина який відповідає відношенню відповідної площі поперечного перерізу арматури до розрахункової ширини плити ($b=1m$) [140-141]. Для порівняння характеру роботи різних видів армування, розрахунок було виконано для плити прогонової будови моста, яка посилення сталевую та BFRP арматурами (рис.3.7) [145].

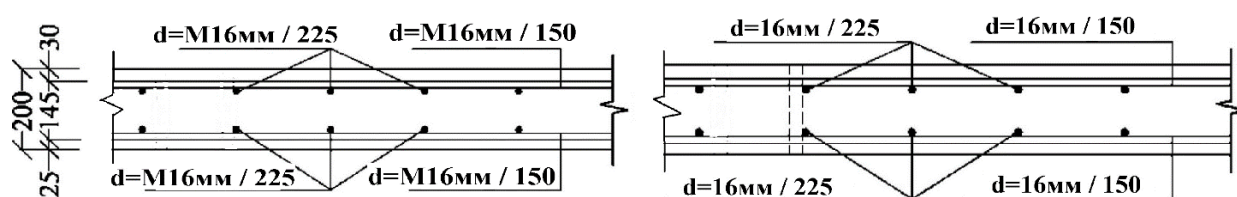


Рисунок 3.7 –Армування плити проїзної частини мосту сталевую та BFRP арматурами

Вихідні дані щодо розрахунку представлені у вигляді матриць фізико-механічних характеристик матеріалів (рис.3.8).

- товщини шарів (h_i)	- ширини шарів (b_i)	- модулі пружності шарів (E_i)	- коеф. Пуассона (ν_i)	- наванта- ження (q_i)	- ширина площадки (c_i) для (q_i)
$h := \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0.015 \\ 7.985 \\ 1 \\ 3 \\ 3 \\ 0.14067 \\ 2.8433 \\ 2.8435 \\ 2.8435 \\ 2.8435 \\ 2.8435 \\ 0.14067 \\ 2.5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot 10^{-2} \cdot m$	$b := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} m$	$E := \begin{pmatrix} 0 \\ 30 \\ 60 \\ 30 \\ 0.9 \\ 30 \\ 36 \\ 200 \\ 36 \\ 36 \\ 36 \\ 36 \\ 36 \\ 200 \\ 36 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot 10^6 \cdot Pa \cdot K$	$\nu := \begin{pmatrix} 0 \\ 0.3 \\ 0.2 \\ 0.3 \\ 0.25 \\ 0.2 \\ 0.2 \\ 0.3 \\ 0.2 \\ 0.3 \\ 0.3 \\ 0.3 \\ 0.3 \\ 0.2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$q_{x0} := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$c_x := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} m$

Рисунок 3.8 – Матриці даних фізико-механічних характеристик шарів конструкції

Розглянута конструкція навантажена рівномірно-розподіленим навантаженням від власної ваги та завантажена тимчасовим нормативним навантаженням А-15 або НК-100.

Навантаження від власної ваги даної конструкції прикладається на поверхню меж шарів та складається з ваги тих шарів, які розташовані вище від розглядуваного шару. Таким чином найбільше постійне навантаження буде сприймати найнижчий шар конструкції.

За результатами розрахунку максимальні зусилля згинаючого моменту виникають від комбінації постійного та нормативного тимчасового навантаження посередині третього польоту та на третій опорі.

В даних перерізах було отримано графіки компонентів напружено-деформованого стану прийнятої конструкції та виконано перевірку міцності конструкції [143].

На графіку (рис.3.9-3.10) показано характерні лінії прогинів обчислених за класичною теорією (зелена лінія), враховуючи уточнення за рахунок деформацій зсуву (помаранчева лінія) та сумарний уточнений прогин (синя лінія).

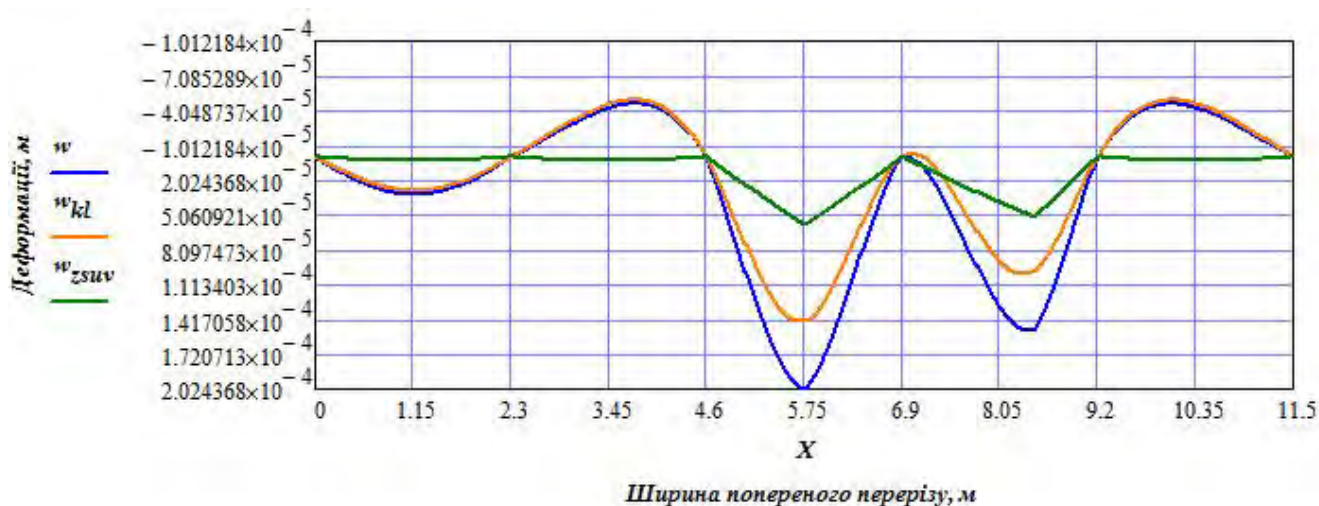


Рисунок 3.9 – Епюра прогинів від небезпечного навантаження при армуванні сталеву арматурою

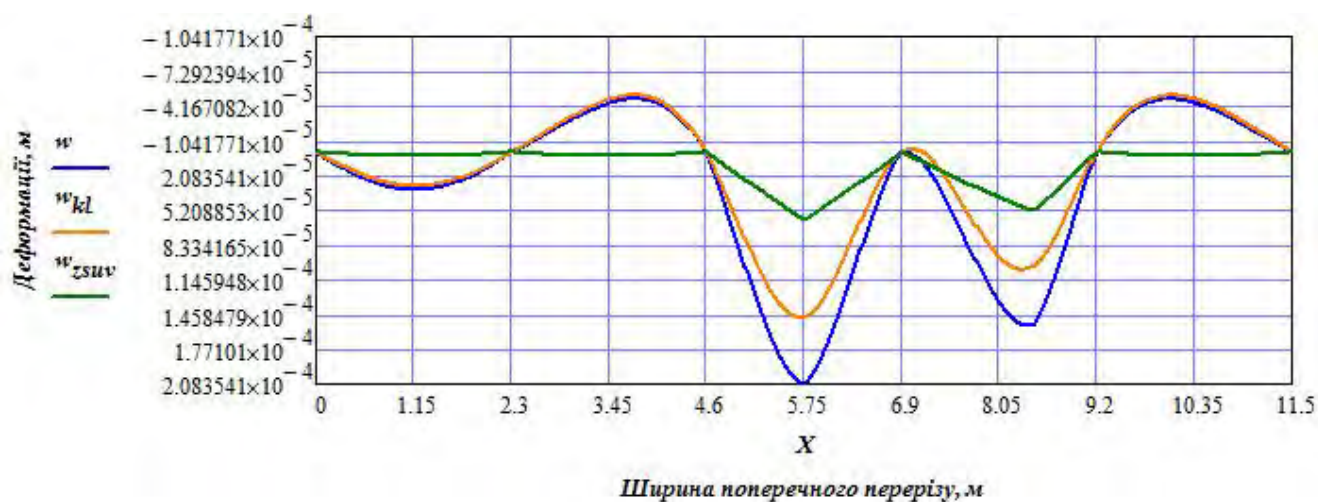


Рисунок 3.10 – Епюра прогинів від небезпечного навантаження при армуванні BFRP арматурою

За цими графіками можна побачити, що класична теорія не враховує розподіл деформацій на ненавантажені прольоти. Максимальний прогин нерозрізної плити виникає в 3-му прольоті, найбільший прогин спостерігається з армуванням BFRP.

Завдяки даним дослідженням було визначено що співвідношення прогину за уточненою та класичною моделями складає 1,4078 та 1,4042, що дає можливість застосування коефіцієнта переходу для прогинів у розмірі $\approx 1,4$.

Оцінку характеру амплітуди дотичних напружень в арматурі, яка розміщена у верхніх шарах плити можна дослідити за побудованою епюрами (рис.3.11-3.12).

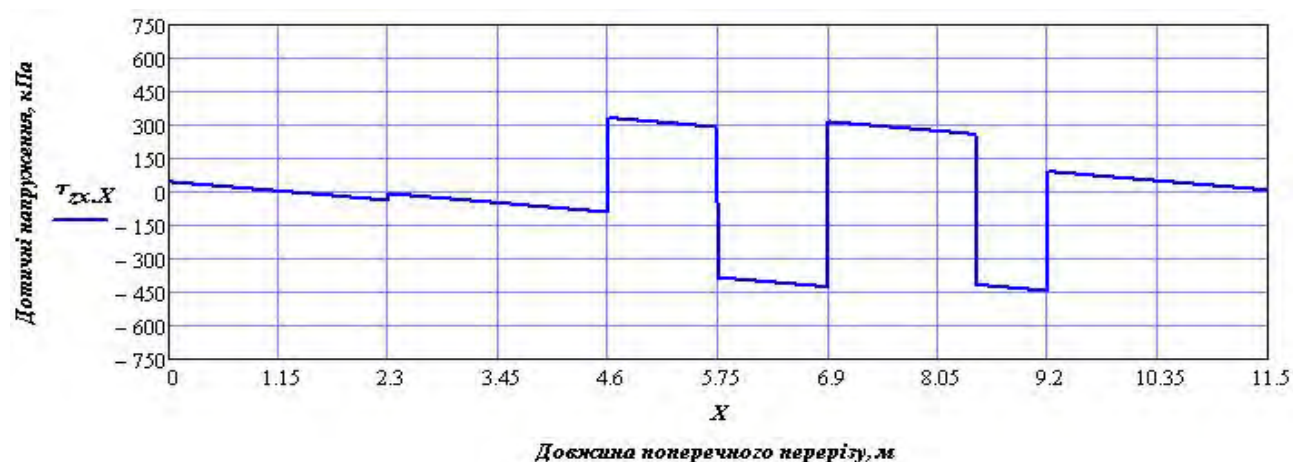


Рисунок 3.11 – Епюра розподілу дотичних напружень у верхньому поясі армування плити

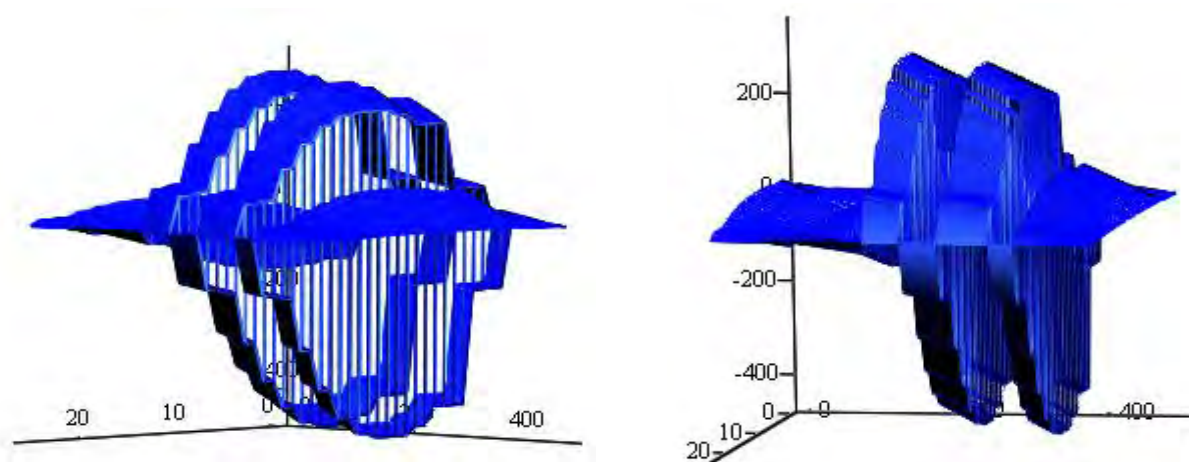


Рисунок 3.12 – 3D розподіл дотичних напружень у верхньому поясі армування плити

Розподіл дотичних напружень в опорному перерізі та посередині третього прольоту нерозрізної плити зображено рис.3.13- 3.14.

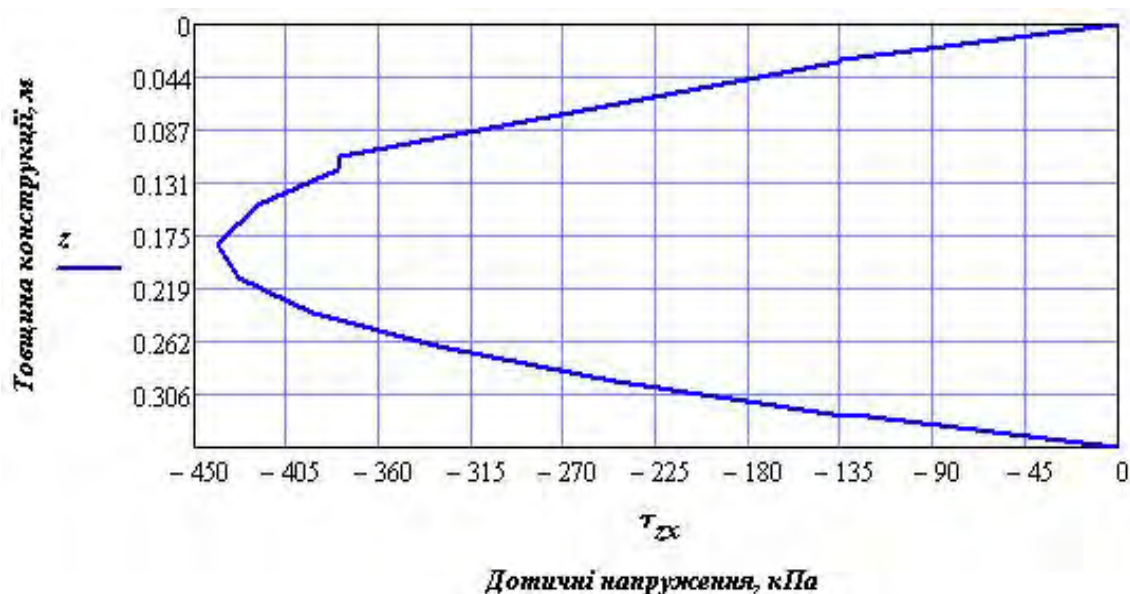


Рисунок 3.13 – Епюра розподілу дотичних напружень в опорному перерізі нерозрізної плити

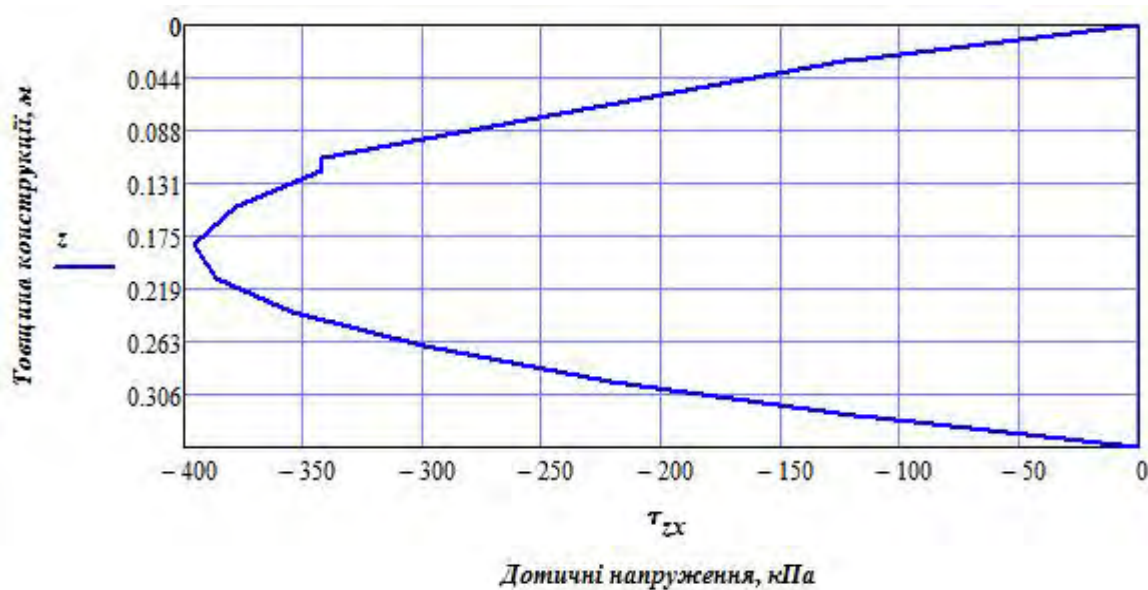


Рисунок 3.14 – Епюра розподілу дотичних напружень посередині третього прольоту нерозрізної плити

На рис.3.15 наведено 3D вигляд розподілу нормальних напружень посередині третього прольоту.

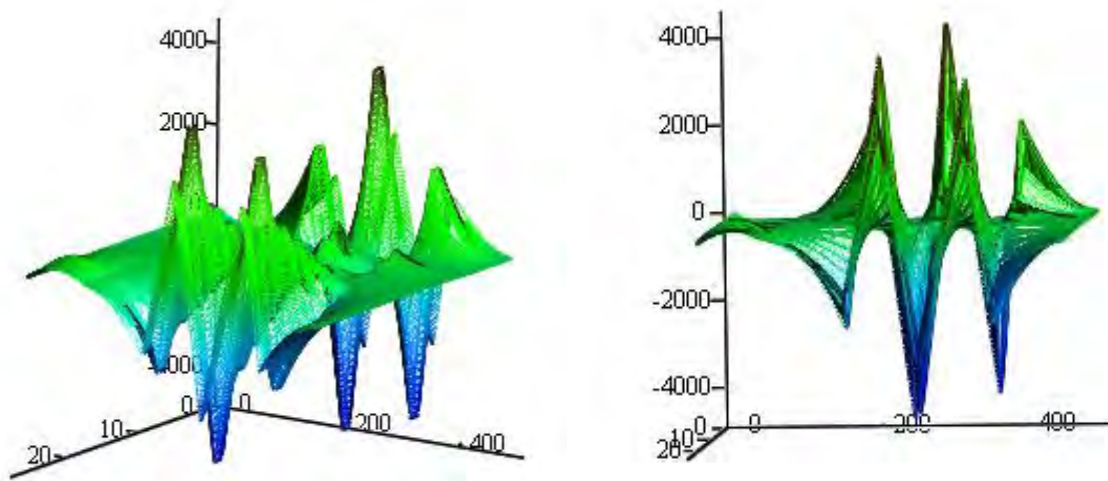


Рисунок 3.15 – 3D вигляд розподілу нормальних напружень посередині третього прольоту

Виконана перевірка міцності із застосуванням теорії Мора з врахуванням скорегованих нормальних поперечних напружень:

$$\sigma_{xz} = \sigma_x + \nu \sigma_z. \quad (3.21)$$

На рис.3.16-3.19 наведені епюри еквівалентних напружень прийнятої конструкції дорожнього одягу та плити при армуванні різними матеріалами.

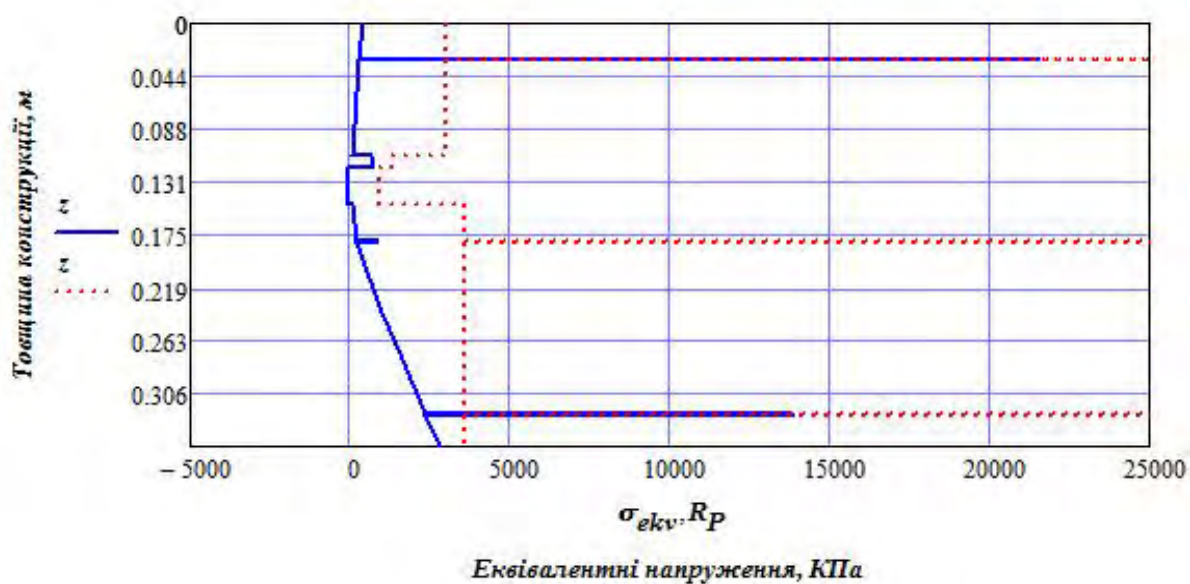


Рисунок 3.16 – Епюра розподілу еквівалентних напружень посередині третього прольоту із застосуванням сталевго армування плити

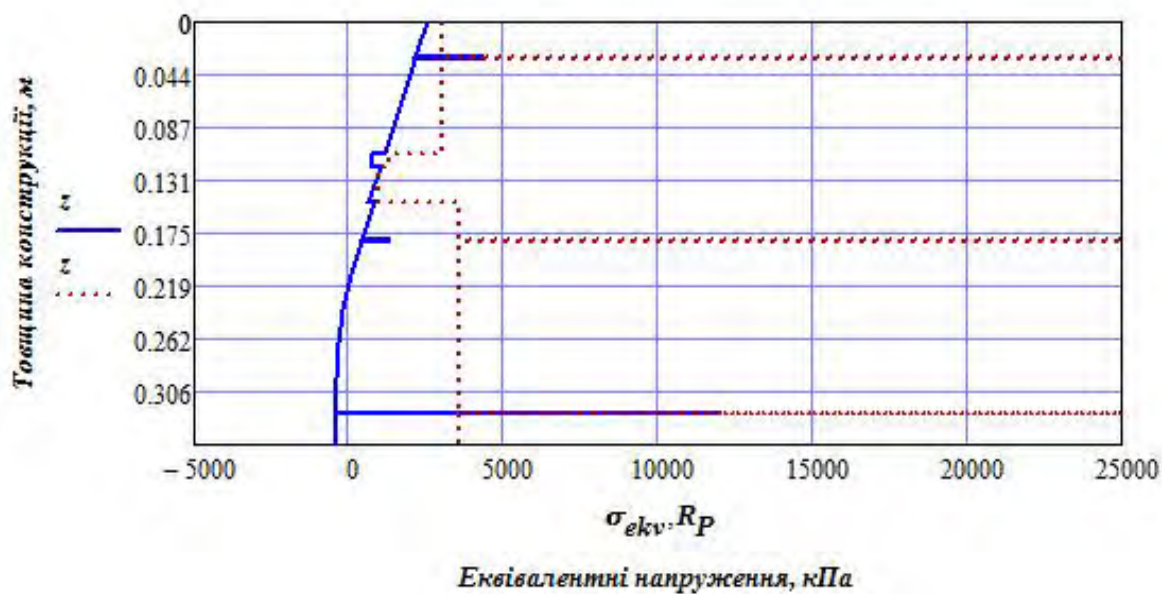


Рисунок 3.17 – Епюра розподілу еквівалентних напружень на третій опорі із застосуванням сталевго армування плити

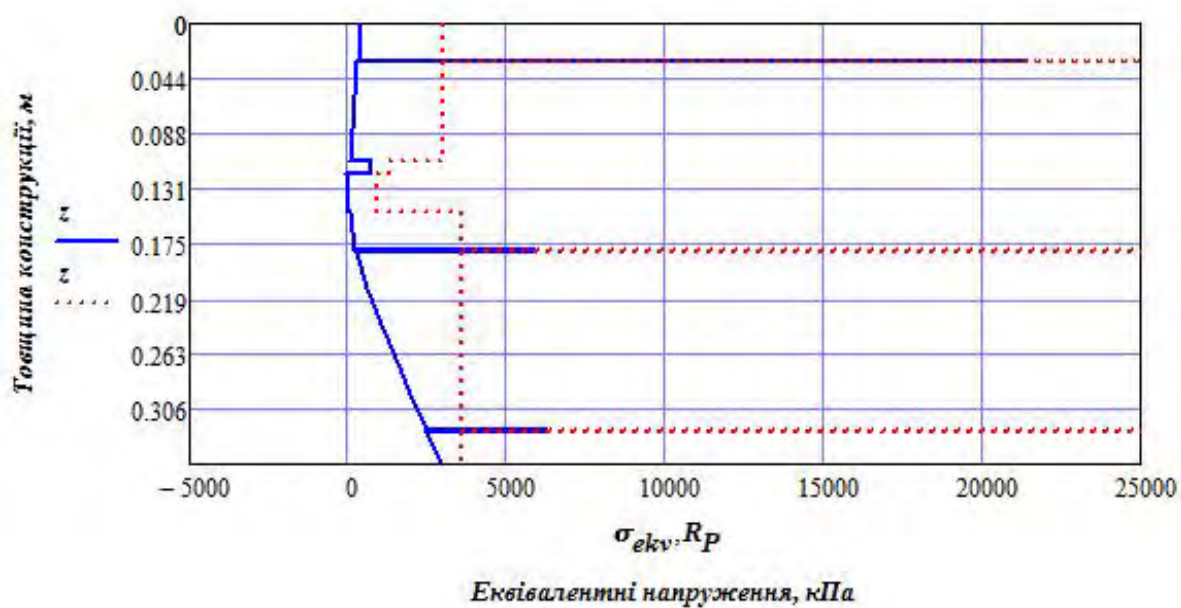


Рисунок 3.18 – Епюра розподілу еквівалентних напружень посередині третього прольоту із застосуванням BFRP армування плити

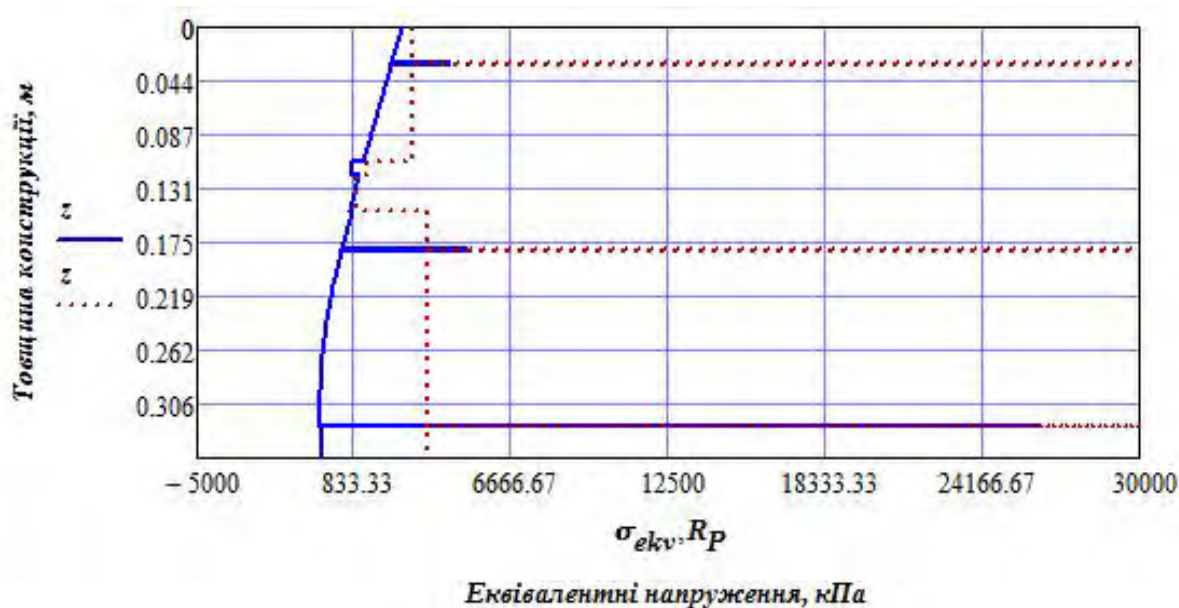


Рисунок 3.19 – Епюра розподілу еквівалентних напружень на третій опорі із застосуванням BFRP армування плити

За наведеними епюрами видно, що еквівалентні напруження (сині лінія) в небезпечному опорному перерізі та посередині третього прольоту не перевищують розрахункові опори матеріалів, отже міцність забезпечена без виникнення тріщин.

Еквівалентні напруження які виникають у нижньому шарі армування BFRP арматурою плити в 3,6 раз перевищують відповідні значення при армуванні сталевую арматурою, що пов'язано із званою міцністю композиту.

У верхній зоні конструкції еквівалентні напруження близькі до розрахункових опорів матеріалу, тому є доцільність застосування армування у шарах цементобетонного дорожнього одягу для попередження утворення тріщин.

3.3 Апробація методу розрахунку армобетонних конструкцій дорожнього одягу на прогоновій будові моста

Розроблений алгоритм дослідження напружено-деформованого стану дорожнього одягу на прогоновій будові моста було реалізовано в програмі

Mathcad та виконано математичний експеримент для армобетонних конструктивних елементів, посилені композитною арматурою [139]. На рис.3.20 наведено конструкцію запроєктованого дорожнього одягу на плитній розрізній прогоновій будові. Прогонова будова в поперечному напрямку складається з 14 типових двох пустотних плит з довжиною прогону $L = 18$ м. Плити запроєктовані з бетону класу В35.

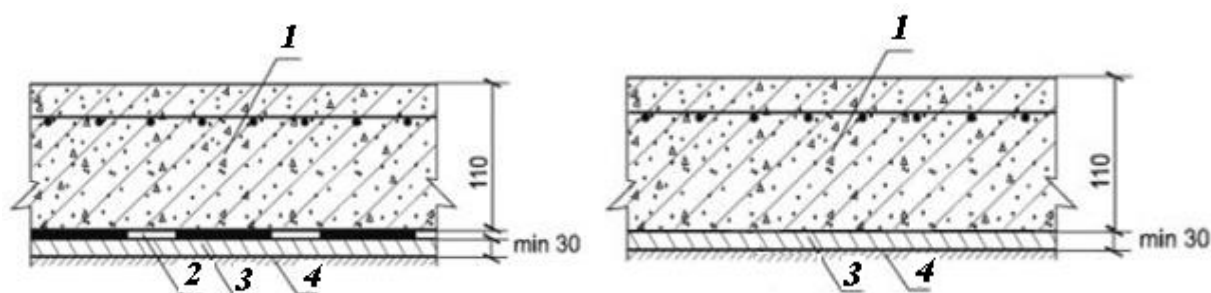


Рисунок 3.20 – Конструкція дорожнього одягу мосту із застосуванням цементобетонного покриття

Таблиця 3.1 – Характеристики матеріалів шарів конструкції дорожнього одягу

№	Структура одягу, Характеристики шарів		Розрахунковий опір			
			R_P , МПа		R_{CT} , МПа	
1	Цементобетонне армоване дорожнє покриття $h_1 = 11\text{ см}, \gamma_1 = 25\text{ кН/м}^3$ $E_1 = 30400\text{ МПа}, \nu_1 = 0,15$	Бетон	3,6	3,6	20	20
2		Армування		600		600
3		Бетон		3,6		20
4	Гідроізоляція $h_4 = 1\text{ см},$ $\gamma_4 = 15\text{ кН/м}^3, E_4 = 900\text{ МПа}, \nu_4 = 0,25$		1,3		1,5	
5	Вирівнюючий шар В20					
	Прогонова будова мосту (розглядається як шарувата конструкція)					

Прогонова будову мосту також розбиваємо на певні конструктивні шари певної товщини та зведеної ширини. Це дає можливість врахувати армування плити прогонової будови композитними матеріалами зі своїми фізико-

механічними характеристиками. Математичний експеримент для такої конструкції дає змогу врахувати особливості роботи матеріалів різних шарів та отримати уточнені дані напружень, для виявлення запасу міцності.

Першим етапом розрахунку в програмі є введення даних армування цементобетонного дорожнього одягу (рис.3.21).

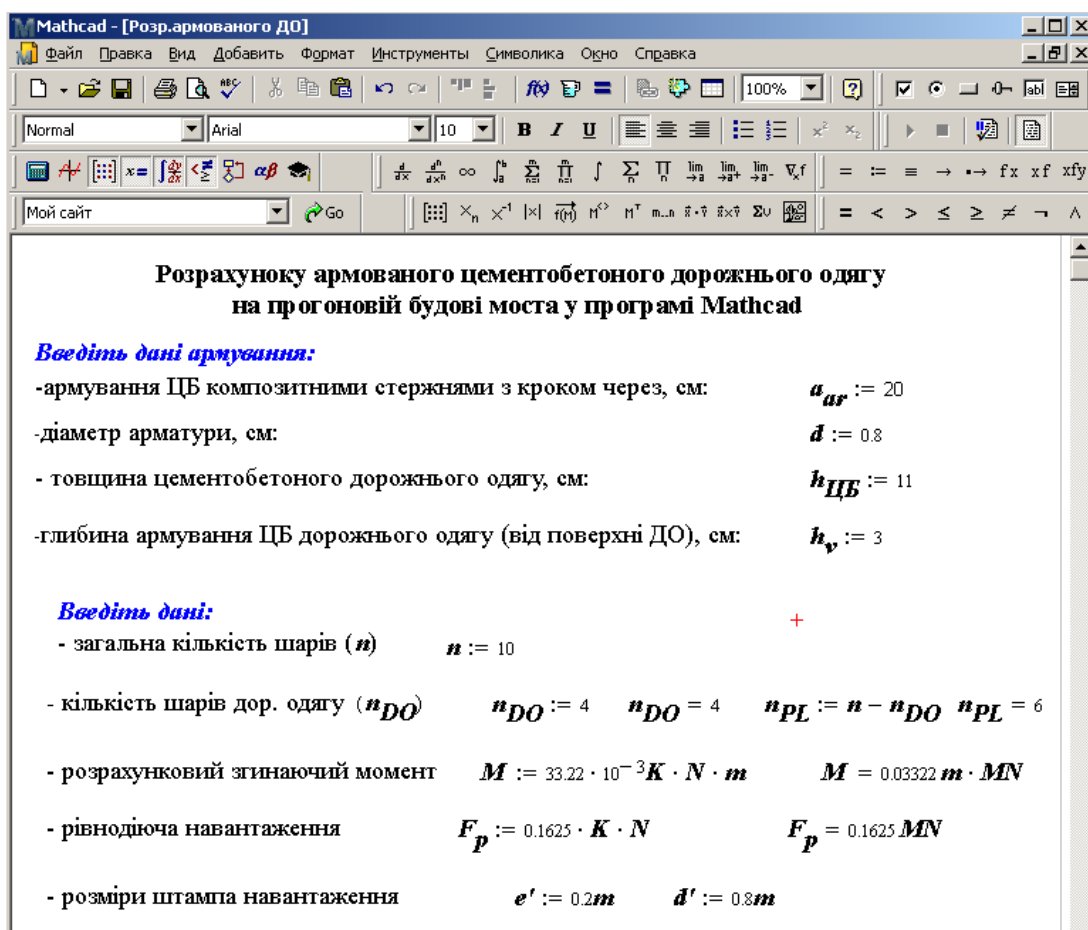


Рисунок 3.21 – Загальний вигляд програми розрахунку жорсткого дорожнього одягу з композитною арматурою

Шар армованого дорожнього одягу (позначення 4 на рис.3.20) був розділений на відповідні шари з ізотропними характеристиками: бетон – арматура – бетон. Розроблена програма дозволяє розраховувати конструкції із загальною кількістю шарів до 20 одиниць. При введенні вихідних даних потрібно вказати відповідну кількість робочих шарів та дорожнього одягу (рис.3.21). Розроблений алгоритм дає можливість врахувати крок армування,

діаметр та глибину закладання арматури від поверхні дорожнього одягу. Характеристики шарів конструкції вводяться в програму у вигляді матриці даних (рис.3.22).

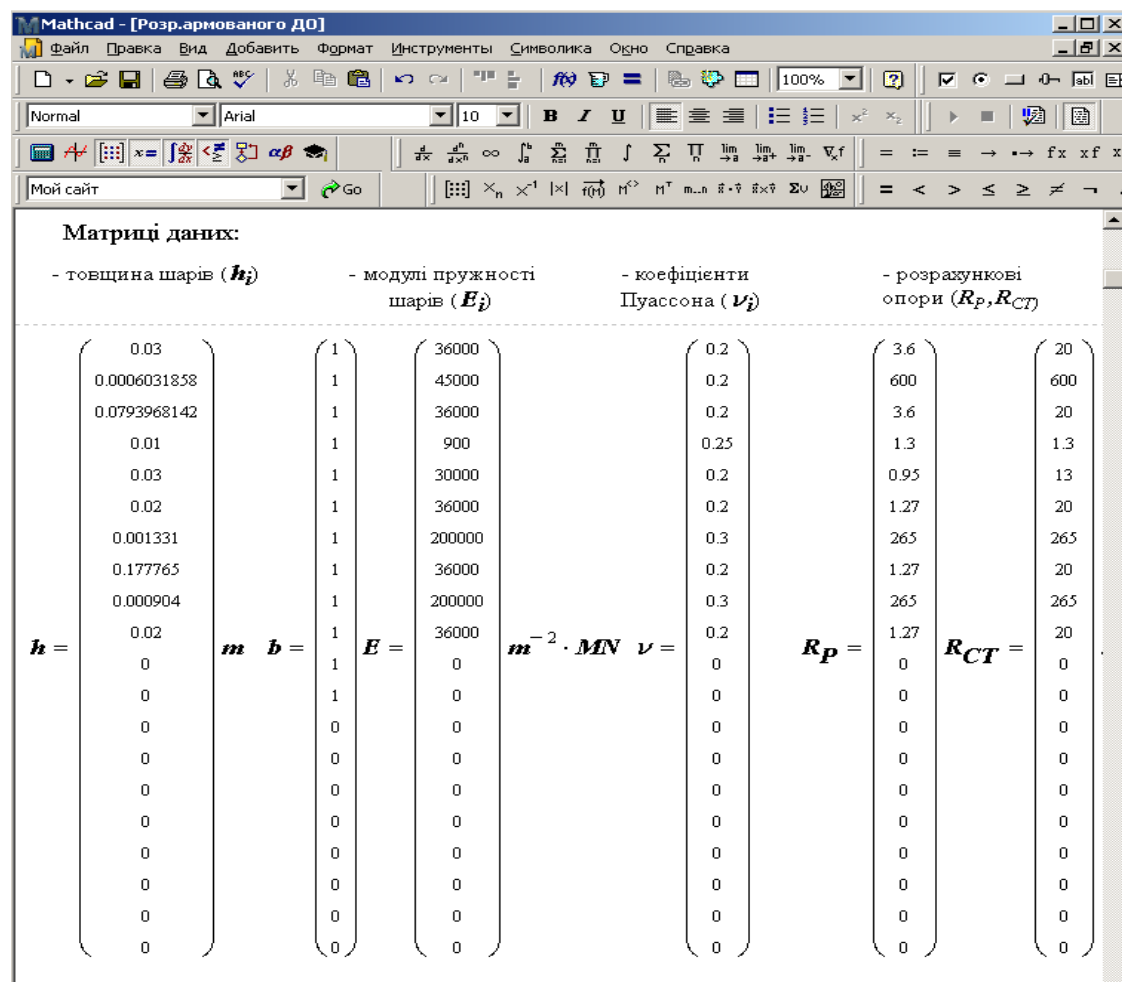


Рисунок 3.22 – Загальний вигляд програми розрахунку жорсткого дорожнього одягу з композитною арматурою

Реалізовано чотири типи роботи дорожнього одягу:

- спільна робота шарів дорожнього одягу та плити прогонової будови у пружній стадії;
- робота конструкції з виключенням роботи бетону в розтягнутій зоні плити;
- дорожній одяг працює відшаровано від плити;
- пакет дорожнього одягу, відшарований від плити, у якій виключено з роботи бетон у розтягнутій зоні.

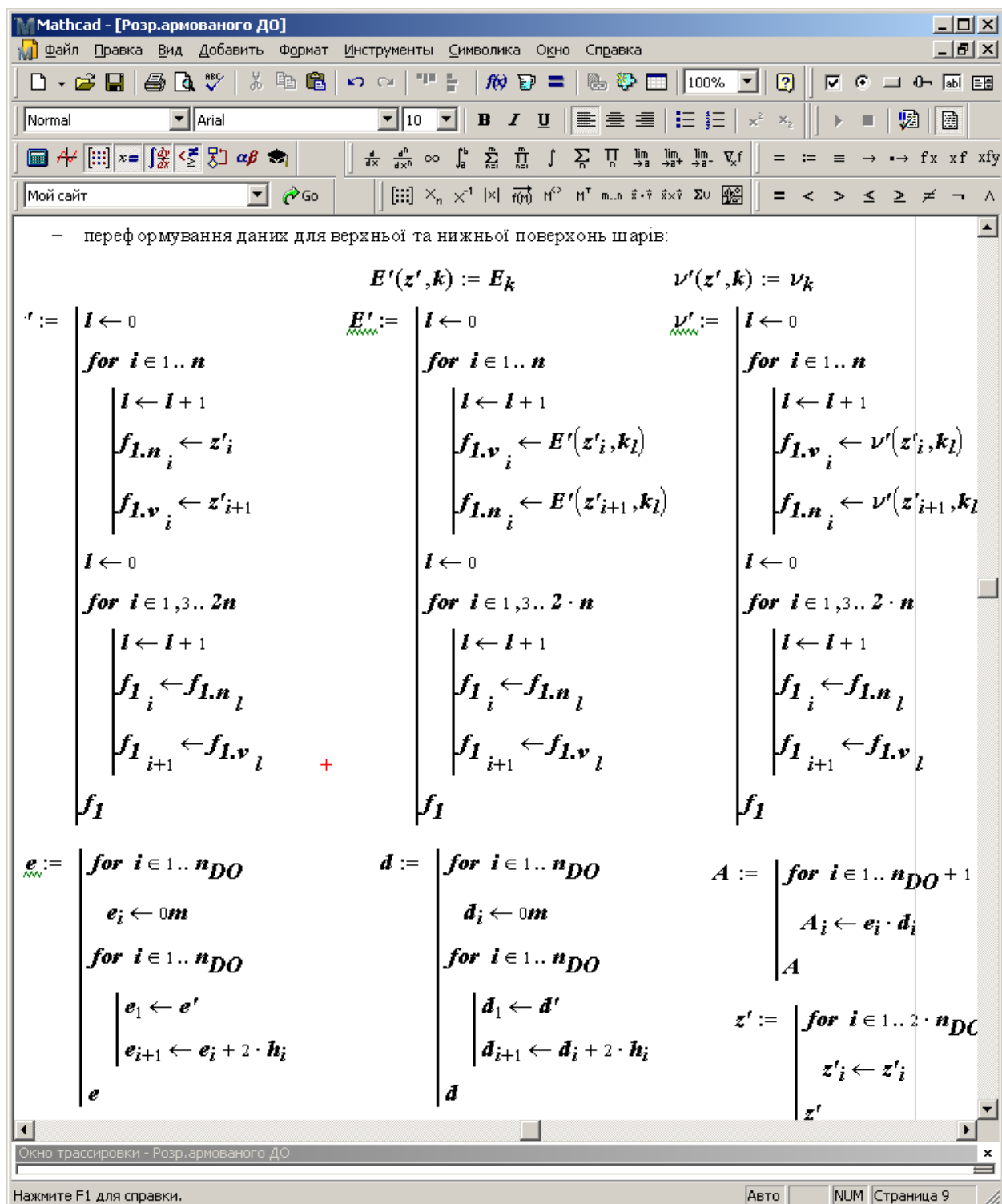


Рисунок 3.23 – Приклад переформатування вихідних даних при виключенні шару який виключається з роботи

Результатом розрахунку є залежності розподілення нормальних та еквівалентних напружень по висоті дорожнього одягу (рис.3.24-3.30) та перевірка на міцність (рис.3.31).

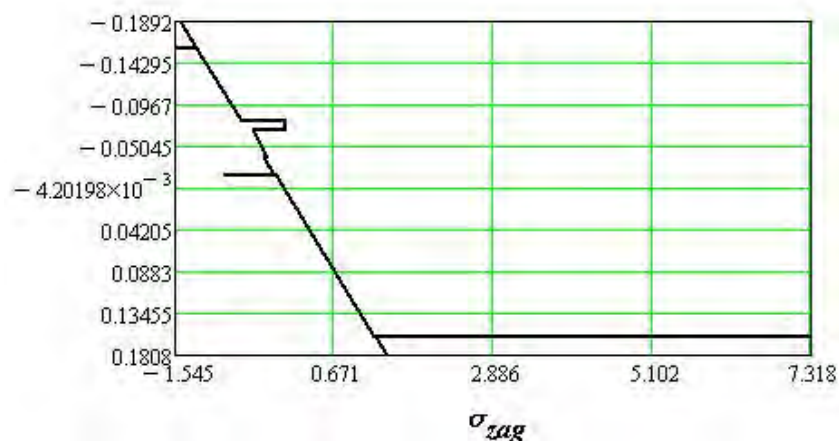


Рисунок 3.24 – Характер розподілу напружень в конструкції при загальному розрахунку

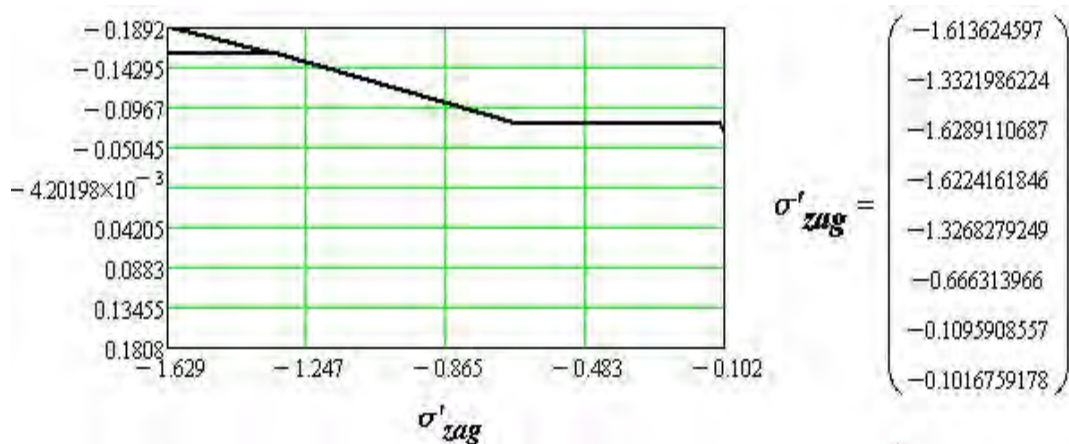


Рисунок 3.25 – Характер розподілу уточнених напружень в конструкції дорожнього одягу при загальному розрахунку

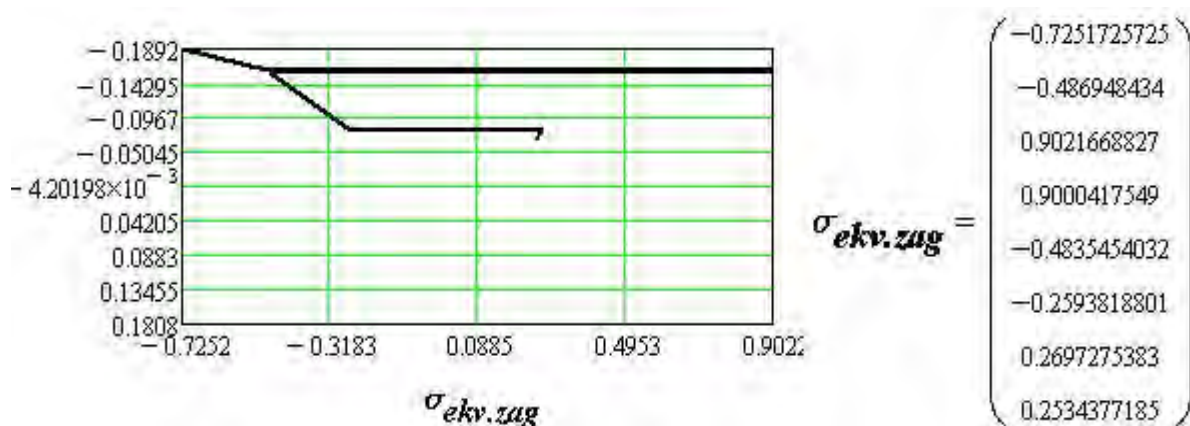


Рисунок 3.26 – Характер розподілу еквівалентних напружень в конструкції дорожнього одягу при загальному розрахунку

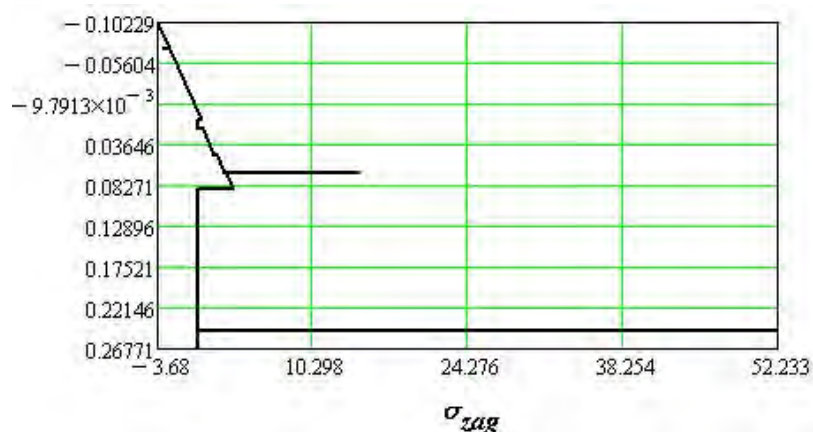


Рисунок 3.27 – Характер розподілу напружень в конструкції дорожнього одягу та плиті при загальному розрахунку з врахуванням тріщин у розтягнутій зоні

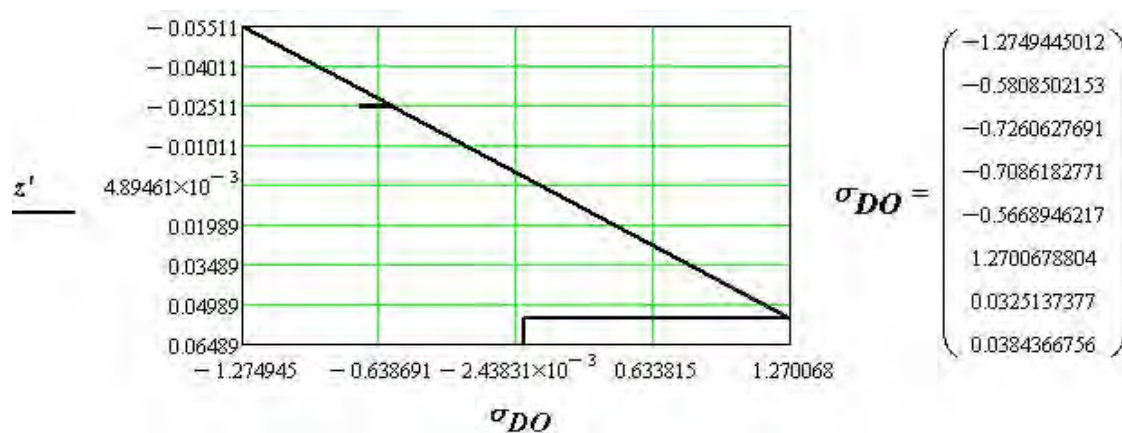


Рисунок 3.28 – Характер розподілу напружень в конструкції дорожнього одягу відшаруватого від плити

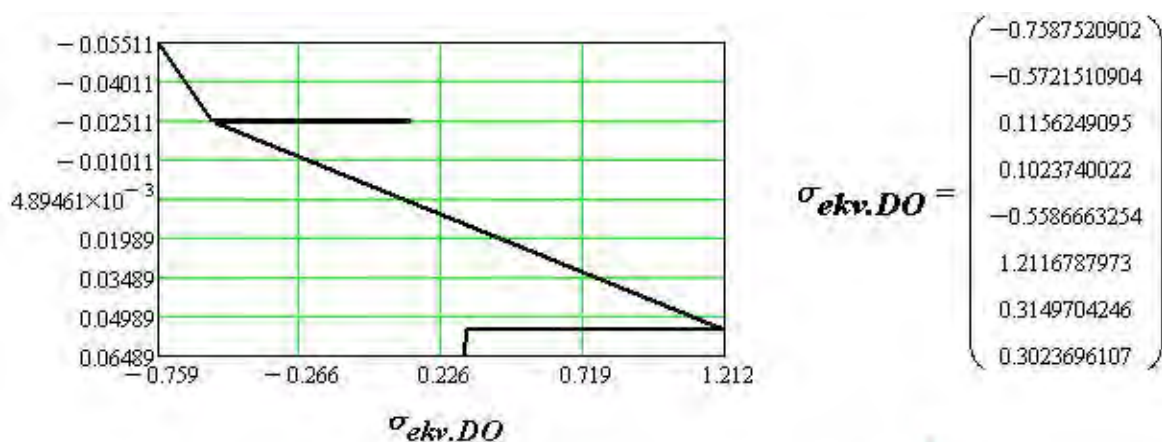


Рисунок 3.29 – Характер розподілу уточнених еквівалентних напружень в конструкції дорожнього одягу відшаруватого від плити

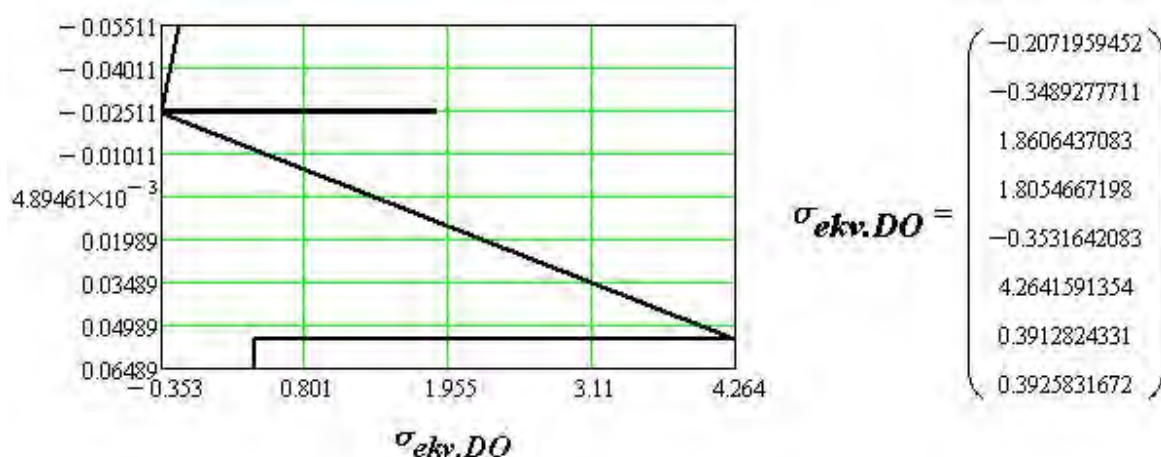


Рисунок 3.30 – Характер розподілу уточнених еквівалентних напружень в конструкції дорожнього одягу відшарованого від плити з врахуванням тріщин у розтягнутій зоні самої плити

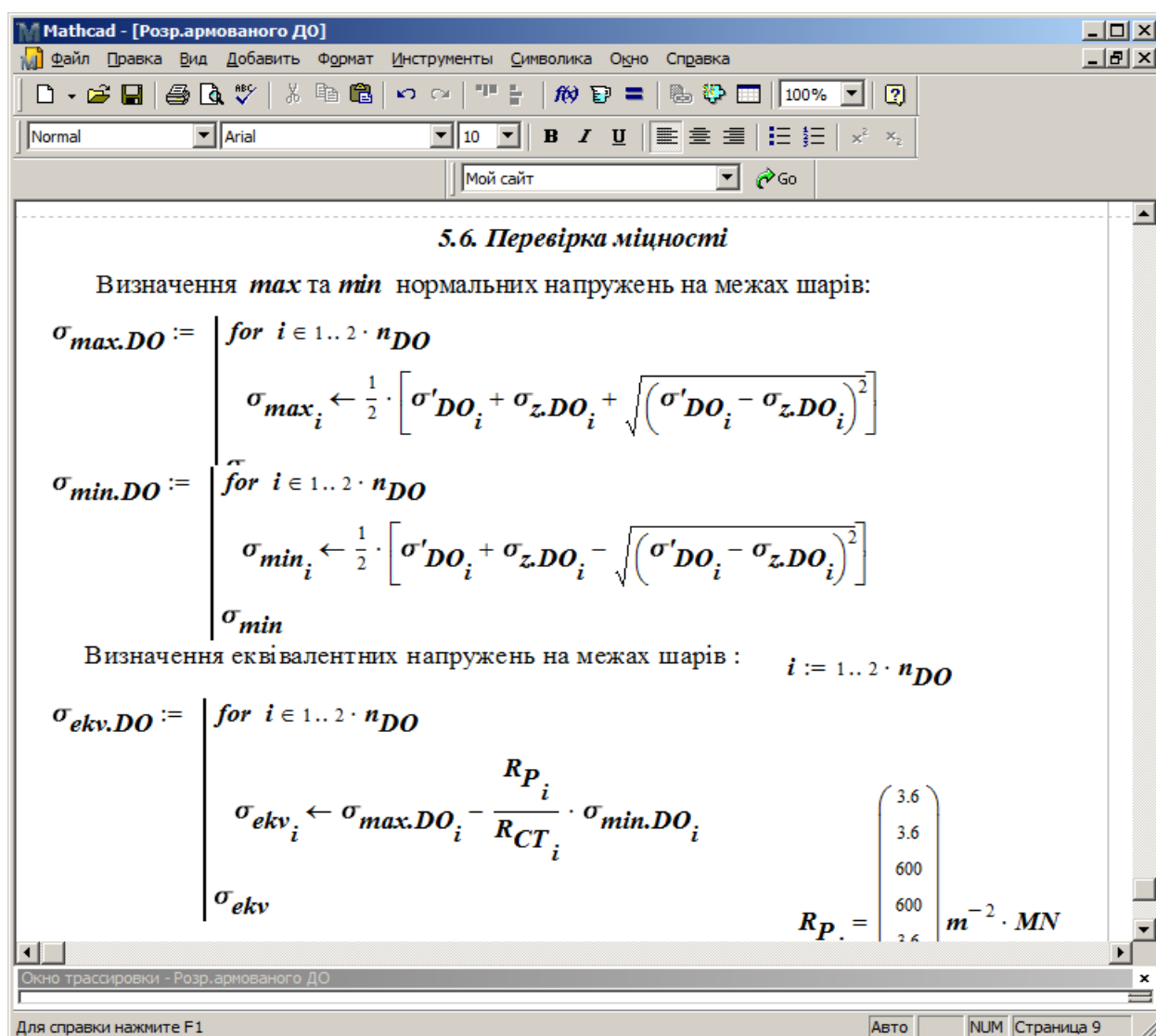


Рисунок 3.31 – Перевірка міцності дорожнього одягу

Висновки до розділу 3

1. Розроблений алгоритм та удосконалено метод розрахунку дорожнього одягу армованого композитними матеріалами прогонових будов на основі шаруватих систем. Удосконалений метод розрахунку дає можливість врахувати поперечні нормальні напруження від обтиснення, що дає змогу отримати уточнені напруження для проектних рішень та забезпечити надійну роботу конструкції.

2. Проведений математичний експеримент на прикладі конструкції прогонової будови мосту при армуванні різними матеріалами. Аналіз отриманих даних розрахунку прогинів армобетонних конструктивних елементів за класичною теорією та уточненим методом показав розбіжність у ≈ 1.4 разів, що підтверджує доцільність врахування деформацій зсуву при плит прогонових будов мостів.

3. Аналіз еквівалентних напружень у верхніх шарах конструкції – шар цементобетонного дорожнього одягу, вказує що він працюють на межі своєї міцності. Для забезпечення міцності та експлуатаційних характеристик є доцільним армування верхнього шару дорожнього одягу.

4. Жорсткий дорожній одяг з композитною арматурою, який працює в повному контакті з плитою (як суцільна конструкція) має в 10 разів менші еквівалентні напруження в шарах, ніж покриття з вільним переміщенням.

5. Розроблений уточнений метод розрахунку дорожнього одягу дає можливість врахувати його роботу як у спільному пакеті конструкції з плитою, так і окремо відшарованого від плити прогонової будови мосту. Визначені особливості розрахунку можуть бути використанні в проектуванні дорожнього одягу нових мостів, капітальному ремонті або реконструкції існуючих.

РОЗДІЛ 4

ДОСЛІДЖЕННЯ ПОВЕДІНКИ АРМОБЕТОННИХ КОНСТРУКТИВНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДОРОЖНЬОГО ОДЯГУ МОСТІВ

4.1 Аналіз лабораторних випробувань армованих композитними матеріалами мостових плит

Поведінка конструкцій мостових плит армованих сталевую арматурою широко досліджені, однак робота плит армованих склопластиковою, вуглецевою, арамідною та базальтовою арматурою до кінця невивчені.

Дослідження плит прогонових будов вказують, що основною структурною дією від концентрованого навантаження колеса є не згинання, а складний внутрішній напружений стан, який називають внутрішнім механізмом архації (Mufti and Newhook 1998). Механізм архації створює внутрішній стискаючий тиск і результатом якого є втрата міцності.

Аналізи лабораторних досліджень плит проїзної частини мостів підтвердили, що лише нижня поперечна арматура впливає на несучу здатність, характер прогину та жорсткість конструкції.

Для дослідження поведінки плит прогонових будов мостів було виготовлено тестові зразки з BFRP армуванням стержнями діаметром 12 і 16 мм [146]. Стержні BFRP виготовлені за допомогою процесу пултрузії у вінілестерній смолі із вмістом волокна 79,2 і 80,0%. Арматура мала поверхню з гвинтовими ребрами для збільшення зв'язку між поверхньою стержня та бетону. Фізико-механічні властивості BFRP стержнів визначали тестуванням п'яти зразків кожного діаметру відповідно до стандартів ASTM (2011). Середня міцність на розрив і модуль пружності випробовуваних BFRP стержнів діаметрами 12- і 16-мм становили в межах 64,8- 69,3 ГПа. Еталонна плита була армована сталевую арматурою M15. У таблиці 1 наведені узагальнені характеристики FRP та сталеві арматури.

Плити були сконструйовані з використанням готової суміші, середньої міцністю на стиск 40 МПа. Склад пропорції на кубометр бетону становив: 350 $\text{кг}/\text{м}^3$ цементу, 813 $\text{кг}/\text{м}^3$ природного піску та 1032 $\text{кг}/\text{м}^3$ заповнювача з розмірами в діапазоні від 5 до 20 мм. Співвідношення вода-цемент 44% та вміст повітря у співвідношенні від 5 до 8%. Для випробування бетону на міцність при стиску та на розрив, готувалися партії зразків розміром 150x300 мм. Характеристики бетону відповідали марці В35.

Тестові зразки були розроблені для імітації типових плит прогонових будов мостів. Геометрія зразків повторювала плити прогонової будови мосту Воттон (Квебек, Канада). Експериментальні випробування включали 7 повномасштабних плит розміром 3000x2500x200 мм (рис. 4.1)[146].

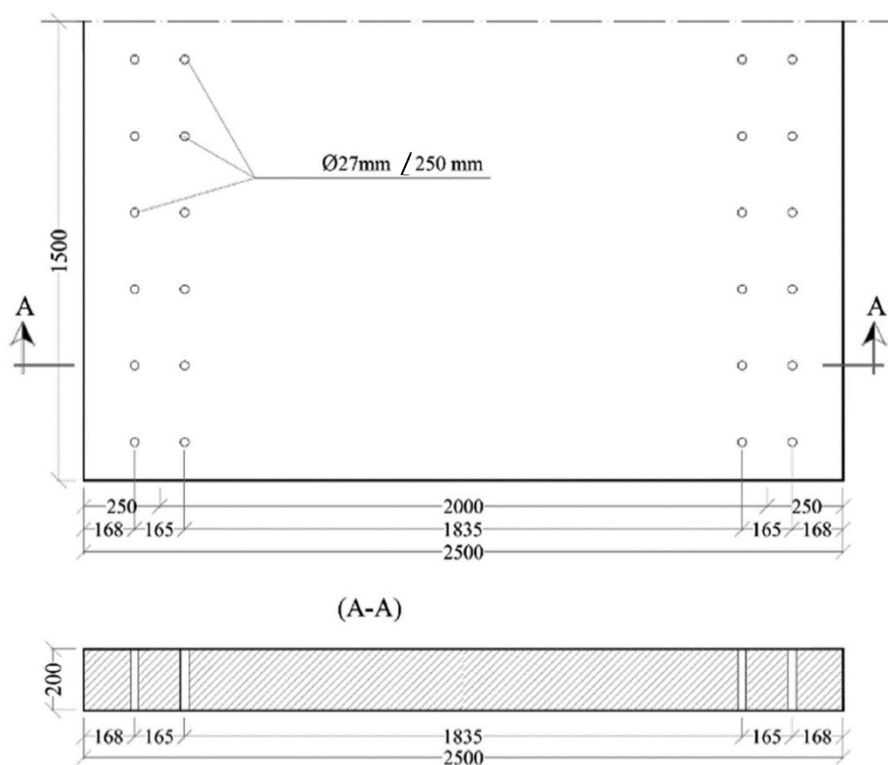


Рисунок 4.1 – Розміри тестових плит

Товщину плити прийнято 200 мм для виконання відношення ширини до товщини менше 18. Довжину плити було прийнято 3000 мм для уникнення одностороннього пробивного зсув при навантаженні. При виготовленні плит по краях закладено отвори діаметром 27 мм для імітації відтворення умов

закріплення. Умови закріплення плит необхідне для того щоб характер вигину відбувається як у справжніх мостів. Щоб імітувати шарнірне обпирання одна плита була виготовлена без отворів на краях.

Випробувальні плити виготовлені з різними типами армування (рис.4.2-4.3): 1 тип – використовувалася сталеві та BFRP арматура однаковими діаметрами; 2 тип – армування комбінованими діаметрами 12 мм і 16 мм; 3 тип – різні коефіцієнти армування в кожному напрямку від 0,4 до 1,2%; 4 тип – конструктивні особливості для імітації різних умов роботи. Дві плити виготовлені з використанням GFRP та CFRP армуванням.

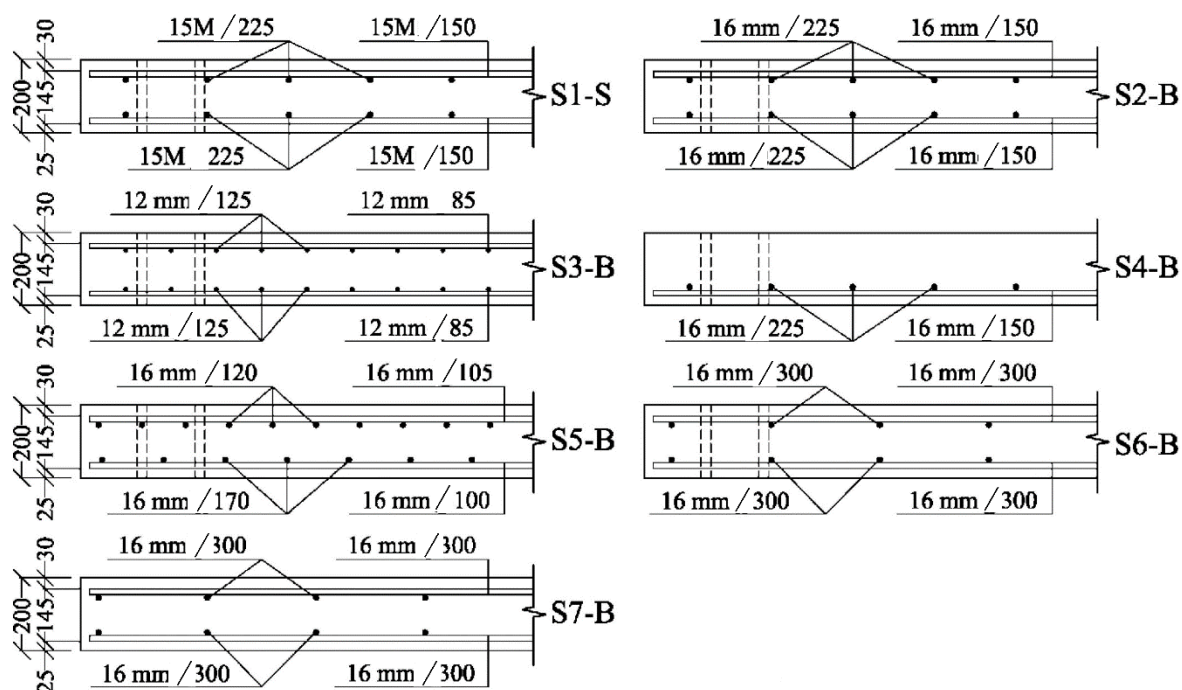


Рисунок 4.2 – Зразки армування плит для випробування



Рисунок 4.3 – Формування каркас армування плити для випробування

Перша плита S1-S була армована у верхньому та нижньому поясі сталеву арматурою M15 розташованою на відстані 150 мм в поперечному напрямку та на відстані 225 мм у поздовжньому напрямку, коефіцієнт армування 0,80% у нижньому поперечному напрямку. Армування плити було розроблено для імітації плит прогонових будов у Воттонському мосту, Квебек, Канада (El-Salakawy et al. 2003б). Друга плита S2-B була армована BFRP стержнями діаметром 16мм, розташованих аналогічно зразку S1-S. Кількість арматури в даних зразках задовольняє емпіричні методи проектування CHBDC (CSA 2010a). Третя плита S3-B була розроблена з армуванням BFRP стержнями діаметром 12мм та мала однакову жорсткість в порівнянні зі зразком S2-B. Четверта плита S4-B мала таке ж армування нижньої частини, як і S2-B, але без верхнього армування. П'ята плита S5-B розроблена з жорсткістю як і зразки G-S2 і C-S2. Останні дві плити S6-B та S7- B були посилені стержнями BFRP діаметром 16 мм з відстанню 300 мм в ортогональному напрямку, зверху та знизу (мінімальні вимоги армування згідно з CHBDC (CSA 2010a)].

Всі плити випробовувалися на стенді (рис.4.4-4.6) з імітацією роботи на прогонових будовах, для цього вони закріплювалися по краях, за винятком S7-B яка була вільно обперта.

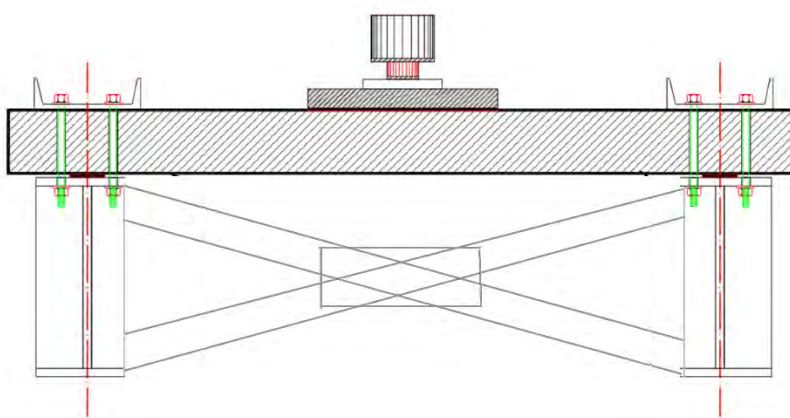


Рисунок 4.4 – Схема стенду для випробування



Рисунок 4.5 – Загальний вигляд стенд для випробування плит

На нижній частині плити закріплювались контрольно-вимірювальні датчики LVDT з точністю 0,001 мм. Два датчика LVDT були встановлені по боках плити для контролю переміщення країв під час випробування. Деформації стиску бетону в різних місцях на верхній поверхні плит були вимірювались чотирма електричними тензодатчиками. Також були встановлені електричні тензодатчики на арматурних стержнях для фіксації деформації (рис.4.6)

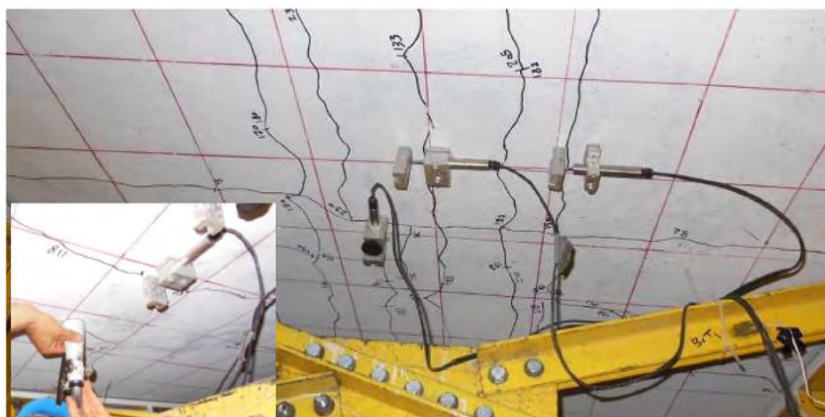


Рисунок 4.6 – Вигляд закріплення вимірювальних датчиків на нижній частині плити

Під час випробування в місцях перших тріщин встановлювались високоточні датчики LVDT (0,001 мм) для фіксації ширини розкриття при наступному навантаженні. Для вимірювання деформацій стенду рами використовували шість електричних тензодатчиків у різних положеннях.

Датчики були підключені до системи комп'ютера для автоматичного збору даних та контролю навантаження, прогинів та деформацій.

Плити завантажувалися до руйнування монотонним концентрованим навантаженням. Навантаження було прикладено до центру плити з площею контакту 600x250 мм для імітації сліду коліс вантажівки (87,5-кН CL-625), як зазначено в нормах CHBDC (CSA 2010a).

Шість із семи плит фіксували на краях сталевими анкерами та затягувалися динамометричним ключем з крутним моментом до 160 Н·м, щоб забезпечити постійне часткове обмеження краю під час експерименту. Крутний момент затягування анкерів був розрахований для створення горизонтального зсувного переміщення між прогоною будовою та нижньою частиною плити. Між бетонною плитою та опорною частиною стенду розміщували спеціальні прокладки для забезпечення повного контакту.

Для навантаження використовували гідравлічний домкрат потужністю 1000 кН з монотонним навантаженням та швидкістю 5кН/хв.

Випробування плити відбувалося поки в поперечному напрямку не з'явилися перші три тріщини. Зупинялося навантаження та вимірювалися ширини тріщин з використанням 50-кратного ручного мікроскопу, надалі в цих місцях були встановлені датчики LVDT. Під час випробування записувалось формування тріщин на боках і нижній поверхні плити.

Результати випробувань представлені у вигляді таблиці (таб.4.2). Проектні навантаження згідно з CHBDC (CSA2010a) порівнювалися з результатами випробування. Проектне навантаження плит прогонових будов приймалося як $P=1,4 \times 0,9 \times 87,5 = 110,25$ кН, де 87,5кН - максимальне навантаження проектної вантажівки (вантажівка 87,5 кН CL-625); 1,4 - динамічний коефіцієнт; 0,9 – коефіцієнт впливу навантаження. Розрахункове навантаження виготовлених плит вираховувалося як $1.4 \times 1.7 \times 87.5 = 208.25$ кН, де 1,7 - коефіцієнт впливу навантаження.

Таблиця 4.1 Таблиця результатів експериментів

ID	Міцність бетону на стиск, МПа	Критичні навантаження, кН		Прогин, мм			Показник деформації FRP ($\mu\epsilon$)			Показник деформації бетону ($\mu\epsilon$)			Ширина тріщин, мм			Відношення $P_{\max.exp} / P_{\max.pred}$	
	f_c	P_{cr}	$P_{\max}$	P_{serv}	P_{fact}	$P_{\max}$	P_{serv}	P_{fact}	$P_{\max}$	P_{serv}	P_{fact}	$P_{\max}$	P_{serv}	P_{fact}	$P_{\max}$	CSA (2012)	ACI (2006)
S1-S	48.81	112.0	739.6	0.69	2.19	14.68	149	627	2.65	-96	-340	-1.29	-	0.09	1.16	-	-
S2-B		105.3	548.3	1.25	4.14	19.83	424	1.595	7.56	-149	-555	-1.10	0.10	0.42	1.82	0.92	1.53
S3-B	42.20	134.8	664.6	0.94	3.34	20.36	340	1.640	6.10	-233	-647	-1.85	-	0.19	0.94	1.13	1.86
S4-B		120.5	565.9	1.08	3.41	21.37	396	1.497	7.02	-171	-485	-1.48	-	0.29	1.26	1.00	1.64
S5-B	47.90	108.6	716.4	0.87	2.53	16.96	92	706	5.89	-68	-240	-1.03	0.10	0.19	1.16	1.06	1.67
S6-S		73.1	575.8	1.86	5.58	24.86	575	2.186	7.93	-425	-788	-1.83	0.350	0.52	-	1.22	2.23
S7-S		121.0	436.4	1.93	11.56	35.49	381	4.042	1.08	-149	-994	-1.44	-	0.93	5.81	0.93	1.69
G-S2	44.30	132	712	1.20	3.02	21.58	329	1.317	5.40	-189	-470	-1.91	0.3	0.46	1.47	-	-

P_{cr} та $P_{\max}$ - навантаження при якому виникають тріщини та руйнування зразків;

P_{fact} - проектні навантаження 110,25кН (згідно CSA 2012) та 208,25кН (згідно ACI 2006);

Оскільки анкерні болти були затягнуті, тому деякі поперечні тріщини спостерігались у зразках S2-B, S3-B, S4-B та S6-B. Між анкерами кріплення з'явилися тріщини в нижній поверхні плити та розповсюджувалися до середини плити. Ці тріщини в основному були результатом деформації плити в поздовжніх напрямках під час затягування анкера та не мали суттєвого впливу на поведінку роботи плити.

Перші поздовжні тріщини на нижній поверхні плити з'явилися в місці концентрації навантаження та розходилися в напрямках розміщення опор. Наступні тріщини поширювалися в радіальному напрямку відносно площі концентрації навантаження. Тріщини на верхній поверхні, за винятком зразку S7-B, з'явився в місцях розміщення арматури. Навантаження при якому з'являлося розтріскування коливалося між 73,1 і 134,8 кН, що в середньому приблизно складає 110,7 кН та відповідає проектному навантаженню (110,25 кН), зазначеному в стандарті CHBDC (CSA2010a). Низьке навантаження на розтріскування для S6-B може бути пов'язане з тріщинами які виникли при підготовці випробовування, так як плита мала незначну жорсткість. За отриманими результатами випробування побудовано графік ширини відкриття тріщин в залежності від навантаження (рис.4.7)[146].

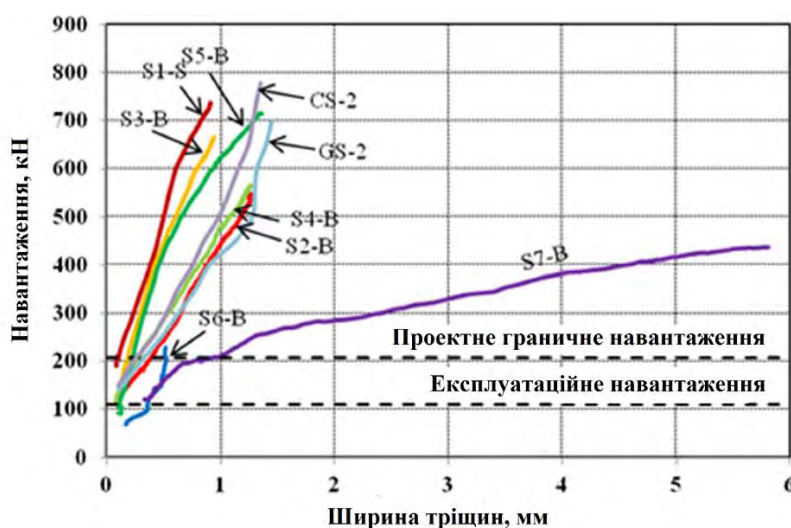


Рисунок 4.7 – Порівняльний аналіз ширини розкриття тріщи в залежності від прикладених навантажень

Загальна картина тріщин (рис.4.8) при руйнуванні для всіх плит була однаковою незважаючи на різні типи та співвідношення арматури [146].

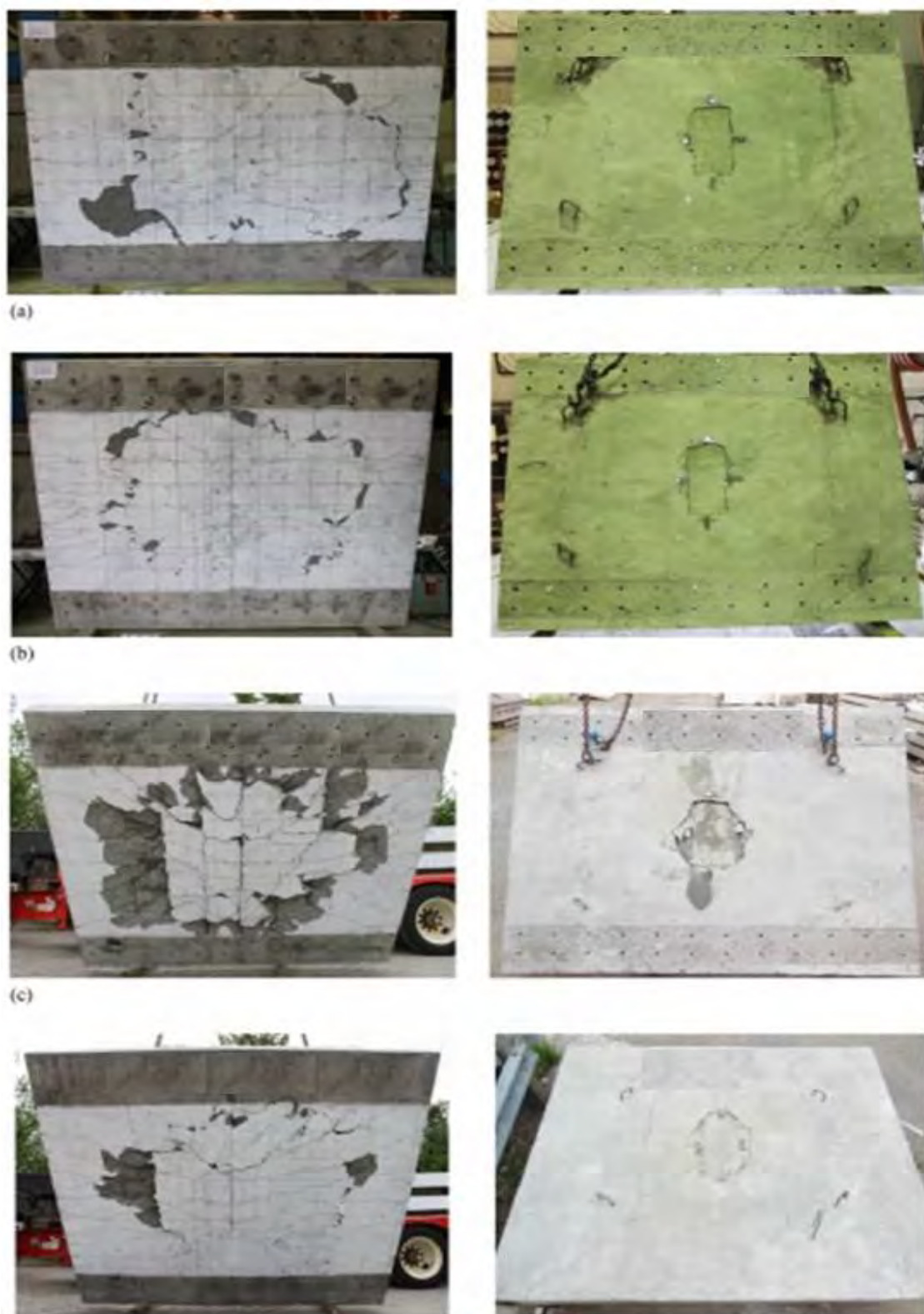


Рисунок 4.8 – Вигляд сітки розтріскування ніжної та верхньої поверхні плит

Порівняльний аналіз розкриття тріщин показує, що на поверхні зразка S1-S (сталеві стержні M15 з кроком 150 мм) виникала найменша кількість тріщини. Зразки S3-B (BFRP армування діаметром 12-мм з кроком 85 мм) і S5-B (BFRP армування діаметром 16-мм з кроком 100 мм) показали дуже близькі відношення навантаження до ширини тріщини в порівнянні з S1-S. Цей ефект викликаний зменшенням інтервалу армування, за рахунок чого зменшилися розкриття ширини тріщин, навіть при використанні арматури з низьким модулем пружності. Використання BFRP армування діаметром 12 мм з кроком через 85 мм зменшило розтріскування. Зразки S2-B та S4-B мали однакові коефіцієнти армування та діаметри стержнів в нижній частині плити, але у зразка S4-B було відсунуто верхнє посилення. Незважаючи на ці конструктивні відмінності зразок S4-B мав однакове в порівнянні з S2-B відношення навантаження до ширини тріщини.

Зразок S6-B мав найменший відсоток армування згідно стандарту CHBDC (CSA 2010a), але ширина тріщини на рівні прикладання навантаження складала 0,52 мм, що більша ніж у S1-S та S2-B – S5-B. Це пояснюється більшим інтервалом армування зразків. При розрахунковому навантаженні зразок S7-B мав ширину розкриття тріщин 0.93 мм, що перевищує ширину тріщини зразка S6-B, який мав закріплення по краях, на 79%. За результатами отриманих досліджень в залежності від умов закріплення та врахуванням коефіцієнту армування побудований графік інтенсивності розкриття тріщин (рис.4.9).

Всі плити демонстрували крихкий режим роботи при випробуванні через вплив деформацій зсуву. Нижня поверхня розтріскування мала приблизно круглу форму. Жодних ознак подрібнення бетону або розриву стержнів арматури не відбулося, що підтверджує значний вплив деформацій зсуву від прикладеного навантаження при руйнуванні.

Максимальна міцність зразків зафіксована при навантаженнях 739,6; 548,3; 664,6; 565,9; 716,4 та 575,8 кН для закріплених по краях плит S1-S, S2-B, S3-B, S4-B, S5-B та S6-B, а вільно обперта плита S7-B показала нижче значення 436,4 кН.

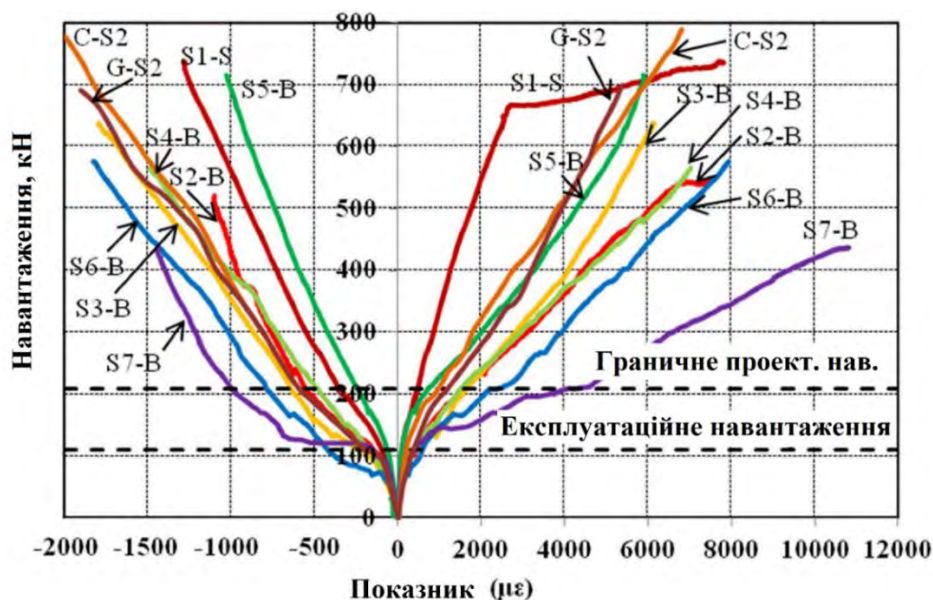


Рисунок 4.9 – Аналіз інтенсивності розкриття тріщин в залежності від армування

Коефіцієнт запасу міцності зразків становив від 2,63 до 3,55, Це було пов'язано з тим, що розрахункове навантаження плит базувалося на згинальному руйнуванні, тоді як фактичне руйнування відбувалося від зсуву.

Зразок S1-S (посилений сталевими стержнями M15 з кроком 150 мм) показав найвищу міцність напруженням зсуву (739,6 кН). Зразок S5-B (армований BFRP стержнями діаметром 16 мм з кроком 100мм) показав найбільшу міцність напруженням зсуву 716,4 кН, що становить орієнтовно 97% міцності в порівнянні з зразком армованого сталевією арматурою.

Результати також підтвердити, що міцність при зсувних деформаціях пропорційна жорсткості повздовжньому армуванню. Збільшення коефіцієнта армування призводить до меншої ширини відкриття тріщин. Повздовжня арматурна жорсткість S5-B була майже такою як і у G-S(GFRP армування), тому міцність при руйнуванні напруженням зсуву була майже однаковою (716,4 кН для S5-B і 712 кН для G-S2). У зразка S5-B міцність при руйнуванні зсувом була близькою до міцності зразка C-S2(CFRP армування) та навпаки, зразки S2-B і S4-B (без верхньої арматури, але з однаковою нижньою арматурою) показала

приблизно однакову гранична міцність, що означає незначний впливу армування верхньої частини плити на міцність при зсувних напруженнях.

Ефект роботи плити, як мембрани, можна побачити порівнюючи закріплений зразок (S6-B) з вільно обпертим зразком (S7-B), які мали однакову міцність бетону та коефіцієнти армування. Закріплення плити по краях збільшило граничну потужність на 31,9% завдяки донному ефекту. Це також сприяло зменшенню прогину і ширині розкриття тріщин.

Під час випробування замірялися деформації в нижній поперечній та верхній арматурі. Зразок S1-S (посилений сталевією арматурою) зруйнувався внаслідок впливу напружень зсуву та нелінійними особливостями сталевієї арматури. Деформації в плитах зміцнених BFRP арматурою змінювались лінійно із збільшенням навантаження. Розподіл деформації в поперечному напрямку посередині плити зображено на рис. 4.10. Деформації пропорційно зменшувались до опор плити.

Ефект впливу коефіцієнта армування можна побачити у зразках S2-B, S5-B та S6-B, які мали значення 0,8, 1,2 та 0,4. При навантаженні 576 кН деформації в нижній арматурі становили 5650, 5039 та 7932 ($\mu\epsilon$) для зразків S2-B, S5-B та S6-B (рис.4.10). Збільшення коефіцієнту армування в два і три рази нижнього поперечного напрямку значно зменшує виникнення поперечних деформацій на 28,8 і 36,5%.

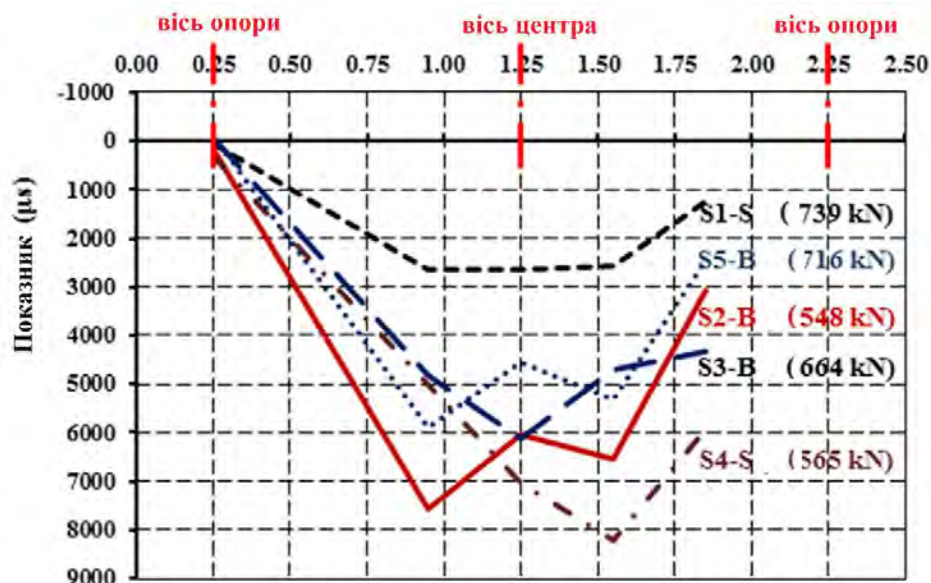


Рисунок 4.10 – Графік розподілу поперечних деформацій

На рис.4.11 зображено характер зміни прогинів плит з різним армуванням в залежності від прикладеного навантаження. Поведінка попереднього розтріскування всіх плит була однаковою при різних коефіцієнтах армування та різних діаметрах стержнів.

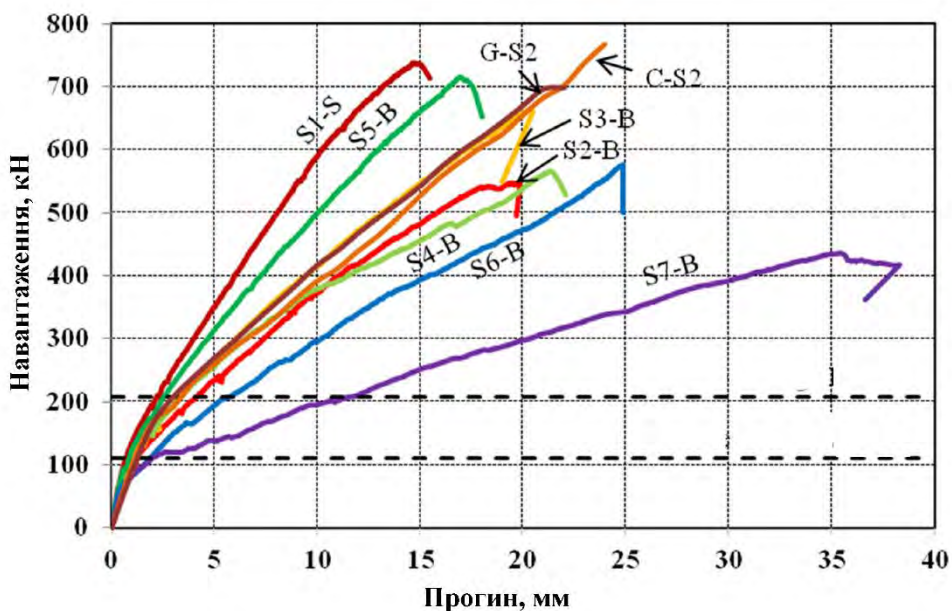


Рисунок 4.11 – Залежність прогинів зразків від навантаження.

На рівні проектного навантаження прогини для зразків S2-B, S5-B та S6-B (коефіцієнти армування 0,8; 1,20 та 0,40) становили відповідно 1,25; 0,87 та 1,86 мм. При руйнуванні максимальні значення прогинів для тих самих зразків становили відповідно 19,83; 16,96 та 24,86 мм. Збільшення коефіцієнта армування в два і три рази зменшує відхилення прогинів від проектного навантаження на 32,8% та 53,2%, а при розрахунковому навантаженні руйнуванні на 20,23 та 31,8%. Зразок S5-B (BFRP) мав відхилення значно менше ніж зразок G-S2 (GFRP армуванням). Це пов'язано з більш щільнішим кроком армування в зразку S5-B та меншим діаметром арматури зразка G-S2. Крім того, S6-B та S7-B показали значну різницю в поведінці прогинів, що пов'язано із значно меншою жорсткістю зразка S7-B.

Проведені дослідження випробувань плит армованих BFRP стержнями показали, що руйнування відбувається від зсувних напружень, які вищі за

розрахункові при навантаженнях згідно стандарту (CSA 2010a). Коефіцієнт нижнього поперечного армування є основним параметром, що впливає на загальну поведінку плити проїзної частини мосту (прогин, ширину тріщин, напруження). Збільшення поперечного коефіцієнта армування нижньої частини плити значно підвищує міцність і знижує деформації. Характеристики армування верхнього шару плити не мають істотного впливу на структурну поведінку і ударно-зсувна міцність. Для плит з однаковим коефіцієнтом армування та жорсткістю, зменшуючи діаметри BFRP арматури та кроку армування, покращили роботи конструкції. Використовуючи менші діаметри BFRP арматури рекомендується зменшити крок її розташування.

Використання BFRP стержнів з високим модулем пружності значно зменшує коефіцієнт армування плити. Дослідження характеру руйнування плит та виникнення тріщин вказує на обов'язкове врахування напружень зсуву при розрахунку проектної міцності конструкції проїзної частини мосту.

4.2 Натурні дослідження поведінки армобетонних елементів мосту підсилені композитними матеріалами

Експериментальне дослідження поведінки реальної роботи плит прогонової будови мосту з використанням в якості армування FRP-матеріалів було проведене в Канаді, м. Квебек [147]. Частина плити мосту була армована з використанням сталевих арматур. При будівництві використовувалася FRP-арматура діаметром 16 мм з кроком 150 мм в поперечному основному напрямку та з кроком 165 мм в поздовжньому напрямку. Армування цією арматурою покривало половину поперечного перерізу плити мосту, а інша частина мосту була армована з використанням сталевих арматур. Для плити мосту використовувався звичайний важкий бетон (типу VMTQ) з межею міцності в 37 МПа.

Для моніторингу внутрішніх напружень та деформацій у критичних місцях міст був оснащений великою кількістю оптоволоконних датчиків

(рис.4.12) Починаючи з 2001 року проводився періодичний збір даних про напружено-деформований стан. Міст був перевірений на експлуатаційні характеристики при проектній вантажопідйомності, як зазначено в канадських стандартах CHBDC (2000).

Досліджуваний міст був балочного типу, з чотирма основними вільно опертими балками. Довжина моста складає 30.6 метрів. Настилом є бетонна плита товщиною 200 мм, безперервна протягом трьох прольотів, кожний з яких становить 2,3 м зі звисом в 1,0 м з кожного боку. В якості основних балок були використані балки з попередньо напруженого бетону стандартного типу IV AASHTO.



Рисунок 4.12 – Вбудовані оптоволоконні датчики в арматурі та бетонних балках

Випробування експлуатаційних характеристик моста були проведені 16 листопада 2001 року за стандартною вантажопідйомності (тривісні вантажівки з 102 кН на передній осі і приблизно 116 кН на кожній із задніх осей), як зазначено в нових канадських стандартах проектування автотранспортних мостів CHBDC (CAN / CSA-S6- 00). Міст був випробуваний при статичних навантаженнях з використанням двох вантажівок (рис.4.13). Під мостом була встановлена високошвидкісна система (1 МГц) для збору даних з оптоволоконних датчиків при випробуваннях. Під час всіх статичних і динамічних випробувань були виміряні прогини всіх бетонних балок і плит.



Рисунок 4.13 – Міст під час випробувань

На мосту були визначені три різних небезпечних шляхи руху вантажівок симетричних в усіх напрямках, всього 6 траєкторій(рис.4.14). Крім того, були відзначені дев'ять пунктів зупинок вантажівок в поздовжньому напрямку моста в місця де можуть виникати найбільші напруження в плитах та несучих балках.

На першому етапі випробувань з використанням однієї вантажівки були записані всі показники зняті з датчиків для 54 точок (9 зупинок, 6 траєкторій). На другому етапі випробувань застосовувалися одночасно дві вантажівки та були використані тільки дві траєкторії, А-А1 і С1-С1, і для кожної з 18 точок (9 зупинок, 2 траєкторії) були записані всі показники з датчиків.

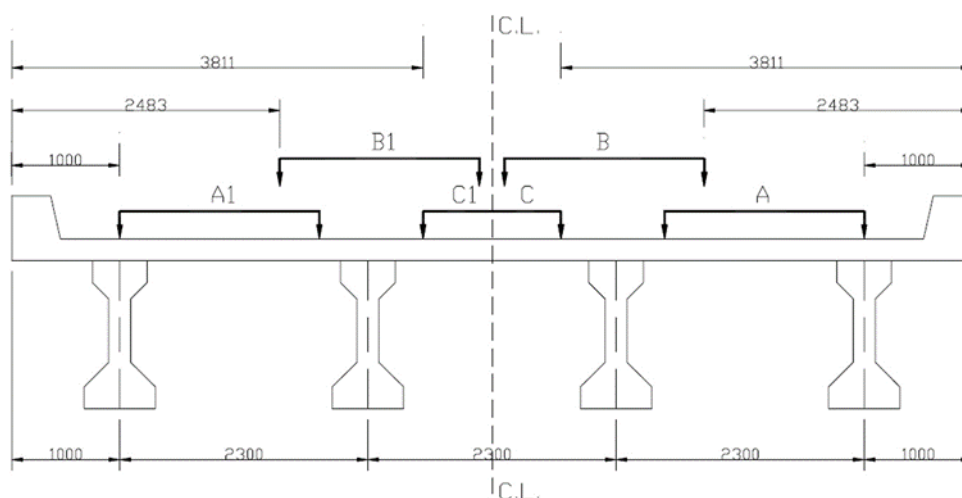


Рисунок 4.14 – Схема завантаження мосту

На рисунку 4.15 зображено графік зміни мікронапружень за яким визначено, що в бетоні виникає тільки 12 мікронапружень під час руху вантажівки повз місця розташування датчика. Датчик в бетоні був розташований між двома стрижнями арматури в плиті. Застосувавши теорію вигину балок, можна визначити, що деформація розтягування на верхній і нижній поверхні бетону досягли максимуму 10 і 25 мікронапружень. Мікронапруження руйнування для бетону становить $125 \mu\epsilon$.

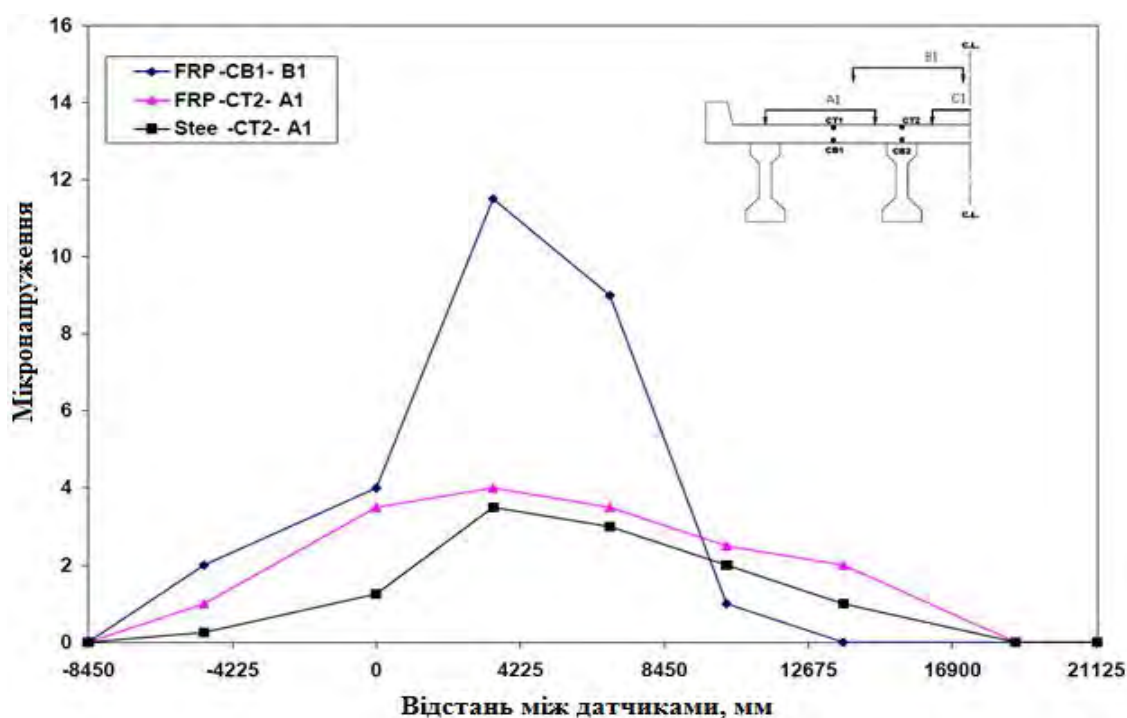


Рисунок 4.15 – Графік деформацій в бетоні в залежності від місця їх розташування

На рис.4.16 зображено порівняння вимірних мікронапружень в стрижнях FRP і сталевій арматурі при різних позиціях вантажівки на мості.

Під час статичних випробувань були виміряні прогини бетонних плит і балок. Зафіксовані значення прогинів становили до 45% від максимально допустимих.

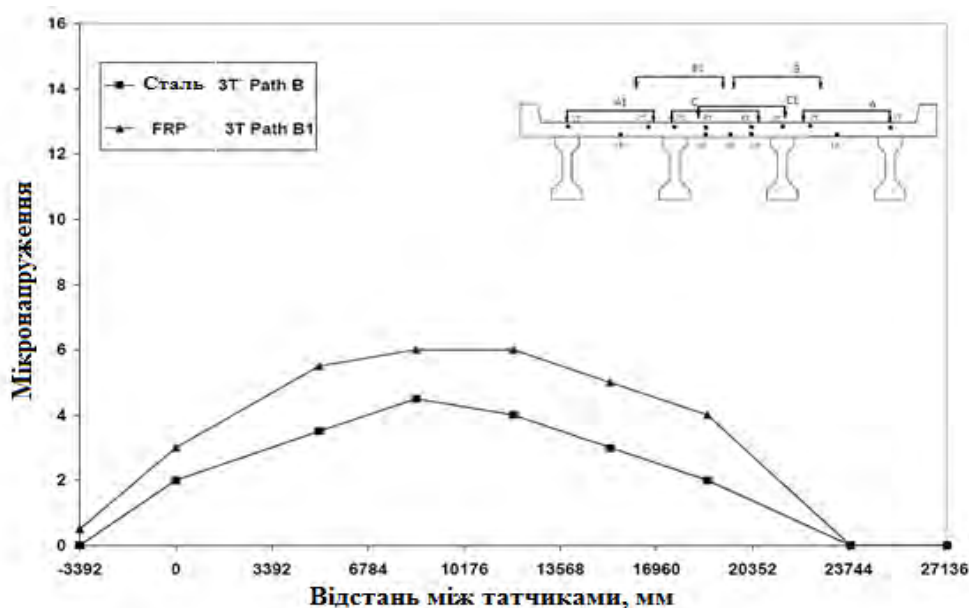


Рисунок 4.16 – Графік деформацій в бетоні в залежності від місця їх розташування

На рис. 4.17 показано розподіл деформації по глибині балки в середньому прольоті та було визначено, що максимальна деформація розтягу бутону становила приблизно 45 мікронапружень.

Під час статичного випробування максимальні деформації розтяг FRP та сталевих стержнів становили 15 та 16 мікронапружень, ці значення відповідають 0,13% від граничних [148]. Прогини плити та балок прогонової будови складали орієнтовно 40% від максимально допустимих при проектуванні мосту.

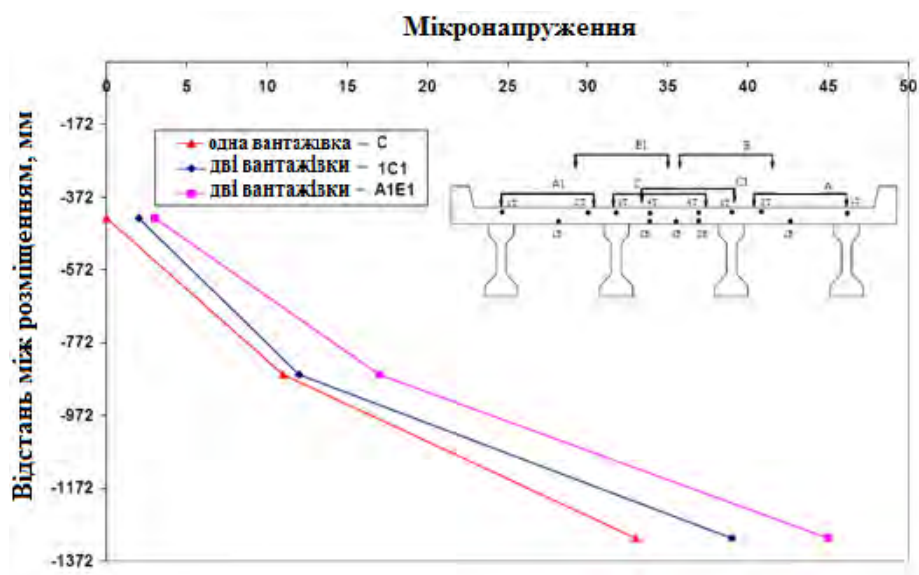


Рисунок 4.17 – Графік розподілу деформацій в середній основній балці

З метою дослідження мосту та перевірки нелінійної реакції вибраної мостової системи, було змодельована його конструкцію у програмному комплексі ANSYS 14.0.

На рис. 4.18 показано 3D вигляд змодельованого мосту з навантаженням згідно стандартів CHBDC (CAN / CSA-S6- 00).

При моделюванні був вибраний інтегральний елемент Solid65 із вбудованими функціями розтріскування, дроблення та пластичними деформаціями для побудови бетонних балок прогонової будови та плити. Внутрішня арматура плити прогонової будови мосту була змодельована з використанням одновісного лонжерона на розтягнення і стискання за допомогою інтегрального елемента Link180. Бічне кріплення забезпечувалося моделюванням поперечних зав'язків з лінійними двовузловими балочними елементами Beam188.

Передбачалося, що балки знаходяться у повній складовій дії з бетонною плитою протягом нелінійної роботи, оскільки в конструкціях армованих композитними матеріалами відсутні докази втрати міцності у відповідних тестах [149]. Однак реалізований імітаційний підхід має здатність інтегрувати функції ковзання зв'язку та нелінійну поведінку різних шпильок. У запропонованому числовому моделюванні враховано характеристики втрати міцності, що пов'язані з балочно-плитним з'єднанням.

При розрахунку обрано статичний аналіз з невеликими переміщенням для чисельного дослідження балочних мостів та нелінійний аналіз.

Навантаження задавалося з поступовим збільшенням та використанням автоматичного переходу.

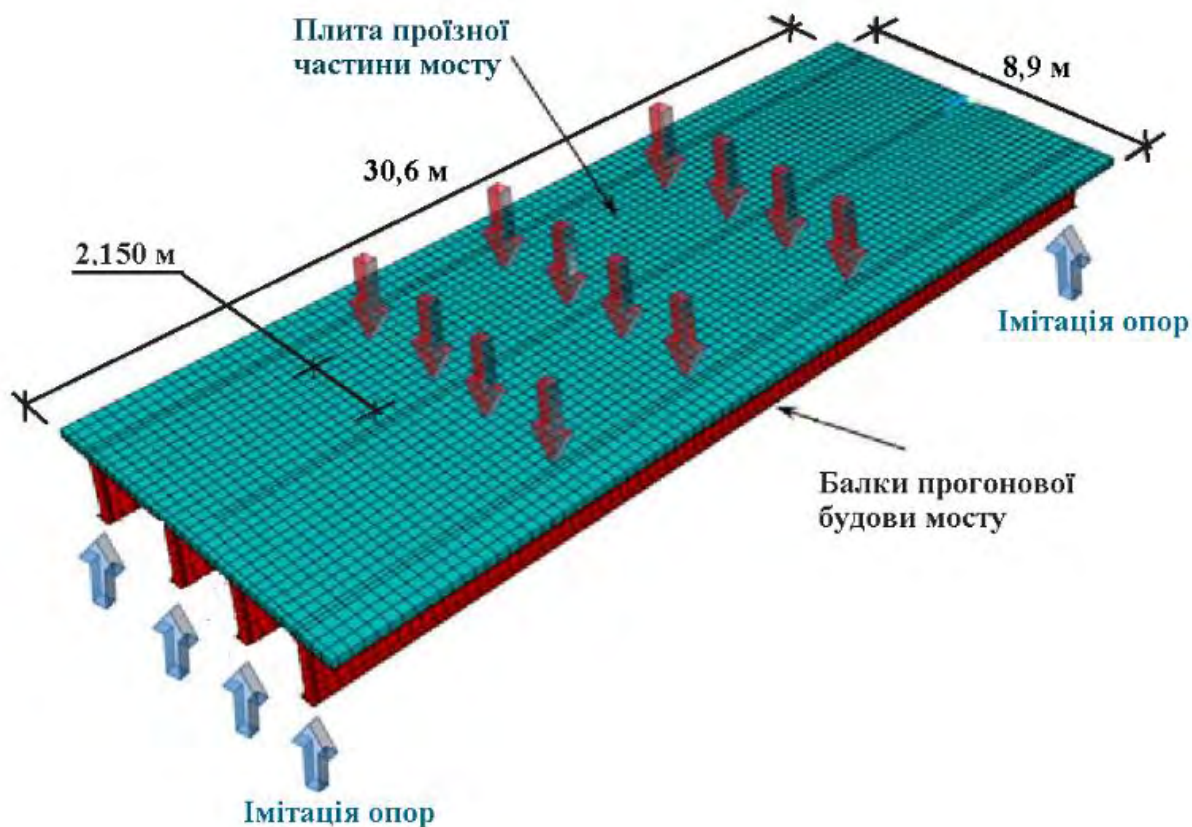


Рисунок 4.18 –Приклад змодельованого реального мосту з використання FRP армування

Для перевірки побудованої моделі розрахунку у програмному комплексі ANSYS 14.0 визначено прогин від навантаження згідно стандартів CHBDC (CAN / CSA-S6- 00), який становив посередині першого польоту 22 мікронапружень, при реальному вимірюванні це значення складало 25 мікронапружень.

Визначено прогини при навантаженні концентрованою силою посередині другого прольоту. За результатами визначених деформацій при обрахунку за уточненим методом, розрахунком в програмному комплексі ANSYS та результатами експериментальних досліджень побудований графік прогинів (рис.4.19). Для плити армованою металевою арматурою розбіжність відношень прогинів становила 1,05.

Порівняння результатів показують, що відношення прогинів між теоретичним та експериментальним дослідженням плити армованою FRP композитом становила 1,13; відношення за уточненим методом розрахунку

відношення становило 1,07. Отримані результати вказують про адекватність запропонованого уточненого методу розрахунку армобетонних конструктивних елементів.

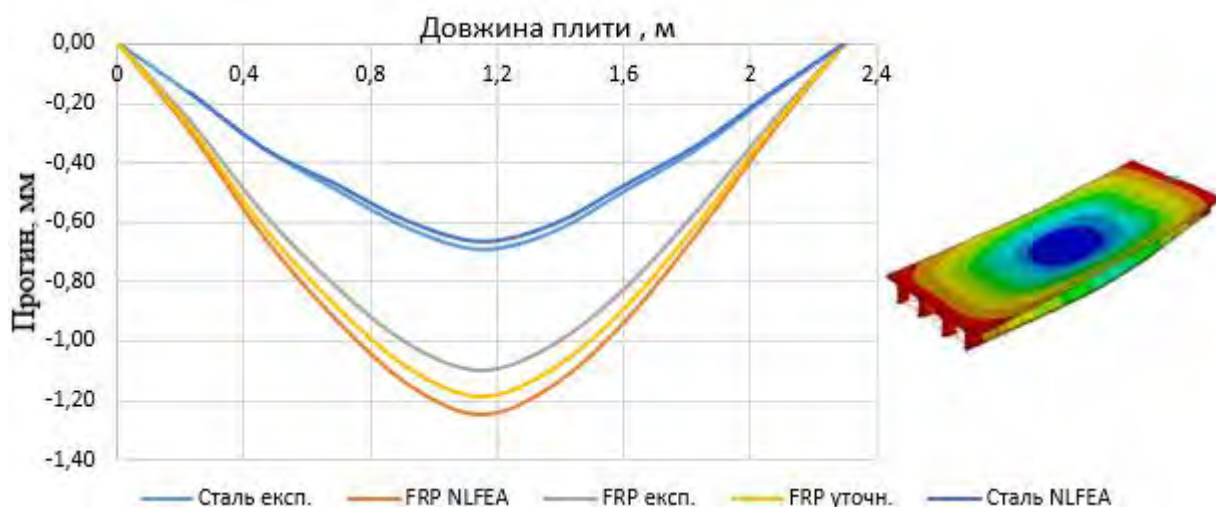


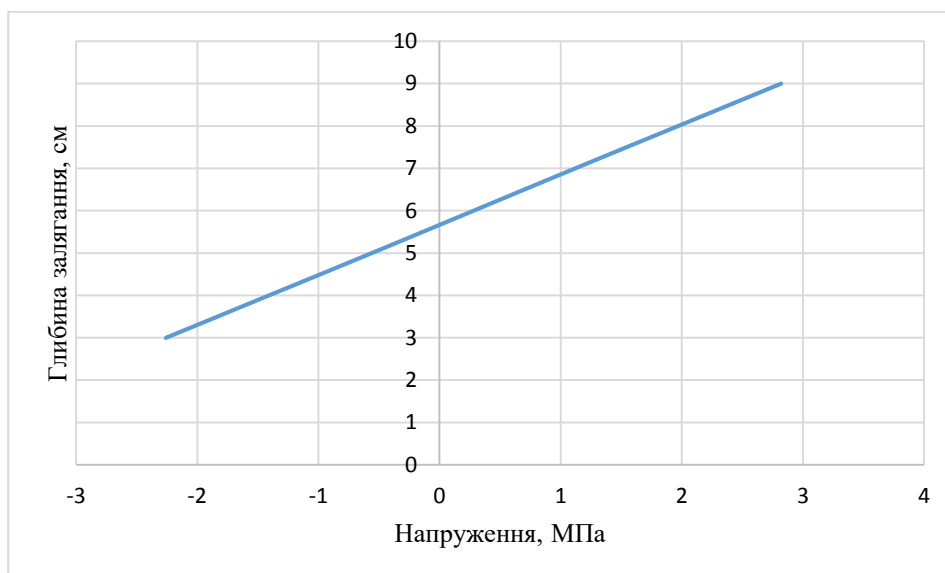
Рисунок 4.19 –Порівняльний графік прогинів плити в другому прольоті

За допомогою удосконаленого методу розрахунку виконаний математичний експеримент для цементобетонного дорожнього одягу посиленого FRP та сталеву арматурою на основі шаруватих систем, вихідні дані прийняті згідно табл. 3.1. Арматура розміщена на глибині 3 см. Результати отриманих напруження на верхніх та нижніх поверхнях шарів дорожнього одяг представлені в таблиці 4.2.

Міцність дорожнього одягу при роботі у спільному пакеті з плитою забезпечується, як при пружній роботі усього пакету шарів конструкції, так і при роботі пакету шарів за наявності тріщин у розтягнутій зоні плити (виключення розтягнутої зони плити з роботи). При відшаруванні дорожнього одягу від плити міцність наближена до граничного значення в нижньому шарі при роботі з тріщинами у розтягнутій зоні плити.

Відношення напружень які виникають у шарах армування сталеву та FRP арматурою становить від 2,22 до 6,74. Отримані результати вказують на ефективну роботу армування FRP арматурою [150].

Виконанні розрахунки дорожнього одягу з різною глибиною закладання арматури та отримані залежності зміни еквівалентних напружень в стержнях та у верхньому шарі (рис.4.20-4.22).



Р

и

с

у

н

о

к

4

.

2

0

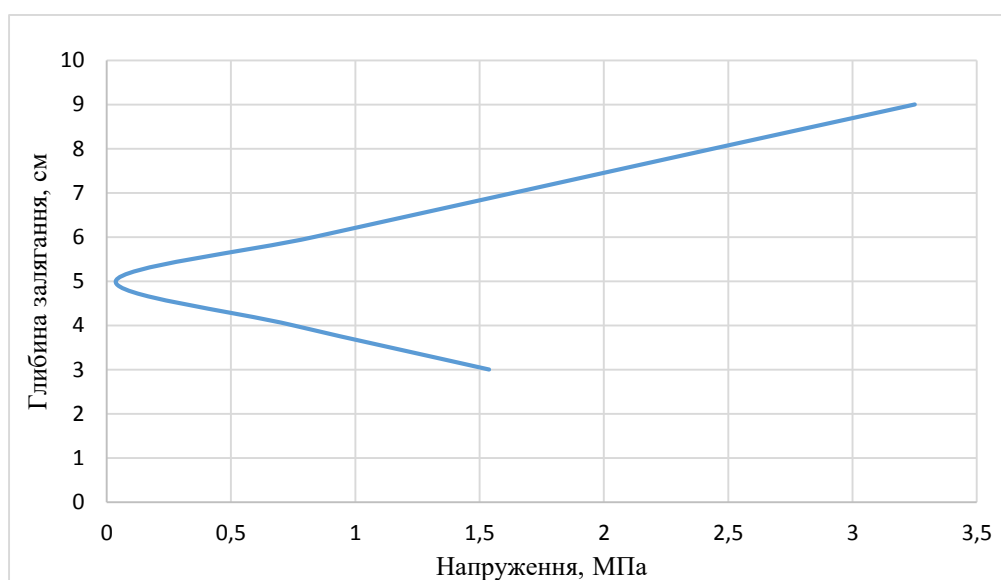


Рисунок 4.21 – Графік зміни еквівалентних напружень в арматурі в залежності від глибини розташування
Графік зміни нормальних напружень в арматурі в залежності від глибини розташування.

Таблиця 4.2 –Таблиця результатів розрахунку цементобетонного дорожнього одягу армованого BFRP стержнями.

Структура одягу, характеристики шарів		Розрах. опір розтягу R_p , МПа	Еквівалентні напруження в шарах, МПа											
			Дорожній одяг у спільному пакеті з плитою						Дорожній одяг відшарований від плити (вільне переміщення дорожнього одягу)					
			Пружна робота одягу та плити			Робота з тріщинами у розтягн. зоні плиті			Пружна робота одягу			Робота з тріщинами у розтягн. зоні плиті		
			Верх шару	Низ шару	Забезп. міцн.	Верх шару	Низ шару	Забезп. міцн.	Верх шару	Низ шару	Забезп. міцн.	Верх шару	Низ шару	Забезп. міцн.
ЦБ, $h_1 = 3$ см, $E_1 = 30000$ МПа		3,6	-0,717	-0,481	+	-0,302	-0,228	+	-0,759	-0,572	+	-0,207	-0,349	+
Арматура $d=0.4$ см $h_2 = 0.01508$	Сталь	265	5,99	5,985	+	11,865	11,841	+	2,531	2,513	+	8,844	8,789	+
	BFRP	600	0,941	0,938	+	2,702	2,268	+	0,116	0,102	+	1,861	1,805	+
Відношення, разів			6,74	6,73		2,22	2,22		23,68	24,16		5,75	5,75	
ЦБ, $h_3 = 7.98492$ см, МПа		3,6	-0,478	-0,261	+	-0,228	0,388	+	-0,559	1,212	+	-0,353	4,264	–
Гідроіз., $h_4 = 1$ см, $E_4 = 2000$ МПа		1,3	-	-		-	-		0,315	0,302	+	0,391	0,392	+

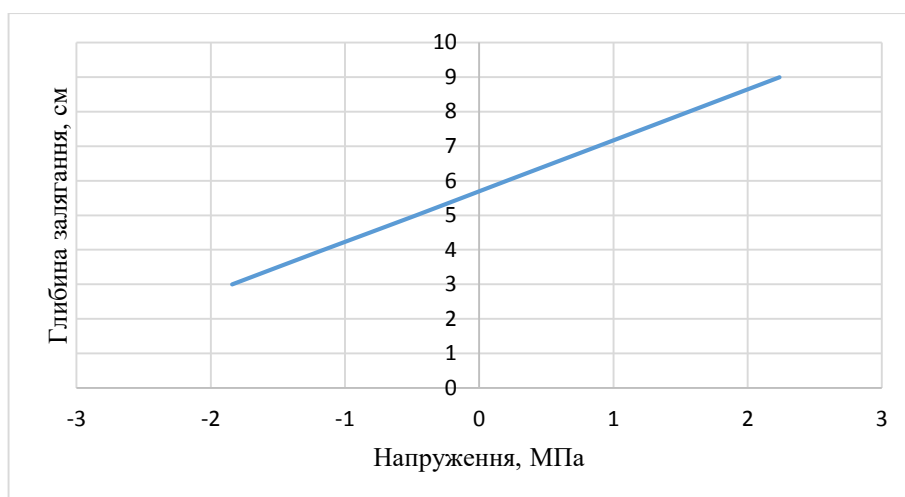


Рисунок 4.22 –Графік зміни нормальних напружень в нижній частині ЦБ захисного шару арматури

Дослідження отриманих результатів вказують, що при підсиленні дорожнього одягу у нижній частині призводить до втрати міцності верхнього шару та виникнення тріщин спільній роботі з плитою. Тому для ефективної роботи цементобетонного одягу на прогонових будовах мостів необхідно виконувати підсилення арматурою у верхній частині покриття.

4.3 Прогнозування залишкового ресурсу моста армованого FRP композитом в Аналітичній експертній системі управління мостами

Для визначення техніко-економічного ефекту використання FRP композитного армування в дорожньому будівництві виконане прогнозування залишкового ресурсу моста розташованого на км 169+189 автомобільної дороги М-07 Київ – Ковель – Ягодин (на м. Люблін) в Аналітично-експертній системі управління мостами (АЕСУМ).

Прогноз залишкового ресурсу в АЕСУМ здійснюється за методикою, що прийнята в ДСТУ-Н Б В.2.3-23:2012 «Настанова з оцінювання і прогнозування технічного стану автодорожніх мостів» [151]. Згідно з цією методикою елемент моста може знаходитись в одному з 5 експлуатаційних станів (табл. 4.3).

Таблиця 4.3 – Узагальнена характеристика експлуатаційних станів за ДСТУ-Н Б В.2.3-23:2012

Стан	Назва експлуатаційного стану	Узагальнена характеристика експлуатаційного стану
Стан 1	Справний	Елемент відповідає всім вимогам проекту та чинних норм експлуатації
Стан 2	Обмежено справний	Елемент частково не відповідає вимогам проекту, проте не порушуються вимоги ані першої, ані другої груп граничних станів
Стан 3	Працездатний	Елемент частково не відповідає вимогам проекту, проте не порушуються вимоги першої групи граничних станів. Можливе часткове порушення вимог другої групи граничних станів, якщо це не обмежує нормального функціонування споруди
Стан 4	Обмежено працездатний	Можливе часткове порушення вимог першої групи граничних станів. Порушуються вимоги другої групи граничних станів. Споруда експлуатується в обмеженому режимі і вимагає спеціального контролю за станом її елементів
Стан 5	Непрацездатний	Елемент не відповідає вимогам першої групи граничних станів і з'ясовується неможливість їх задоволення, що свідчить про необхідність припинення експлуатації споруди
Примітка. Названі в таблиці граничні стани визначаються відповідно до ДБН В.1.2-14.		

Табл. 4.3 є основою оцінювання експлуатаційного стану елементів моста. Кожному з експлуатаційних станів відповідає надійність, що визначаються за ДСТУ-Н Б В.2.3-23:2012 відповідно до моделі деградації, яку наведено в табл. 4.4.

У всіх випадках класифікації, коли є сумніви відносно того, до якого із двох сусідніх експлуатаційних станів належить віднести елемент, рекомендується приймати нижчий. Для елементів прогонових будов у такому випадку остаточне рішення приймається за результатами визначення їх вантажопідйомності або реальної характеристики безпеки.

Таблиця 4.4 – Верхні значення надійності елементів за ДСТУ-Н Б В.2.3-23:2012

Експлуатаційний стан	Назва експлуатаційного стану	Надійність за першою групою граничних станів, P_i	Характеристика безпеки β_i
Стан 1	Справний	0,999844	3,80
Стан 2	Обмежено справний	0,998363	2,95
Стан 3	Працездатний	0,992461	2,43
Стан 4	Обмежено працездатний	0,979771	2,05
Стан 5	Непрацездатний	0,958351	1,74

Аналіз моделі визначення залишкового ресурсу елементу моста, застосованій в ДСТУ-Н Б В.2.3-23:2012, показав, що вона призначена для опису процесів розвитку кумулятивних пошкоджень. Кумулятивні (такі, що накопичуються) пошкодження виникають поступово але не зворотно [151]. Відомо, що прогноз обсягів кумулятивних дефектів можливо здійснити за

допомогою розробки так званих феноменологічних моделей, наведених у фундаментальній роботі Дж. Богдановфа та Ф. Козіна [152]. Автори цієї роботи стверджують, що кумулятивні пошкодження пов'язані з поведінкою матеріалів на атомному або молекулярному рівні. Але ці процеси вивчені недостатньо, щоби обґрунтувати моделі кумулятивних пошкоджень на фундаментальних фізичних законах. В такому випадку, доцільно звернутись до моделей, які базуються на сучасному розумінні явища на макроскопічному рівні і експериментальних даних. При описі кумулятивних пошкоджень не вдається досягти того ж рівня обґрунтованості, який демонструє механіка І. Ньютона [152].

Феноменологічні моделі можуть бути детерміновані або імовірнісні [152]. Вибір виду моделі на основі статистичних даних спостережень розвитку пошкоджень базується на обчисленні оцінок середнього і дисперсії його параметрів, наприклад, часу до відмови елемента. Відношення «середнє / середнє квадратичне відхилення» (сигнал/шум), обернене до коефіцієнту варіації, характеризує можливість застосування тієї чи іншої моделі [152]. Якщо значення величини сигнал/шум постійно велике, доречно використовувати детерміновану модель, інакше більш доречним буде використання імовірнісної моделі.

Згідно [151], тому що навіть ретельно контрольовані лабораторні експерименти з оцінки часу життя зразків матеріалів для кумулятивного пошкодження приводять до малих значень відношення сигнал/шум (менше 15) в переважній більшості випадків. В умовах експлуатації, де ретельний контроль неможливий, значення відношення сигнал/шум суттєво нижче тих, які фіксуються в ретельно контрольованих лабораторних умовах. Імовірнісна модель доречна для опису явища кумулятивного пошкодження, в якому відхиленнями від середнього терміну служби не можна нехтувати.

Як стверджують Дж. Богдановф та Ф. Козін [152], через відсутність достатніх знань про відповідні фізичні закони для опису кумулятивного пошкодження необхідно і доречно використовувати феноменологічну

імовірнісну модель, яка дозволяє описати і великі відхилення від середньої поведінки. Це призводить до суттєвого відхилення від того типу моделі, який дає класична механіка Ньютона, і визиває суттєві зміни в підході до моделей кумулятивного пошкодження.

Головними джерелами розкиду кумулятивного пошкодження елементу дороги є [151]:

- початковий рівень пошкодження;
- інтенсивність і послідовність пошкодження;
- рівень пошкодження в момент заміни елементу;
- стратегія і критерії огляду з метою заміни елементу.

Інтенсивність і послідовність кумулятивного пошкодження залежить від історії навантажень, погіршення властивостей матеріалу в період експлуатації від впливу оточуючого середовища. Заміна елементу (капітальний ремонт) визначається допустимим рівнем пошкодження, яке встановлюється з міркувань економіки і безпеки. Для забезпечення задовільної експлуатації і безпеки необхідні стандартні способи ремонту елементу або його заміни, які потребують контролю, що ніколи не буває досконалим, особливо в польових умовах. Якщо неможливо оцінити наведені джерела розкиду на основі експериментальних даних, необхідно дати експертну оцінку їх значень.

Саме з така модель була розроблена А.І. Лантух-Лященко, а потім застосована в ДСТУ-Н Б В.2.3-23:2012 [151] і, в свою чергу, в АЕСУМ.

Фундатором розробки та ініціатором і керівником практичної реалізації АЕСУМ на початку 2000-х років став А.І. Лантух-Лященко [153]. Програмний комплекс АЕСУМ вперше був створений О.П. Каніним, отримав розвиток і сьогодні продовжує розвиватись і підтримуватись зусиллями Л.П. Боднар, О.П. Каніна та С.М. Степанова [154].

Отже, в АЕСУМ прогнозування строку безаварійної експлуатації моста виконується за допомогою розв'язку задачі визначення часу переходу елементів моста з одного експлуатаційного стану в інший нижчого рівня стан без так званих «проскоків» (наприклад, елемент з другого експлуатаційного стану не

може відразу перейти до четвертого, обминувши (перескочивши) третій стан). О.О. Давиденко в своїй дисертаційній роботі запропонував удосконалену модель з проскоками [155].

Модель пошкодження елемента в ДСТУ-Н Б В.2.3-23:2012 [151] і в програмному комплексі АЕСУМ описується процесом Пуассона з дискретними станами та неперервним часом. Таким чином відбувається перехід із одного експлуатаційного стану елементу моста в інший (4.1):

$$P_i = 1 - 0,008333 (\lambda t)^5 e^{-\lambda t}, \quad (4.1)$$

де P_i - надійність елемента в i -му експлуатаційному стані;

λ – параметр, інтенсивність відмов;

e – постійна; $e = 2,718$;

t – час.

Надана залежність надає змогу знайти час переходу з одного стану до іншого при заданому параметрі λ – інтенсивності відмов з врахуванням якісних показників стану елементів мосту та дорожнього одягу [156].

Параметр інтенсивності відмов елементів у стані i для часу $t = j$ (4.2);

$$\lambda_{i,j} = \lambda_{i,t} / t, \quad (4.2)$$

де $\lambda_{i,j}$ – значення параметра інтенсивності відмов елемента у стані i для часу j ;

$\lambda_{i,t}$ – значення параметра інтенсивності відмов елемента у стані i за таблицею Г.1 ДСТУ-Н Б В.2.3-23:2012 з перерахунком для $t = 1$;

t – час (у роках), що пройшов від початку експлуатації.

Для практичних розрахунків використовувався модуль «Прогноз залишкового ресурсу елементів моста» програмного комплексу АЕСУМ, який створено на основі наведеного в ДСТУ-Н Б В.2.3-23:2012 алгоритму розв'язання рівняння залишкового ресурсу. У результаті розв'язання даного рівняння

визначено час, що проходить від початку експлуатації елементу мосту до його переходу в 5 (непрацездатний) стан.

На момент обстеження прогонова будова перебуває у 3 експлуатаційному стані (працездатний).

Надійність елемента прогонової будови: $P=0,9925$.

Час, що пройшов від початку експлуатації: $T_{\text{екс}} = 54$ роки.

Параметри інтенсивності відмов для $t=1$: $\lambda_{\text{ПБ}} = 0,0233$ (відповідно до таблиці Г.1, ДСТУ-Н Б В.2.3-23-2012).

Графік порівняння прогнозу переходу в 5 (непрацездатний) стан плити прогонової будови з сталевим та FRP армуванням наведено на рис. 4.23.

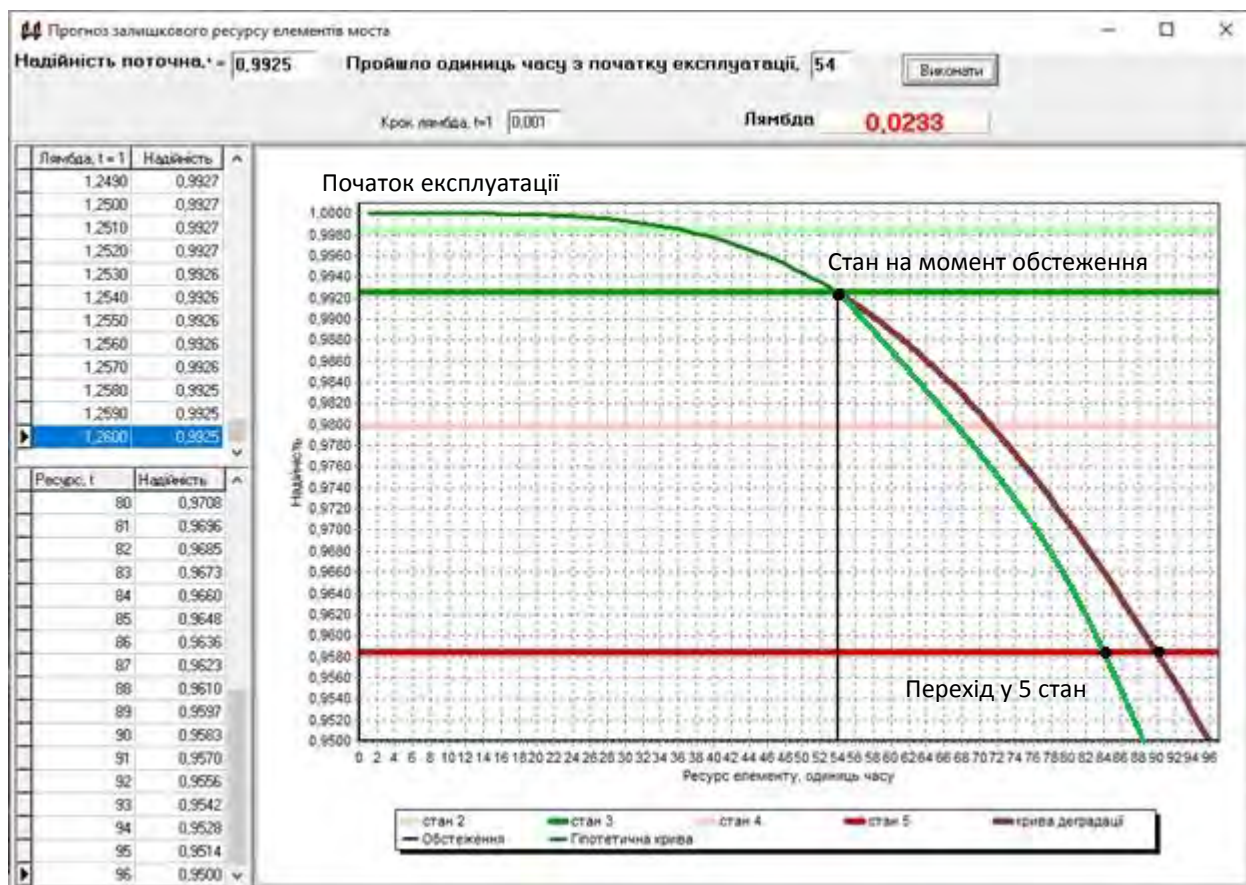


Рисунок 4.23 – Прогноз залишкового ресурсу плити прогонової будови моста

Час, що проходить до переходу в стан 5: $T_5 = 84$ років.

Залишковий ресурс плити прогонової будови з сталевим армуванням до переходу в стан 5 (непрацездатний):

$$T_{R5}^{ST} = T_5 - T_{\text{екс}} = 84 - 54 = 30 \text{ років}$$

Залишковий ресурс плити прогонової будови з FRP армуванням до переходу в стан 5 (непрацездатний):

$$T_{R5}^{FRP} = T_5 - T_{\text{екс}} = 90 - 54 = 36 \text{ років}$$

Отримані результати вказують, що залишковий ресурс плити прогонової будови реконструйованого місту на км 169+189 автомобільної дороги М-07 Київ – Ковель – Ягодин (на м. Люблін) з FRP армуванням більший на 6 років.

У зв'язку з тим, що композити є досить новими матеріалами в якості армування в дорожньо-будівельній галузі України, тому виникає необхідність в удосконаленні довідників та розрахункової бази АЕСУМ для більш точного прогнозування залишкового ресурсу.

Висновки до розділу 4

1. Не було виявлено ніяких перешкод для використання композитної арматури у конструктивних елементах мостів та дорожньому будівництві. Експлуатація композитної полімерної арматури дуже схожа з експлуатацією сталевих арматурних стержнів.

2. При випробуванні плит прогонових будов максимальні значення деформації розтягу бетону були дуже малі та знаходилися на рівні 10-25 мікронапружень. Ці значення істотно нижче деформації руйнування бетону, які розташовуються в інтервалі від 100 до 125 мікронапружень для звичайного важкого бетону. Максимальна деформація розтягування в композитної арматури склала 15 мікронапружень, що становить 0.1% від граничної деформації матеріалу. Прогини досліджених плит прогонових будов реального мосту були істотно нижче, ніж допустимі межі, визначені асоціацією AASHTO .

3. Розрахунки зроблені за уточненим методом, в програмному комплексі ANSYS 14.0 та результати експериментальних досліджень маю збіжність з похибкою 7%, що підтверджує адекватність запропонованого методу.

4. При проектуванні цементобетонного покриття на плитах прогонових будовах мосту необхідно враховувати деформації які виникають при навантаженні конструкції. Напруження у верхньому шарі дорожнього одягу перевищують гранично допустимі при розміщені арматуру в нижній частині, що призводить до розтріскування захисного шару покриття. Напруження які виникають в FRP стержнях відрізняються в 2,22 до 6,74 разів в порівнянні зі сталевую арматурою, що пов'язано з особливостями цих матеріалів.

5. Залишковий ресурс реконструйованої плити прогонової будови мосту з використанням FRP композитів в 1.2 рази більший ніж при звичайному сталевому армуванні. Це вказує на ефективність застосування FRP армування при будівництві та реконструкції плит прогонових будов.

ВИСНОВКИ

В дисертаційній роботі були вирішені актуальні науково-прикладні задачі в області дорожньо-мостового будівництва:

1. Проведено дослідження причин руйнування залізобетонних конструктивних елементів мостів. Встановлено, що основними причинами руйнування цих елементів є корозія сталевих арматур, втрата об'єму робочої частини, незадовільний стан компенсаційних швів на опорах, низька стійкість бетону при згинальних навантаженнях. Визначено, що основними підходами до вирішення виявлених проблем згідно світової практики є застосування композитних матеріалів (FRP-арматури) у якості підсилення конструкцій, прогресивним з яких вважається базальт.

2. Удосконалено метод розрахунку армобетонних конструктивних елементів дорожнього одягу мостів, який розроблений на підставі теорії згину шаруватих конструкцій з врахування поперечних нормальних напружень від обтиснення, на основі узагальнення досліджень основних підходів до вирішення проблем зносостійкості елементів, методів та моделей розрахунку конструкцій на міцність. При розробці удосконаленого методу було досліджено напружено-деформований стан плити як достатньо тонкої оболонки, яка складається з ізотропних шарів з різними фізико-механічними характеристиками. При цьому були введені гіпотези Кірхгофа та отримані вирази поперечних напружень, які дали можливість врахувати в методі розрахунку вплив деформацій зсуву. У результаті досліджень було отримано рівняння рівноваги варіаційним шляхом, граничні умови та загальну систему розв'язуючих рівнянь.

3. Розроблено модель та алгоритм застосування удосконаленого розрахунку цементобетонного дорожнього одягу армованого композитними матеріалами на основі шаруватих систем. Алгоритм застосування удосконаленого методу дозволяє практично визначити нормальні напруження в шарах дорожнього одягу та виконати перевірку міцності за еквівалентними

напруженнями, застосовуючи критерій міцності Кулона-Мора. Для визначення валідації запропонованого методу було проведено математичний експеримент на прикладі конструкції прогонової будови мосту при застосуванні армування різними матеріалами. За результатами розрахунків за удосконаленим методом отримано коефіцієнт співвідношення прогинів армобетонних конструктивних елементів за класичною теорією та уточненим методом, який становить 1,4 та підтверджує доцільність врахування деформацій зсуву при проектуванні плит прогонових будов мостів. Також було зроблено практичний висновок щодо доцільності армування верхнього шару дорожнього одягу з метою забезпечення його міцності та експлуатаційних характеристик.

4. Проведений аналіз експериментальних досліджень плит прогонових будов мостів, армованих FRP-стречнями від концентрованого навантаження колесом показав, що основною причиною руйнування конструкції є не згинання, а складний внутрішній напружений стан, який викликаний деформаціями зсуву. Результати дослідження компонентів напружено-деформованого стану плит прогонових будов показали, що максимальні значення деформації розтягу бетону були дуже малі та знаходилися на рівні 10-25 мікронапружень, що істотно нижче деформації руйнування бетону. Максимальна деформація розтягування в композитної арматури склала 15 мікронапружень, що становить 0,1% від граничної деформації матеріалу, що вказує на її ефективну роботу в конструкції та відповідність стандартам американської асоціації AASHTO. На основі аналізу зроблено висновок, про доцільність використання композитної арматури у конструктивних елементах мостів та дорожньому будівництві.

Виконано порівняльний аналіз розрахунку компонентів напружено-деформованого стану плит за удосконаленим методом та у програмному комплексі ANSYS 14.0. Адекватність запропонованого методу була перевірена порівнянням з результатами розрахунків, зробленими в програмному комплексі ANSYS 14.0, та експериментальними дослідженнями, що мають високу збіжність з похибкою 7%.

5. Застосування удосконаленого методу розрахунку цементобетонного дорожнього одягу, армованого композитними матеріалами, на практиці при проектуванні визначає необхідність врахування деформацій, які виникають при навантаженні конструкції. Удосконалений метод дозволяє враховувати різні варіанти роботи дорожнього одягу, що дає можливість передбачити забезпечення міцності в період експлуатації конструкції.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Boyle, H.C. and Karbhari, V.M. (1994). Investigation of Bond Behavior between Glass Fiber Composite Reinforcements and Concrete. *Polymer-Plastics Technology and Engineering*, 33(6), 1994. Pp. 733-753. URL: <https://doi.org/10.1080/03602559408013105>
2. Transportation for America. The Fix We're In For: The State of Our Nation's Bridges. Washington, USA, 2013. Pp.8 URL: <https://www.infrastructureusa.org/the-fix-were-in-for-the-state-of-our-nations-bridges-2013/>
3. N. Gucunski, A. Maher, B. Basily, H. La, R. Lim, H. Parvardeh and S.-H. Kee. Robotic platform robot for condition assessment of concrete bridge decks using multiple nde technologies. *HDKBR INFO Magazin*, Vol. 3 No. 4, 2013. Pp.5-12. URL: <https://www.researchgate.net/publication/281897822>.
4. Amir Gheitisil and Devin K. Harris. Effect of Deck Deterioration on Overall System Behavior, Resilience and Remaining Life of Composite Steel Girder Bridges, 2014 SEI Structures Congress, Boston, MA. URL: <https://arxiv.org/abs/1402.4180>
5. Elói Figueiredo, Ionut Moldovan, Manuel Barata Marques. Condition Assessment of Bridges: Past, Present and Future A Complementary Approach. Universidade Católica Editora. Pp. 199. URL: <https://www.researchgate.net/publication/260341703>
6. FRP Reinforcement for Concrete: Performance Assessment and New Construction Volume I: Sierrita De La Cruz Creek Bridge. Technical Report. GRANT: DTRT13-G-UTC45 Project Period: 10/1/2015 –6/1/16. Pp. 37. URL: <https://www.researchgate.net/publication/310843748>
7. Koch, G.H., Payer, J.H., Brongers, M.P.H., Thompson, N.G., and Virmani, Y.P. Payer, J.H. Corrosion Costs and Preventive Strategies in the United States. Report, National Association of Corrosion Engineers (NACE), Report No. FHWA-RD-01-156, 2002. Pp. 773. URL: <https://rosap.nhtl.bts.gov/view/dot/39217>

8. Гамеляк І.П., д-р техн. наук, Коваль Т.І. Удосконалення методики випробувань на втому бетонних перерізів елементів армованих неметалевою композитною базальтопластиковою арматурою. *Автомобільні дороги і дорожнє будівництво*. Вип. 99, 2017.

9. І.П. Гамеляк, Т.І. Коваль. Математична модель втомної міцності неметалевої стержневої арматури. *Збірник наукових праць. Серія: галузеве машинобудування, будівництво*. Вип. 1(43), ПолтНТУ, 2015.

10. Ali Mohammadi Mohaghegh. Structural Properties of High-Performance Macro Basalt Fibre Concrete; Flexure, Shear, Punching Shear and Fire Spalling. Doctoral Thesis, Stockholm, Sweden, 2018. P. 71. [URL:https://kth.divaportal.org/smash/get/diva2:1175773/FULLTEXT01.pdf](https://kth.divaportal.org/smash/get/diva2:1175773/FULLTEXT01.pdf)

11. Robert Sonnenscheina, Katarina Gajdosovaa, Ivan Hollya. FRP Composites and Their Using in the Construction of Bridges. World Multidisciplinary Civil Engineering-Architecture-Urban Planning Symposium 2016, Procedia Engineering 161, 2016. Pp. 477–482. URL:<https://doi.org/10.1016/j.proeng.2016.08.665>.

12. Цибульський В.М. Сучасні матеріали для армобетонних конструкцій автодорожніх мостів. XII Всеукраїнська заочна науково-практична конференція, Освіта і наука в Україні: шляхи розвитку та напрямки взаємодії: тези доповідей. м. Харків, 2020. С. 16-17.

13. Bakis, C., Bank, L., Brown, V., Cosenza, E., Davalos, J., Lesko, J., Machida, A., Rizkalla, S., and Triantafillou, T. Fiber-Reinforced Polymer Composites for Construction—State-of-the-Art Review. *ASCE Journal of Composites for Construction*, 6 (2), 2002. Pp. 73–87. [URL:https://www.researchgate.net/publication/284890851](https://www.researchgate.net/publication/284890851)

14. Fareed Mahmoud Elgabbas. Development and structural testing of new basalt fiber-reinforced-polymer (BFRP) bars in RC beams and bridge-deck slabs. A dissertation submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy (Civil Engineering) Sherbrooke (Québec) Canada. P. 283. URL:

https://savoirs.usherbrooke.ca/bitstream/handle/11143/8734/Elgabbas_Fareed_PhD_2016.pdf?isAllowed=y&sequence=1

15. InfoMine Research Group. Basalt Fiber-Based Thermal Insulating Materials Market Research in Russia. Moscow, 2007. URL: http://www.infomine.ru/files/catalog/246/file_246_eng.pdf

16. Mingchao, W., M., Zuoguang, Z., Yubin, L., Min, L., and Zhijie, S. Chemical Durability and Mechanical Properties of Alkali-Proof Basalt Fiber and Its Reinforced Epoxy Composites. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 27 (4), 2008. Pp. 393–407. URL: <https://doi.org/10.1177/0731684407084119>.

17. Subramanian, R. V., Tang, T. J. Y., Austin, H. F. Reinforcement of Polymers By Basalt Fibers. *SAMPE Quarterly*, 1977. Pp. 1-10. URL: <https://www.researchgate.net/publication/269871348>

18. Subramanian, R. V., 1978. Basalt Fiber – A New Cost Mineral Fiber For Composites. *Advanced Composites Technology – Conference on Advanced Composite Technology*, 1978. URL: <https://www.researchgate.net/publication/331982825>

19. Artemenko, S.E. Polymer Composite Materials Made from Carbon, Basalt, and Glass Fibers. *Structure and Properties, Fiber Chemistry* 35(3), 2003. Pp. 226-229. URL: <http://dx.doi.org/10.1023/A:1026170209171>

20. Sim, J., Park, Cheolwoo, Moon, Do Young, 2005. Characteristics of basalt fiber as a strengthening material for concrete structures, *Composites, Part B*, 2005. Pp. 504-512. URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.compositesb.2005.02.002>

21. Parnas, R., Shaw, M. Basalt fiber reinforced polymer composites, Project No. 03 – 7 NETCR63, 2007. URL: <https://www.researchgate.net/publication/228660003>.

22. Basaltex. The thread of stone, Wevelgem, Belgium. Available from Internet., 2008. URL: <http://www.basaltex.com>

23. Militky, J.K. Ultimate Mechanical Properties of Basalt Filaments. *Textile Research Journal* 66(4), 1996. Pp. 225-229. URL: <http://dx.doi.org/10.1177/004051759606600407>

24. Van de Velde, K., Kiekens, P., Van Langenhove, L., Cater, S. Basalt fibers as reinforcement for composites, Editorial, International Composites News, March 2002. URL: <https://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.470.12&rep=rep1&typepdf>

25. Karbhari, V. M. Durability of composites for civil structural applications. Woodhead Publishing Ltd, Cambridge, England, 2007. URL: https://www.researchgate.net/publication/296788160_Durability_of_composites_for_civil_structural_applications

26. O'Connor, J., Hooks, J. M., U.S.A.'s experience using fiber reinforced polymer (FRP) composite bridge decks to extend bridge service life, FHWA' Virtual Team. URL: <https://www.pwri.go.jp/eng/ujnr/tc/g/pdf/19/7-4oconnor.pdf>

27. Wu Zhishen, Wang Xin, Wu Gang, 2012. Advancement of Structural Safety and Sustainability with Basalt Fiber Reinforced Polymers, 13-15 June, CICE2012, Rome 2012. Pp. 29. URL: https://www.researchgate.net/publication/288673730_Advancement_of_structural_safety_and_sustainability_with_basalt_fiber_reinforced_polymers

28. Цибульський В.М., Харченко А.М. Аналіз властивостей композитних матеріалів, використаних для армування плит прогонових будов мостів. Modern systems of science and education in the USA, EU and post-Soviet countries, 2021. С. 46-49.

29. Karpiuk I., Karpiuk V., Klimenko E., Tselikova A., Khudobych A. Comparative analysis of research and calculated values of bearing capacity of reinforced concrete and basalt concrete beams according to recommendations of national design standards. *Bulletin of Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture*, 2020, no. 80. Pp. 43-49. URL: <https://www.researchgate.net/scientific-contributions/VasylKarpiuk2136910736>

30. ДСТУ-Н Б В.2.6-185: 2012. Настанова з проектування та виготовлення бетонних конструкцій з неметалевою композитною арматурою на основі базальто- і склоровінгу. Київ, Мінрегіон України, 2012.

31. ДСТУ Б В2.6.-156: 2010. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування. Київ, Мінрегіонбуд України, 2011.
32. ДСТУ Б В.2.7-312:2016. Арматура неметалева композитна базальтова періодичного профілю. Загальні технічні умови. Київ, Мінрегіонбуд України, 2016.
33. СОУ 42.1-37641918-091:2013. Будівельні матеріали. Бетони дорожні, армовані базальтовою фіброю. Загальні технічні вимоги. Київ, Укравтодор, 2016.
34. Marek Urbanskia, Andrzej Lapkob, Andrzej Garbaczc Investigation on Concrete Beams Reinforced with Basalt Rebars as an Effective Alternative of Conventional R/C Structures. 11th International Conference on Modern Building Materials, Structures and Techniques, MBMST 2013. Procedia Engineering 57, 2013. Pp. 1183 – 1191. URL: <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2013.04.149>
35. Kumar, S. V., & H. V. S. GangaRao. (1998). Fatigue Response of Concrete Decks Reinforced with FRP Rebars. *Journal of Structural Engineering*, 124(1), 1998. Pp.11–16. URL: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)07339445 \(1998\)124:1\(11\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)07339445 (1998)124:1(11))
36. Benmokrane, B., E. El-Salakawy, A. El-Ragaby, & T. Lackey. Designing and Testing of Concrete Bridge Decks Reinforced with Glass FRP Bars. *Journal of Bridge Engineering*, 11(2), 2006. Pp. 217–229. URL: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1084-0702\(2006\)11:2\(217\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1084-0702(2006)11:2(217))
37. Harik, I., P. Alagusundaramoorthy, R. Siddiqui, R. Lopez-Anido, S. Morton, P. Dutta, & B. Shahrooz. Testing of Concrete/FRP Composite Deck Panels. Proc., 5th Construction Materials Congress, Materials Engineering Division, Cincinnati, OH, 1999. Pp. 351–358. URL: [http://vtechworks.lib.vt.edu/bitstream/handle/10919/28234/Dissertation\(ZLiu\).pdf?sequence=1](http://vtechworks.lib.vt.edu/bitstream/handle/10919/28234/Dissertation(ZLiu).pdf?sequence=1)
38. Hassan, T., A. Abdelrahman, G. Tadros, & S. Rizkalla. Fiber Reinforced Polymer Reinforcing Bars for Bridge Decks. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 27(5), 2000. Pp. 839–849. URL: <https://doi.org/10.1139/cjce-27-5-839>
39. El-Salakawy, E. F., & B. Benmokrane. Serviceability of Concrete Bridge Deck Slabs Reinforced with FRP Composite Bars. *Structural Journal*, 101(5), 2004.

Pp. 727–736. URL:https://www.researchgate.net/publication/285681826_Serviceability_of_concrete_bridge_deck_slabs_reinforced_with_fiberreinforced_polymer_composite_bars

40. Holden, K. M., C. P. Pantelides, & L. D. Reaveley. Bridge Constructed with GFRP-Reinforced Precast Concrete Deck Panels: Case Study. *Journal of Bridge Engineering*, 19(5), 2014. Pp. 1-7. URL:[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)BE.1943-5592.0000589](https://doi.org/10.1061/(ASCE)BE.1943-5592.0000589)

41. Yost, J. R., & E. R. Schmeckpeper. Strength and Serviceability of FRP Grid Reinforced Bridge Decks. *Journal of Bridge Engineering*, 6(6), 2001. Pp. 605–612. URL:[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1084-0702\(2001\)6:6\(605\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1084-0702(2001)6:6(605))

42. Kwon, S.-C., P. K. Dutta, Y.-H. Kim, & R. Lopez-Anido. Comparison of the Fatigue Behaviors of FRP Bridge Decks and Reinforced Concrete Conventional Decks under Extreme Environmental Conditions. *KSME International Journal*, 17(1), 2003. Pp. 1–10. URL: <https://doi.org/10.1007/BF02984280>.

43. Chen, Y., J. F. Davalos, & I. Ray. Durability Prediction for GFRP Reinforcing Bars Using Short-Term Data of Accelerated Aging Tests. *Journal of Composites for Construction*, 10(4), 2006. Pp. 279–286. URL:[https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1090-0268\(2006\)10:4\(279\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0268(2006)10:4(279)).

44. Banibayat, P. and Patnaik, A. Creep Rupture Performance of Basalt Fiber Reinforced Polymer (BFRP) Bars. *ASCE Journal of Aerospace Engineering*, 28 (3), 2015. Pp. 401-407. URL: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)AS.1943-5525.0000391](https://doi.org/10.1061/(ASCE)AS.1943-5525.0000391)

45. Bakis, C., Bank, L., Brown, V., Cosenza, E., Davalos, J., Lesko, J., Machida, A., Rizkalla, S., and Triantafillou, T. Fiber-Reinforced Polymer Composites for Construction—State-of-the-Art Review. *ASCE Journal of Composites for Construction*, 6 (2), 2002. Pp. 73–87. URL: [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1090-0268\(2002\)6:2\(73\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0268(2002)6:2(73))

46. Dhand, V., Mittal, G., Rhee, K.Y., Park, S.J., and Hui, D. A Short Review on Basalt Fiber Reinforced Polymer Composites. *Journal of Composites Part B: Engineering*, 2015. Pp. 166–180. URL: <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2014.12.011>

47. Wu, G., Wang, X., Wu, Z., Dong, Z., and Zhang, G. Durability of Basalt Fibers and Composites in Corrosive Environments. *Journal of Composite Materials*, 49 (7), 2015. Pp. 873–887. URL: <https://doi.org/10.1177/0021998314526628>
48. Deák, T., and Czigány, T. Chemical Composition and Mechanical Properties of Basalt and Glass Fibers: A Comparison. *Textile Research Journal*, 79 (7), 2009. Pp. 645–651. URL: <https://doi.org/10.1177/0040517508095597>
49. Scheffler, C., Förster, T., Mäder, E., Heinrich, G., Hempel, S., Mechtcherine, V. Aging of Alkali-Resistant Glass and Basalt Fibres in Alkaline Solutions: Evaluation of the Failure Stress by Weibull Distribution Function. *Journal of Non-Crystalline Solids*, 2009. Pp. 2588–2595. URL: <https://doi.org/10.1016/j.jnoncrysol.2009.09.018>
50. Morozov, N.N., Bakunov, V.S., Morozov, E.N., Aslanova, L.G., Granovskii, P.A., Prokshin, V.V. and Zemlyanitsyn, A.A.. Materials Based on Basalt from the European North of Russia. *Journal of Glass Ceram*, 2001. Pp. 100–104. URL: <https://doi.org/10.1023/A:1010947415202>.
51. Mingchao, W., M., Zuoguang, Z., Yubin, L., Min, L., and Zhijie, S. (2008). Chemical Durability and Mechanical Properties of Alkali-Proof Basalt Fiber and Its Reinforced Epoxy Composites. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 2008.27 (4), Pp. 393–407. URL: <https://doi.org/10.1177/0731684407084119>
52. Li, H., XIAN, G., Ma, M., and WU, Durability and Fatigue Performances of Basalt Fiber/Epoxy Reinforcing Bars. *Proceedings of the 6th International Conference on FRP Composites in Civil Engineering (CICE)*, Rome, Italy, 2012. pp.8-32. URL: https://www.iifc.org/proceedings/CICE_2012/11_Durability%20and%20LongTerm%20Performance/11_140_Li,Xian%20et%20al_DURABILITY%20AND%20FATIGUE%20PERFORMANCES%20OF%20BASALT%20FIBER.pdf.
53. Sudha. C, and Mohan. G. S, Behaviour of fibre reinforced concrete using basalt fibre in beam column joint under cyclic loading, *ARPN Journal of Engineering and Applied Science*, 2019. Volume 14, ISSN 1819-6608. URL: https://www.researchgate.net/publication/333386589_Behaviour_of_fibre_reinforced_concrete_using_basalt_fibre_in_beam_column_joint_under_cyclic_loading

54. N. Rathod, M. Gonbare, and M. Pujari, Basalt Fiber Reinforced Concrete, International Journal of Science and Research (IJSR) ISSN (Online): 2319-7064. Pp.25-45. URL: <https://www.ijsr.net/archive/v4i5/SUB154134.pdf>

55. Kishore. S, Mounika. L, Maruthi. P, and Harikrishna, “Experimental study on the use of basalt aggregate in concrete mixes”, SSRG International Journal of Civil Engineering, 2015. Volume 12, issue 4. URL: https://www.researchgate.net/publication/288087227_Experimental_study_on_the_use_of_basalt_aggregate_in_concrete_mixes

56. S. Lokesh, R. Gokilapriya Dharshini, and G. Suresh, Experimental Comparative Study on Basalt and Steel Reinforcement in RC Beam. Journal of Civil Engineering and Environmental Technology Print ISSN: 2349-8404; Online ISSN: 2349-879X; Volume 2, Number 7; April-June, 2015. Pp. 626-629. URL: https://www.krishisanskriti.org/vol_image/08Jul2015020740102%20%20%20%20%20%20%20%20%20S%20Lokesh%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20%20626-629.pdf

57. M. Urbanski, A. Lapko, A. Garbacz, Investigation on Concrete Beams Reinforced with Basalt Rebars as an Effective Alternative of Conventional R/C Structures , 11th International Conference on Modern Building Materials, Structures and Techniques, MBMST, 2013, Procedia Engineering 57. Pp. 1183 – 1191. URL: <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2013.04.149>

58. T. Hulin, Hodicky. Kamil. Schmidt, J. Wittrup, Nielsen, J Henrik, Stang, Henrik, Fire performance of basalt FRP mesh reinforced HPC thin plates, In Proceedings of the 4th Asia-Pacific Conference on FRP in Structures (APFIS 2013) Swinburne University of Technology. URL: <https://www.semanticscholar.org/paper/Fire-performance-of-basalt-FRP-mesh-reinforced-HPC-HulinHodicky/c14912e0a19619a953f1f2dc7b396ebc855fafc0>

59. D. X. Hao, The progress of basalt fiber and its product technology abroad, China Building Materials Science and Technology, 1990. Vol. 3. Pp. 84-85.

60. Y. H. Gu, Alkali resistant mineral fiber, Fiber Glass, 1978. Vol. 4. Pp. 32–42.

61. Мишутин А.В., Солоненко И.П., Леонова А.В. Жесткие дорожные покрытия из цементобетона для автомобильных дорог. *Дорогі і мости*. Київ, 2018. Вип. 18. С. 119-127. DOI: <https://doi.org/10.36100/dorogimosti2018.18.119>
62. T. M. Borhan and C. G. Bailey, Modelling basalt fibre reinforced glass concrete slabs at ambient and elevated temperatures, *Materials and Structures*, 2014. Vol. 47, no. 6. Pp. 999–1009. URL: <https://doi.org/10.1617/s11527-013-0109-2>
63. M. Sinica, G. A. Sezeman, D. Mikulskis, M. Kligys, and V. ~ Cesnauskas, Impact of complex additive consisting of continuous basalt fibres and SiO₂ microdust on strength and heat resistance properties of autoclaved aerated concrete. *Construction and Building Materials*, 2014. Vol. 50. Pp. 718–726. URL: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2013.10.027>
64. T. Ayub, N. Shafiq, and M. F. Nuruddin, Effect of chopped basalt fibers on the mechanical properties and microstructure of high performance fiber reinforced concrete. *Advances in Materials Science and Engineering*, 2014. Vol. 2, Article ID 587686, Pp.1-14. URL: <https://doi.org/10.1155/2014/587686>
65. N. Kabay, Abrasion resistance and fracture energy of concretes with basalt fiber, *Construction and Building Materials*, 2014. Vol. 50. Pp. 95–101. URL: <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2013.09.040>
66. Nanjing Fiberglass Research and Design Institute, Melt mineral wool slag with containing titania, *Fiberglass*, 1978. Vol. 1. Pp. 6-10. URL: <https://www.allproducts.com/manufacture99/fiberglasschina/>
67. R. X. Shen, Improving durability of glass fiber in cement-base materials, *Journal of the Chinese Ceramic Society*, 1978. Vol. 6, no. 3, Pp. 199–213. URL: <http://www.jccsoc.com/EN/>
68. S. Q. Du, “Prospects for development and applied range of basalt fiber,” *Fiberglass*, 1980. Vol. 4, ,Pp. 49-53.
69. О.І. Валовой, О.Ю. Єрмоменко, М.О. Валовой, Характеристики міцності та жорсткості балок армованих базальтовою арматурою. *Вісник Криворізького національного університету*, вип. 44, 2017. С.76-80.

70. В.М. Карпюк, А.С. Целікова, А.О. Худобич, І.А. Карпюк, А.І. Костюк. Виявлення закономірностей зміни несучої здатності, тріщиностійкості та деформативності бетонних балок з BFRP. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 6 (1 (102)), С.33–40. URL: <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2020.209378>.

71. Володько О.В. Конструювання та розрахунок дорожнього та аеродромного нагрівних покриттів: дис. кан.тех.наук: 05.22.11, 2012. С. 186.

72. Шехтер О.Я. Расчет бесконечной фундаментной плиты, лежащей на упругом основании конечной и бесконечной мощности и нагруженной сосредоточенной силой. В кн.: Сб. трудов НИС Треста глубинных работ. М.–Л., Изд-во строительной литературы, 1939. С. 133-139.

73. Бабков В.Ф. Некоторые вопросы расчета толщины бетонных покрытий и оснований. *Цементный бетон в дорожном строительстве*, Дориздат, 1950. С. 125-140.

74. Гамеляк І.П. Основи забезпечення надійності конструкцій дорожнього одягу : дис... д-ра техн. наук: 05.22.11. Національний транспортний ун-т. - К., 2005.

75. Иванов Н.Н. Проектирование дорожных одежд. Н.Н. Иванов, А.К. Зацепин, М.В. Корсунский. Автотрансиздат. М, 1955. С. 42-49.

76. Павленко Н.В., Шуляк І.С. Вплив механізму контактної взаємодії елементів на напружено-деформований стан дорожніх одягів різного типу. Автомобільні дороги і дорожнє будівництво. Науково-технічний збірник, 2019. Вип. 106. С.82-86. URL: http://publications.ntu.edu.ua/avtodorogi_i_stroitelstvo/106/82.pdf

77. Кульчицкий В.А. Аэродромные покрытия. Современный взгляд/ Кульчицкий В.А., Макагонов В.А., Васильев Н.Б., Чеков А.Н. и др. Москва, Физматлит, 2002. С. 524.

78. Лехницкий С.Г. Анизотропные пластины/ С.Г. Лехницкий. М.: Изд-во техн.-теор. лит., 1957. С. 463.

79. Амбарцумян М.А. Теория анизотропных пластин. М.:Наука,1987. С. 360.
80. Тимошенко С.П. Пластинки и оболочки. Гос. изд-во физ.-мат. Литературы, Москва, 1963. С. 636.
81. Пискунов В.Г., А.О. Рассказов. Развитие теории слоистых пластин и оболочек. *Прикл. механика*, 2002. 38, № 2. С. 22-57.
82. Канін О.П., Гриневицький Б.В., Цибульський В.М. Побудова неklasичної розрахункової моделі міцності композитної балочно-плитної конструкції автодорожніх мостів. *Автомобільні дороги і дорожнє будівництво: наук.-тех.*, 2018. Збірник. Вип. 104, С. 82-86.
83. Галеркин Б.Г. Собрание сочинений. М.: Изд-во АН СРСР, 1952. Т.1. С. 347-362.
84. Власов Б.Ф. Об одном случае изгиба прямоугольной толстой плиты.. Вест. МГУ, 1957. № 2. С. 25-34.
85. Брюккер Л.Э. Некоторые варианты упрощения уравнений изгиба трехслойных пластин. *Расчеты элементов авиационных конструкций*. М.: Машиностроение, 1965. Вып. 3. С. 74-99.
86. Timoshenko S.P., Goodier J.N. Theory of Elasticity. New York: McCraw-Hill, 1970. Pp. 576.
87. Pagano N.J., Hatfields S.J. Elastic behavior of multilayered bidirectional composites. *AIAA Journal*, 1972. 10, N. 7. Pp. 931-933.
88. Прусаков А.П., Бондаренко В.Д., Прусаков В.А. Изгиб свободно опертых трехслойных пластин несимметричного строения при действии поперечной синусоидальной нагрузки (точное решение). Днепропетровск, 1986. С. 40.
89. Василенко А.Т., Григоренко Я.М., Панкратова Н.Д. Напряженное состояние трансверсально-изотропных неоднородных толстостенных сферических оболочек. *Докл. АН СРСР. Механика твердого тела*, 1976. № 1. С. 59-66.

90. Noor A.K., Burton W.S. Three-dimensional solutions for antisymmetrically laminated anisotropic plates. *J. Appl. Mech. ASME*, 1990. 57. Pp. 182-187.
91. Savoia M., Reddy J.N. A variational approach to three-dimensional elasticity solutions of laminated composite plates. *J. Appl. Mech. ASME*, 1992. 59. Pp. 166-175.
92. Немиш Ю.Н. Элементы механики кусочно-однородных тел с неканоническими поверхностями раздела. К.: Наук. Думка, 1989. С. 312.
93. Прусаков А.П. О построении теории изгиба пластин средней толщины энерго-асимптотическим методом. *Прикл. механіка*, 1975. 11, № 10. С. 44-51.
94. Ворович И.И. Некоторые математические вопросы теории пластин и оболочек. *Тр. II Всесоюз. съезда по теор. и прикл. механике. Механика твердого тела*. М.: Наука, 1965. Вып. 3. С. 116-136.
95. Гольденвейзер А.Л. Построение приближенной теории оболочек при помощи асимптотического интегрирования уравнений теории упругости. *Прикл. математика и механіка*, 1962. 26, № 4. С. 668-686.
96. Reissner E. On the theory of bending of elastic plates. *J. Math. and Phys*, 1944. 33. Pp. 184-191.
97. Плеханов А.В. О построении теории изгиба многослойных пластин средней толщины. *Сопротивление материалов и теория сооружений*. 00 К.: Будівельник, 1977. № 31. С. 67-72
98. Власов В.З., Леонтьев Н.Н. Балки, пластины и оболочки на упругом основании. М.: Госфизматлит, 1960. С. 491.
99. Векуа И.Н. Об одном методе расчета призматических оболочек. *Тр. Тбилис. мат. ин-та*, 1955. С. 191-195.
100. Кильчевский Н.А. Основы аналитической механики оболочек. К.: Изд-во АН УССР, 1972. С. 354.
101. Лурье А.И. Пространственные задачи теории упругости. М.: Гостехиздат, 1955. С. 492.

102. Муштари Х.М., Терегулов И.Г. К теории оболочек средней толщины. Докл. АН СССР, 1959.128, № 6. С. 1144-1148.
103. Марчук О.В. Просторові задачі механіки деформування шаруватих тіл. К.:Видавн.Сталь, 2009. С. 124.
104. Григолюк Э.И., Коган Ф.А. Современное состояние теории многослойных оболочек. *Прикл. механика*, 1972. 8, № 6. С. 3-17.
105. Пискунов В.Г. Об одном варианте неклассической теории многослойных пологих оболочек и пластин. *Прикл. Механика*, 1979. 15, № 11. С. 76-81.
106. Дудченко А.А., Лурье С.А., Образцов И.Ф. Анизотропные многослойные пластины и оболочки. М.: ВИНТИ. Итоги науки и техники. Сер. *Механика твердого деформируемого тела*, 1983. С. 3-68.
107. Reissner E. Finite Deflections of Sandwich Plates. *J. Math. and Phys*, 1944. 33. Pp. 184-191.
108. Прусаков А.П. Основные уравнения трехслойных пластин с легким заполнителем. *Прикл. математика и механика*, 1951.11, № 1. С. 27-36.
109. Брюккер Л.Э. Некоторые варианты упрощения уравнений изгиба трехслойных пластин. *Расчеты элементов авиационных конструкций*. М.: Машиностроение, 1965. Вып. 3. С. 74-99.
110. Королев В.И. Упруго-пластические деформации оболочек. М.: Машиностроение, 1971. С. 303.
111. Тамуров Ю.Н. Вариант обобщенной теории трехслойных пологих оболочек с учетом обжатия физически нелинейного заполнителя. *Прикл. механика*, 1990. 26, № 12. С. 39-45.
112. Чулков П.П. Общая теория слоистых оболочек. *Докл. АН СРСР. Механіка твердого тела*, 1967. № 6. С. 167-170.
113. Григолюк Э.И., Чулков П.П. Нелинейные уравнения пологих многослойных оболочек регулярного строения. *Докл. АН СРСР. Механіка твердого тела*, 1967. № 1. С. 163-169.

114. Баев Л.В., Чулков П.П. К расчету слоистых пластин. *Механика полимеров*, 1969. № 6. С. 11-18.
115. Болотин В.В. К теории слоистых пластин. *Изв. АН СРСР. Отд-ние техн. наук Механіка и машиностроение*, 1963. № 3. С. 65-72.
116. Болотин В.В., Новиков Ю.Н. Механика многослойных конструкций. М.: Машиностроение, 1980. С. 374.
117. Григоренко Я.М., Василенко А.Т., Панкратова Н.Д. Статика анизотропных толстостенных оболочек. Киев: Вища школа. Головное изд-во, 1985. С. 190.
118. Григоренко Я.М. Изотропные и анизотропные слоистые оболочки вращения переменной жесткости. К.: Наук. думка, 1973. С. 288.
119. Кантор Б.Я. Нелинейные задачи теории неоднородных пологих оболочек. К.: Наук. думка, 1971. С. 136.
120. Королев В.И. Слоистые анизотропные пластинки и оболочки из армированных пластмасс. М.: Машиностроение, 1965. С. 272.
121. Timoshenko S.P. On the correction for shear of the differential equation for transverse vibrations of prismatic bars. *Philosophical Magazine and Journal of science*, 1921. 41, Ser. 6, N 245. Pp. 744-746.
122. Муштари Х.М. Теория изгиба плит средней толщины. *Изв. АН СССР. Отд-ние техн. наук. Механика и машиностроение*, 1959. № 2. С. 107-113.
123. Рябов О.Ф. Розрахунок багатопарових оболонок. К.: Будівельник, 1968. С. 96.
124. Рассказов А.О., Соколовская И.И., Шульга Н.А. Теория и расчет слоистых ортотропных пластин и оболочек, К.: Вища шк. Голов. Изд-во, 1986. С. 192.
125. Гуляев В.И., Баженов В.А., Лизунов П.П. Неклассическая теория оболочек и ее приложение к решению инженерных задач, Львов: Изд-во при Львов. ун-те, 1978. С. 192.

126. Чибиряков В.К. Об одном варианте уравнений цилиндрического изгиба нетонких пластин. *Сопротивление материалов и теория сооружений*, К.: Будівельник, 1977. № 31. С. 59-67.

127. Хома И.Ю. Обобщенная теория анизотропных оболочек, К.: Наук. думка, 1986. С. 170.

128. Сахаров А.С., Козак А.Л., Гондлях А.В., Мельников С.Л. Математическая модель деформирования многослойных композитных оболочечных систем. *Сопротивление материалов и теория сооружений*, К.: Будівельник, 1984. № 44. С. 13-16.

129. Рассказов А.О., Бурьгина А.В. К уточнению сдвиговой теории слоистых пологих ортотропных оболочек. *Прикл. Механика*, 1988. № 4. С. 31-37.

130. Пискунов В.Г., Гуртовой А.Г., Сипетов В.С. К уточнению теории анизотропных пластин. *Прикл. механика*, 1984. № 5. С. 82-87.

131. Сипетов В.С. Уточненный анализ поведения слоистых композитных конструкций при тепловом и статическом воздействиях. *Механика композитных материалов*, 1989. № 1. С. 142-149.

132. Пискунов В.Г. Проблема построения моделей физико-механических процессов в слоистых конструктивных системах. *Механика неоднородных структур*. Львов, 1987. С. 211-212.

133. Горик О.В., Піскунов В.Г., Чередніков В.М.. Механіка деформування композитних брусів. Монографія. – Полтава-Київ: Полтавська державна аграрна академія, Національний транспортний університет, 2008. С. 404.

134. Швабюк В.И. Учет эффекта сжимаемости нормали в контактных задачах для трансверсально-изотропных плит. *Прикл. механика*, 1980. Выпуск 16, № 4. С. 71-77.

135. Пискунов В.Г., Вериженко В.Е., Присяжнюк В.К., Сипетов В.С., Карпиловский В.С. Расчет неоднородных оболочек и пластин методом конечных элементов. К.: Вища школа, 1987. С. 200.

136. Варвак П.М., Бузун И.М., Городецкий А.С. и др. Метод конечных элементов. К.: Вища шк., 1981. С. 176.

137. Баженов В.А., Саханов А.С., Гондляр А.В., Мельников С.Л. Нелинейные задачи механики многослойных оболочек. К.: НДІ Буд механіка. С. 264.

138. Канін О.П., Гриневицький Б.В., Цибульський В.М. Порівняльний аналіз вигину балочно-плитних систем мостів під дією синусоїдального навантаження. *Автомобільні дороги і дорожнє будівництво. Науково-технічний збірник*, 2019. Вип. 106. С.34-40.

139. Tsybulskiy V.M., Evelopment of a method for calculating reinforced concrete structural elements of pavement bridges. *Modern engineering and innovative technologies*, 2020. Issue №14, volume 4. Pp. 6-11.

140. Піскунов В.Г., Цибульський В.М. Постановка методики розрахунку армобетонних конструктивних елементів на основі моделі шаруватих систем. *Вісник Національного транспортного університету*, 2011. С. 327-332.

141. Піскунов В.Г., Цибульський В.М. Розрахунок шаруватих конструкцій дорожнього одягу мостів армованого композитними матеріалами. *Вісник Національного транспортного університету*, 2012. Вип.26. С. 448-452.

142. Коваль М.П., Кот Д.В., Цибульський В.М. Дослідження напружено-деформованого стану плит проїзної частини автодорожніх мостів зі залізобетонною незнімною опалубкою за допомогою натурних випробувань. LXX наукова конференція професорсько-викладацького складу, студентів та співробітників відокремлених структурних підрозділів університету: тези доповідей. К.: НТУ, 2014. С. 192.

143. Канін О.П., Гриневицький Б.В., Цибульський В.М. Розрахунок плити проїзної частини автодорожнього моста за неklasичною моделлю. *Автомобільні дороги і дорожнє будівництво. Науково-технічний збірник*, 2020. Вип. 107. С. 40-44.

144. Піскунов В.Г., Цибульський В.М. Розрахунок плит дорожнього одягу мостів з армобетонних конструктивних елементів на основі моделі шаруватих систем. 11-та Міжнародна наукова конференція «Математичні проблеми технічної механіки»: тези доповідей, м. Дніпродзержинськ, 2012. С. 173.

145. Цибульський В.М. Порівняльний аналіз розрахунку елементів прогонових будов мостів з армуванням різними матеріалами. LXXII наукова конференція професорсько-викладацького складу, студентів та співробітників відокремлених структурних підрозділів університету: тези доповідей. К.: НТУ, 2016. С. 217.

146. Fareed Elgabbas, Ehab A. Ahmed, M.ASCE and Brahim Benmokrane. Experimental Testing of Concrete Bridge-Deck Slabs Reinforced with Basalt-FRP Reinforcing Bars under Concentrated Loads. *American Society of Civil Engineers*, 2016. DOI: 10.1061/(ASCE)BE.1943-5592.0000892.

147. Brahim Benmokrane, Ehab F. El-Salakawy. Fibre-reinforced polymer composite bars for the concrete deck slab of Wotton Bridge. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 2003. Pp. 861-870. DOI:10.1139/I04-037.

148. Tsybul'skyi V.M., Kharchenko A.N. Features of sliding structures design of bridges reinforced with composite materials. *Modern engineering and innovative technologies*. Issue №15, Part 1. Indexed in INDEX COPERNICUS (ICV: 84.35), Germany, 2021. Pp. 75-83. DOI: 10.30890/2567-5273.2021-15-01-096

149. Цибульський В.М. Дослідження поведінки армобетонних конструктивних елементів з використанням базальтових композитних матеріалів. Міжнародна наукова інтернет-конференція «Інформаційне суспільство: технологічні, економічні та технічні аспекти становлення», випуск 54: тези доповідей, м. Тернопіль, 2020. С. 100-103.

150. Цибульський В.М. Зарубіжний досвід використання сучасних композитних матеріалів для посилення бетонних конструктивних елементів мостів. І Міжнародна науково-практична конференція «Наука. Інновації. Якість» (SIQ): тези доповідей, м. Бердянськ, БДПУ, 2020. С. 203-207.

151. ДСТУ-Н Б В.2.3-23 Настанова з оцінювання і прогнозування технічного стану автодорожніх мостів. Київ, Міністерство регіонального розвитку, будівництва та житлово-комунального господарства України, 2013. С 23.

152. Богданофф Дж., Козин Ф. Вероятностные модели накопления повреждений / Дж. Богданофф, Ф. Козин ; [пер. с англ.] – М.: Мир, 1989. С. 344.

153. Лантух-Лященко А. І. До розробки галузевої аналітичної експертної системи управління мостами. *Зб. Автомобільні дороги і дорожнє будівництво*. Вип. 69. К., 2004. С. 120–126.

154. Larysa Bodnar, Alex Kanin, Sergii Stepanov. Genetic Algorithm to optimize the strategies for bridge repair works. *7th Transport Research Arena TRA 2018 (TRA 2018) (TRA2018)*, Vienna, April 16, 2018. Pp. 10. URL: <https://zenodo.org/record/1485402#.YFuhEiR3Nph>, DOI: 10.5281/zenodo.1485402

155. Давиденко О.О. Моделирование жизненного цикла автодорожных мостов/: дис. канд. техн. наук: 05.23.17 Давиденко Олександр Олександрович; Національний транспортний університет – К., 2017. – 170 с.

156. Kharchenko A., Zaviysky O., Tsybulskyi V., Zavorotnyi S. Development of methods for parameters of long-term contracts optimization for operational road maintenance. *Technology Audit and Production Reserves*, Issue №2 (57), Part 1, 2021. Pp. 49–53. <https://doi.org/10.15587/2706-5448.2021.225532>

ДОДАТОК А
АЛГОРИТМ РОЗРАХУНКУ АРМОВАНОГО ЦЕМЕНТОБЕТОННОГО
ДОРОЖНЬОГО ОДЯГУ НА ПРОГОНОВІЙ БУДОВІ МОСТА У
ПРОГРАМІ MATHCAD

Алгоритм розрахунку армованого цементобетонного дорожнього одягу на прогоновій будові моста у програмі Mathcad

Введіть дані армування:

- армування ЦБ композитними стержнями з кроком через, см: $a_{ar} := 20$
- діаметр арматури, см: $d := 0.8$
- товщина цементобетонного дорожнього одягу, см: $h_{ЦБ} := 11$
- глибина армування ЦБ дорожнього одягу (від поверхні ДО), см: $h_v := 3$

ORIGIN := 1

1. Розрахунок дорожнього одягу (ДО) з плитою (загальний)

$$\underline{K} := \frac{9.80665}{g}$$

1.1 Вихідні дані

Пакет системи «ДО-плита» мосту розбивається на шари $i = 1, 2, \dots, n$, кожен з яких має свою товщиною h_i (м), шириною b_i (м) та фізико-механічні характеристики, які потрібно ввести у матрицю даних (модуль пружності E_i (МПа), коефіцієнт Пуассона ν_i , розрахункові опори на розтяг R_P (МПа) та стиск R_{CT} (МПа)).

Введіть дані:

- загальна кількість шарів (n) $n := 10$
- кількість шарів дор. одягу (n_{DO}) $n_{DO} := 4$ $n_{DO} = 4$ $n_{PL} := n - n_{DO}$ $n_{PL} = 6$
- розрахунковий згинаючий момент $M := 33.22 \cdot 10^{-3} K \cdot N \cdot m$ $M = 0.03322 m \cdot MN$
- рівнодіюча навантаження $F_p := 0.1625 \cdot K \cdot N$ $F_p = 0.1625 MN$
- розміри штампа навантаження $e' := 0.2m$ $d' := 0.8m$

F_p та розміри штампу (e і d) відповідають нормативному навантаженню, яке визначає розрахунковий момент (М):

- від *AT*
- від двох *A-15*
- від *HK-100*

$$P_{AT} := 0.148 \cdot N \cdot K$$

$$P_{2A11} := 0 \cdot N \cdot K$$

$$P_{HK} := 0.1625 \cdot N \cdot K$$

$$e'_{AT} := 0.2m$$

$$e'_{2A11} := 0m$$

$$e'_{HK} := 0.2m$$

$$d'_{AT} := 0.6m$$

$$d'_{2A11} := 0m$$

$$d'_{HK} := 0.8m$$

Матриці даних:

2

- товщина шарів (h_i)- модулі пружності шарів (E_i)- коефіцієнти Пуассона (ν_i)- розрахункові опори (R_P, R_{CT})

$$\begin{aligned}
 h = \begin{pmatrix} 0.03 \\ 0.0006031858 \\ 0.0793968142 \\ 0.01 \\ 0.03 \\ 0.02 \\ 0.001331 \\ 0.177765 \\ 0.000904 \\ 0.02 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad m \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} 36000 \\ 45000 \\ 36000 \\ 900 \\ 30000 \\ 36000 \\ 200000 \\ 36000 \\ 200000 \\ 36000 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad m^{-2} \cdot MN = \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.2 \\ 0.2 \\ 0.25 \\ 0.2 \\ 0.2 \\ 0.3 \\ 0.2 \\ 0.3 \\ 0.2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad R_P = \begin{pmatrix} 3.6 \\ 600 \\ 3.6 \\ 1.3 \\ 0.95 \\ 1.27 \\ 265 \\ 1.27 \\ 265 \\ 1.27 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad R_{CT} = \begin{pmatrix} 20 \\ 600 \\ 20 \\ 1.3 \\ 13 \\ 20 \\ 265 \\ 20 \\ 265 \\ 20 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad n
 \end{aligned}$$

Введені дані:

$$n = 10$$

3

$$n_{DO} = 4$$

$$n_{PL} = 6$$

$$e' = 0.2 \text{ m} \quad d' = 0.8 \text{ m}$$

$$M = 0.03322 \text{ m} \cdot MN$$

$$F_p = 0.1625 \text{ MN}$$

Загальна товщина пакету "ДО-плита" мосту:

$$\underline{H} := \sum_{i=1}^n h_i \quad H = 0.37 \text{ m}$$

1.2. Визначення центра ваги (жорсткості)

Для кожного шару визначається жорсткість на розтяг :

$$B := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1 \dots n \\ B_i \leftarrow \frac{E_i \cdot b_i \cdot h_i}{1 - (i)^2} \\ B \end{array} \right.$$

Координати центрів ваги відносно осі Oy , положення якої збігається з верхньою межею конструкції :

$$z := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1 \dots n-1 \\ z_1 \leftarrow \frac{h_1}{2} \\ z_{i+1} \leftarrow \sum_{i=1}^i h_i + \frac{h_{i+1}}{2} \quad \text{if } n \neq 1 \\ z \end{array} \right.$$

$$z = \begin{pmatrix} 0.015 \\ 0.0303015929 \\ 0.0703015929 \\ 0.115 \\ 0.135 \\ 0.16 \\ 0.1706655 \\ 0.2602135 \\ 0.349548 \\ 0.36 \end{pmatrix} \text{ m}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1125 \\ 28.2743338823 \\ 2977.3805328942 \\ 9.6 \\ 937.5 \\ 750 \\ 292.5274725275 \\ 6666.1875 \\ 198.6813186813 \\ 750 \end{pmatrix} \text{ MN}$$

4

Координата центра ваги (жорсткості)
усього пакету шарів конструкції :

$$z_C = 0.1892019831 \text{ м}$$

$$z_C := \frac{\sum_{i=1}^n (B_i \cdot z_i)}{\sum_{i=1}^n B_i}$$

1.3. Визначення жорсткості конструкції при згині – циліндричної жорсткості

Для кожного шару $i = 1, 2, \dots, n$ визначається
власна циліндрична жорсткість шарів :

$$D := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1 \dots n \\ D_i \leftarrow \frac{B_i \cdot (h_i)^2}{12} \\ D \end{array} \right.$$

$$D = \left(\begin{array}{c} 0.084375 \\ 8.5726153766 \times 10^{-7} \\ 1.5640810416 \\ 0.00008 \\ 0.0703125 \\ 0.025 \\ 0.0000431859 \\ 17.5545133037 \\ 0.0000135305 \\ 0.025 \end{array} \right) \text{ м}^4$$

Координати центрів ваги (жорсткості) шарів
відносно центральної осі Cy_C :

$$c := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1 \dots n \\ c_i \leftarrow z_i - z_C \\ c \end{array} \right.$$

$$c = \left(\begin{array}{c} -0.1742019831 \\ -0.1589003902 \\ -0.1189003902 \\ -0.0742019831 \\ -0.0542019831 \\ -0.0292019831 \\ -0.0185364831 \\ 0.0710115169 \\ 0.1603460169 \\ 0.1707980169 \end{array} \right) \text{ м}$$

Загальна циліндрична жорсткість конструкції плити при згині:

$$D_{zag} := \sum_{i=1}^n [D_i + (c_i)^2 \cdot B_i] \quad D_{zag} = 160.4186460794 \text{ м}^4 \cdot MN$$

1.4. Визначення напружень

Обчислення координат верхньої та нижньої поверхонь шарів відносно центральної осі Cy_C :

$$z' := \begin{cases} \text{for } i \in 1 \dots n \\ \quad \text{if } n \neq 1 \\ \quad \quad z'_1 \leftarrow -z_C \\ \quad \quad z'_{i+1} \leftarrow \sum_{i=1}^i h_i - z_C \\ \quad z'_n \leftarrow -z_C \text{ otherwise} \end{cases}$$

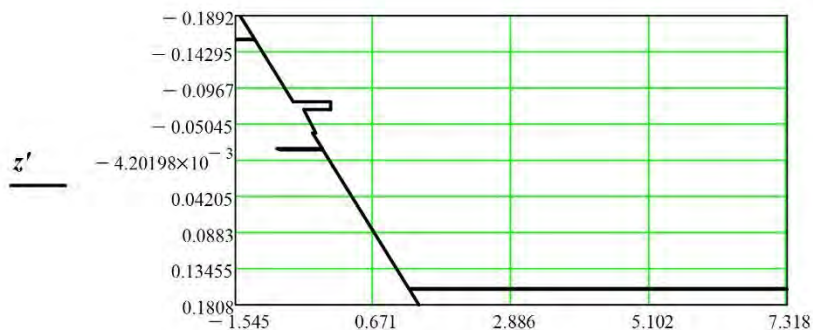
$$z' = \begin{pmatrix} -0.1892019831 \\ -0.1592019831 \\ -0.1585987973 \\ -0.0792019831 \\ -0.0692019831 \\ -0.0392019831 \\ -0.0192019831 \\ -0.0178709831 \\ 0.1598940169 \\ 0.1607980169 \\ 0.1807980169 \end{pmatrix} m$$

Обчислення напружень:

$$i := 1 \dots 2 \cdot n \quad zag_i := \frac{E'_i \cdot M \cdot z'_i}{[1 - (\nu'_i)^2] \cdot D_{zag}}$$

$$zag = \begin{pmatrix} -1.4692704135 \\ -1.2363018596 \\ -1.5453773245 \\ -1.5395221861 \\ -1.2316177489 \\ -0.6150523825 \\ -0.015745341 \\ -0.0137573427 \\ -0.4478301649 \\ -0.2536897032 \\ -0.3044276439 \\ -0.1491152746 \\ -0.8739356754 \\ -0.8133581623 \\ -0.1387792364 \\ 1.2416759299 \\ 7.2772215669 \\ 7.318365122 \\ 1.2486960489 \\ 1.4040084182 \end{pmatrix} m^{-2} \cdot MN$$

Епюра напружень (МПа):



zag

6

1.5. Уточнення напружень в шарах дорожнього одягу

Визначення площ передачі навантаження на межах шарів:

$$e = \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.26 \\ 0.2612063716 \\ 0.42 \\ 0.44 \end{pmatrix} m \quad d = \begin{pmatrix} 0.8 \\ 0.86 \\ 0.8612063716 \\ 1.02 \\ 1.04 \end{pmatrix} m \quad A = \begin{pmatrix} 0.16 \\ 0.2236 \\ 0.2249525915 \\ 0.4284 \\ 0.4576 \end{pmatrix} m^2$$

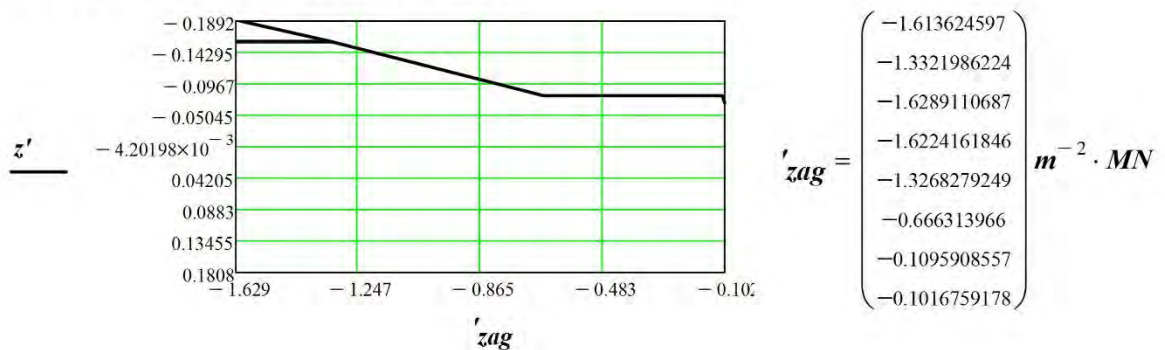
Визначення поперечних нормальних напружень на межах шарів:

$$z := \begin{cases} \text{for } i \in 1..n_{DO} + 1 \\ z_i \leftarrow \frac{-Fp}{A_i} \\ z \end{cases} \quad z.zag = \begin{pmatrix} -1.015625 \\ -0.726744186 \\ -0.726744186 \\ -0.7223744297 \\ -0.7223744297 \\ -0.379318394 \\ -0.379318394 \\ -0.3551136364 \end{pmatrix} m^{-2} \cdot MN$$

Визначення загальних уточнених нормальних напружень на межах шарів:

$$'zag := \begin{cases} \text{for } i \in 1..2 \cdot n_{DO} \\ 'i \leftarrow [1 - ('i)^2] \cdot zag_i + 'i \cdot z.zag_i \end{cases}$$

Епюра уточнених напружень (МПа):



1.6. Перевірка міцності

7

Визначення $\max$ та $\min$ нормальних напружень на межах шарів:

$$\max.zag := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..2 \cdot n_{DO} \\ \max_i \leftarrow \frac{1}{2} \cdot \left['zag_i + z.zag_i + \sqrt{\left('zag_i - z.zag_i \right)^2} \right] \\ \max \end{array} \right.$$

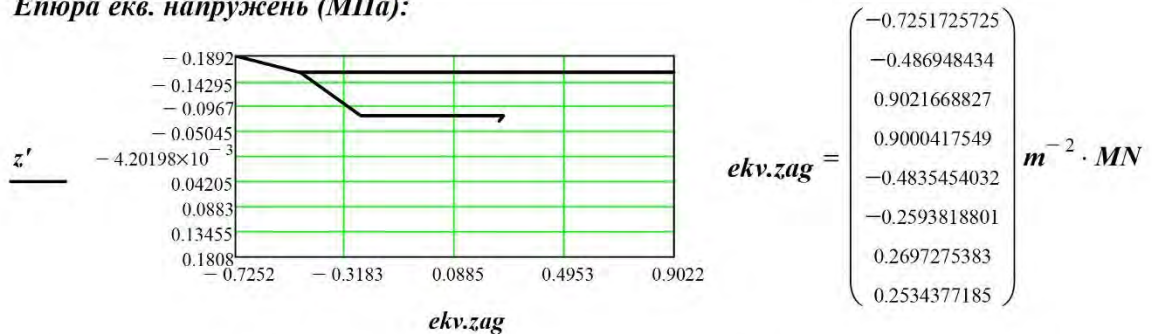
$$\min.zag := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..2 \cdot n_{DO} \\ \min_i \leftarrow \frac{1}{2} \cdot \left['zag_i + z.zag_i - \sqrt{\left('zag_i - z.zag_i \right)^2} \right] \\ \min \end{array} \right.$$

Визначення еквівалентних напружень на межах шарів:

$$ekv.zag := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..2 \cdot n_{DO} \\ ekv_i \leftarrow \max.zag_i - \frac{R_{P_i}}{R_{CT_i}} \cdot \min.zag_i \\ ekv \end{array} \right. \quad i := 1..2 \cdot n_{DO}$$

Умова міцності: $ekv.zag < R_P$

Епюра екв. напружень (МПа):



2. Розрахунок ДО з плитою (загальний) з врахуванням тріщин у розтягнутій зоні

2.1. Виділення розтягнутої зони

Визначення номеру шару k' , в якому центр ваги перерізу: $k' = 8$ $h_{k'} = 0.177765 m$

Товщини розділених шарів у шарі k' визначаються за формулами, відповідно:

$$h'_{k'} := z_C - \sum_{i=1}^{k'} h_i + h_{k'} \quad h''_{k'} := h_{k'} - h'_{k'}$$

- персформування вихідних даних:

$$h'_{k'} = 0.0178709831 \hat{m}$$

$$h''_{k'} = 0.1598940169 m$$

$$h = \begin{pmatrix} 0.03 \\ 0.0006031858 \\ 0.0793968142 \\ 0.01 \\ 0.03 \\ 0.02 \\ 0.001331 \\ 0.0178709831 \\ 0.1598940169 \\ 0.000904 \\ 0.02 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} m \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} m \quad E = \begin{pmatrix} 36000 \\ 45000 \\ 36000 \\ 900 \\ 30000 \\ 36000 \\ 200000 \\ 36000 \\ 36000 \\ 200000 \\ 36000 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} m^{-2} \cdot MN = \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.2 \\ 0.2 \\ 0.25 \\ 0.2 \\ 0.2 \\ 0.3 \\ 0.2 \\ 0.2 \\ 0.3 \\ 0.2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Кількість шарів після переформування:

$$n_I := n + 1 \quad \underline{n} := n_I \quad n = 11$$

Заміна модулів пружності матеріалів у розтягнутій зоні на $E_I = 1$ МПа , крім арматури:

$$E_I := 1 \cdot Pa \cdot K \quad E_S := 200 \cdot 10^3 \cdot Pa \cdot K$$

$$E_I = 1 \, m^{-2} \cdot M \cdot E_S = 200000 \, m^{-2} \cdot MN$$

$$E := \left| \begin{array}{l} E \leftarrow E \\ \text{for } i \in k' + 1 \dots n \\ \quad E_i \leftarrow E_I \text{ if } E_i \neq E_S \\ E \end{array} \right.$$

$$k = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \end{pmatrix}$$

9

$$E = \begin{pmatrix} 36000 \\ 45000 \\ 36000 \\ 900 \\ 30000 \\ 36000 \\ 200000 \\ 36000 \\ 1 \\ 200000 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} m^{-2} \cdot MN$$

2.2. Визначення центра ваги (жорсткості)

Для кожного шару визначається жорсткість на розтяг формула :

$$B := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1 \dots n \\ \quad B_i \leftarrow \frac{E_i \cdot b_i \cdot h_i}{1 - (i)^2} \\ B \end{array} \right.$$

Координати центрів ваги відносно осі Oy , положення якої збігається з верхньою межею конструкції :

$$z := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1 \dots n-1 \\ \left| \begin{array}{l} z_1 \leftarrow \frac{h_1}{2} \\ z_{i+1} \leftarrow \sum_{i=1}^i h_i + \frac{h_{i+1}}{2} \text{ if } n \neq 1 \end{array} \right. \\ z \end{array} \right.$$

Координата центра ваги (жорсткості усього пакету шарів конструкції) :

$$z'_C = 0.1022913013 \, m$$

$$z = \begin{pmatrix} 0.015 \\ 0.0303015929 \\ 0.0703015929 \\ 0.115 \\ 0.135 \\ 0.16 \\ 0.1706655 \\ 0.1802664916 \\ 0.2691489916 \\ 0.349548 \\ 0.36 \end{pmatrix} m$$

$$B = \begin{pmatrix} 1125 \\ 28.2743338823 \\ 2977.3805328942 \\ 9.6 \\ 937.5 \\ 750 \\ 292.5274725275 \\ 670.1618667364 \\ 0.1665562676 \\ 198.6813186813 \\ 0.0208333333 \end{pmatrix} MN$$

$$z'_C := \frac{\sum_{i=1}^n (B_i \cdot z_i)}{\sum_{i=1}^n B_i}$$

2.3. Визначення жорсткості конструкції при згині – циліндричної жорсткості

Для кожного шару $i = 1, 2, \dots, n$ визначається власна циліндрична жорсткість шарів :

$$D := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1 \dots n \\ \left| \begin{array}{l} D_i \leftarrow \frac{B_i \cdot (h_i)^2}{12} \end{array} \right. \\ D \end{array} \right.$$

$$D = \begin{pmatrix} 0.084375 \\ 8.5726153766 \times 10^{-7} \\ 1.5640810416 \\ 0.00008 \\ 0.0703125 \\ 0.025 \\ 0.0000431859 \\ 0.0178359134 \\ 0.0003548495 \\ 0.0000135305 \\ 6.9444444444 \times 10^{-7} \end{pmatrix} m^2 \cdot MN$$

Координати центрів ваги (жорсткості) шарів відносно центральної осі Cy_C :

$$k := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1 \dots n \\ \left| \begin{array}{l} k_i \leftarrow i \end{array} \right. \\ k \end{array} \right. \quad c := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1 \dots n \\ \left| \begin{array}{l} c_i \leftarrow z_i - z'_C \end{array} \right. \\ c \end{array} \right.$$

$$c = \begin{pmatrix} -0.0872913013 \\ -0.0719897084 \\ -0.0319897084 \\ 0.0127086987 \\ 0.0327086987 \\ 0.0577086987 \\ 0.0683741987 \\ 0.0779751902 \\ 0.1668576902 \\ 0.2472566987 \\ 0.2577086987 \end{pmatrix} m$$

Загальна циліндрична жорсткість конструкції плити при згині :
11

$$D'_{zag} := \sum_{i=1}^n [D_i + (c_i)^2 \cdot B_i] \quad D'_{zag} = 34.6248366806 \, m^2 \cdot MN$$

2.4. Визначення напружень

Обчислення координат верхньої та нижньої поверхонь шарів відносно центральної осі $C' y'_C$:

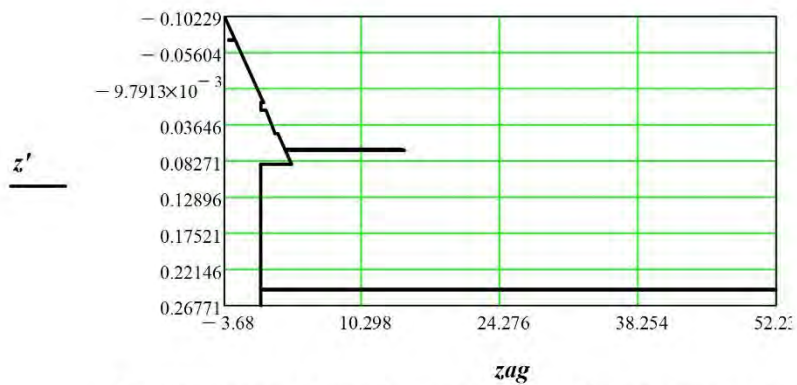
$$z' := \begin{cases} \text{for } i \in 1..n \\ \quad \text{if } n \neq 1 \\ \quad \quad z'_1 \leftarrow -z'_C \\ \quad \quad \quad z'_{i+1} \leftarrow \sum_{i=1}^i h_i - z'_C \\ \quad \quad z'_n \leftarrow -z'_C \text{ otherwise} \\ z' \end{cases}$$

$$z' = \begin{pmatrix} -0.1892019831 \\ -0.1592019831 \\ -0.1585987973 \\ -0.0792019831 \\ -0.0692019831 \\ -0.0392019831 \\ -0.0192019831 \\ -0.0178709831 \\ 0 \\ 0.1598940169 \\ 0.1607980169 \\ 0.1807980169 \end{pmatrix} m$$

Обчислення напружень для верхньої та нижньої поверхонь шарів :

$$i := 1..2 \cdot n \quad zag_i := \frac{E'_i \cdot M \cdot z'_i}{[1 - (\nu'_i)^2] \cdot D'_{zag}}$$

Етюра напружень (МПа):



$$zag = \begin{pmatrix} -3.6802885108 \\ -2.6009332392 \\ -3.2511665489 \\ -3.2240393922 \\ -2.5792315138 \\ 0.2773474851 \\ 0.0071000956 \\ 0.0163105939 \\ 0.5309438131 \\ 1.4304065394 \\ 1.7164878473 \\ 2.4360580284 \\ 14.27726317 \\ 14.5579218985 \\ 2.4839454239 \\ 3.1269167517 \\ 0.0000868588 \\ 0.0002466574 \\ 52.0419931773 \\ 52.2326133805 \\ 0.0002475608 \\ 0.0002675489 \end{pmatrix} m^{-2} \cdot \Lambda$$

2.5. Уточнення напружень в шарах дорожнього одягу

Визначення напружень на межах шарів:

$$e = \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.26 \\ 0.2612063716 \\ 0.42 \\ 0.44 \end{pmatrix} m \quad d = \begin{pmatrix} 0.8 \\ 0.86 \\ 0.8612063716 \\ 1.02 \\ 1.04 \end{pmatrix} m \quad A = \begin{pmatrix} 0.16 \\ 0.2236 \\ 0.2249525915 \\ 0.4284 \\ 0.4576 \end{pmatrix} m^2$$

Визначення поперечних нормальних напружень на межах шарів :

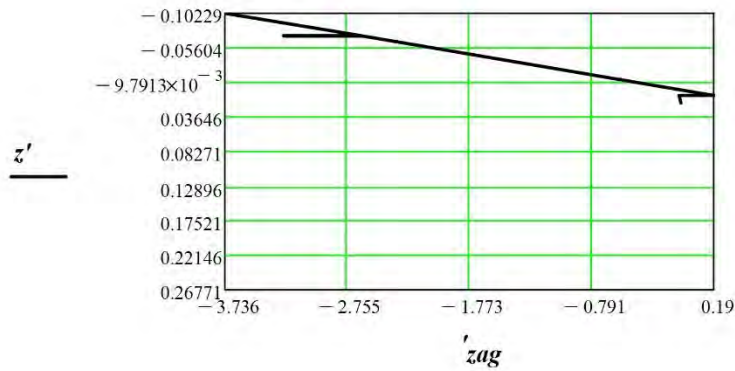
$$z := \begin{cases} \text{for } i \in 1 \dots n_{DO} + 1 \\ z_i \leftarrow \frac{-F_p}{A_i} \\ z \end{cases}$$

$$z.zag = \begin{pmatrix} -1.015625 \\ -0.726744186 \\ -0.726744186 \\ -0.7223744297 \\ -0.7223744297 \\ -0.379318394 \\ -0.379318394 \\ -0.3551136364 \end{pmatrix} m^{-2} \cdot MN$$

Визначення загальних уточнених нормальних напружень на межах шарів:

$$'zag := \begin{cases} \text{for } i \in 1 \dots 2 \cdot n_{DO} \\ 'i \leftarrow \left[1 - ('i)^2 \right] \cdot zag_i + 'i \cdot z.zag_i \\ ' \end{cases}$$

Епюра уточнених напружень (МПа):



$$'zag = \begin{pmatrix} -3.7362019703 \\ -2.6422447468 \\ -3.2664687242 \\ -3.2395527025 \\ -2.6205371392 \\ 0.1903899069 \\ -0.0881732589 \\ -0.0734872273 \end{pmatrix} m^{-2} \cdot MN$$

2.6. Перевірка міцності

Визначення *max* та *min* нормальних напружень на межах шарів:

$$max.zag := \begin{cases} \text{for } i \in 1 \dots 2 \cdot n_{DO} \\ max_i \leftarrow \frac{1}{2} \cdot \left['zag_i + z.zag_i + \sqrt{('zag_i - z.zag_i)^2} \right] \\ max \end{cases}$$

$$min.zag := \begin{cases} \text{for } i \in 1 \dots 2 \cdot n_{DO} \\ min_i \leftarrow \frac{1}{2} \cdot \left['zag_i + z.zag_i - \sqrt{('zag_i - z.zag_i)^2} \right] \\ min \end{cases}$$

Визначення еквівалентних напружень на межах шарів:

13

$$\begin{aligned}
 & \text{ekv.zag} := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1 \dots 2 \cdot n_{DO} \\ \\ \text{ekv}_i \leftarrow \max.zag_i - \frac{R_{P_i}}{R_{CT_i}} \cdot \min.zag_i \\ \\ \text{ekv} \end{array} \right. \quad i := 1 \dots 2 \cdot n_{DO} \\
 & \quad \quad \quad \text{Умова міцності:} \quad \text{ekv.zag} < R_P \\
 & \text{Етюра екв. напружень (МПа):} \\
 & \quad \quad \quad \text{ekv.zag} = \begin{pmatrix} 3.6 \\ 3.6 \\ 600 \\ 600 \\ 3.6 \\ 3.6 \\ 1.3 \\ 1.3 \end{pmatrix} m^{-2} \cdot MN \\
 & \quad \quad \quad \text{ekv.zag} = \begin{pmatrix} -0.3431086453 \\ -0.2511401316 \\ 2.5397245381 \\ 2.5171782727 \\ -0.2506777447 \\ 0.2586672179 \\ 0.2911451352 \\ 0.2816264091 \end{pmatrix} m^{-2} \cdot MN
 \end{aligned}$$

3. Розрахунок жорсткості плити без ДО

3.1. Визначення жорсткості плити

Вихідні дані:

$$n := n_{PL}$$

$$\begin{aligned}
 & h := h_{PL} \quad b := b_{PL} \quad E := E_{PL} \quad := PL \\
 & h = \begin{pmatrix} 0.03 \\ 0.02 \\ 0.001331 \\ 0.177765 \\ 0.000904 \\ 0.02 \end{pmatrix} m \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} m \quad E = \begin{pmatrix} 30000 \\ 36000 \\ 200000 \\ 36000 \\ 200000 \\ 36000 \end{pmatrix} m^{-2} \cdot MN \quad = \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.2 \\ 0.3 \\ 0.2 \\ 0.3 \\ 0.2 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & B := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1 \dots n \\ \\ B_i \leftarrow \frac{E_i \cdot b_i \cdot h_i}{1 - (i)^2} \\ \\ B \end{array} \right. \\
 & \quad \quad \quad B = \begin{pmatrix} 937.5 \\ 750 \\ 292.5274725275 \\ 6666.1875 \\ 198.6813186813 \\ 750 \end{pmatrix} MN
 \end{aligned}$$

Координати центрів ваги відносно осі Oy , положення якої збігається з верхньою межею конструкції :

$$z = \begin{pmatrix} 0.015 \\ 0.04 \\ 0.0506655 \\ 0.1402135 \\ 0.229548 \\ 0.24 \end{pmatrix} m$$

Координата центра ваги (жорсткості) усього пакету шарів конструкції :

$$z_C = 0.1270654621 m$$

$$z_{CN} = \frac{\sum_{i=1}^n (B_i \cdot z_i)}{\sum_{i=1}^n B_i}$$

Для кожного шару $i = 1, 2, \dots, n$ визначається власна циліндрична жорсткість шарів :

$$D := \begin{cases} \text{for } i \in 1 \dots n \\ D_i \leftarrow \frac{B_i \cdot (h_i)^2}{12} \\ D \end{cases} \quad D = \begin{pmatrix} 0.0703125 \\ 0.025 \\ 0.0000431859 \\ 17.5545133037 \\ 0.0000135305 \\ 0.025 \end{pmatrix} m^2 \cdot MN$$

Координати центрів ваги (жорсткості) шарів відносно центральної осі Cy_C :

$$c = \begin{pmatrix} -0.1120654621 \\ -0.0870654621 \\ -0.0763999621 \\ 0.0131480379 \\ 0.1024825379 \\ 0.1129345379 \end{pmatrix} m$$

Загальна циліндрична жорсткість конструкції плити при згині:

$$D_{PL} := \sum_{i=1}^n [D_i + (c_i)^2 \cdot B_i] \quad D_{PL} = 49.6461307227 m^2 \cdot MN$$

3.2. Визначення жорсткості плитиз врахуванням тріщин у розтягнутій зоні

Визначення номера шару k' , в якому розташований центр ваги

$$k' = 4 \quad h_{k'} = 0.177765 \text{ m}$$

Товщини розділених шарів у шарі k' :

$$h'_{k'} := z_C - \sum_{i=1}^{k'} h_i + h_{k'}$$

$$h''_{k'} := h_{k'} - h'_{k'} \quad h'_{k'} = 0.0757344621 \text{ m} \quad h''_{k'} = 0.1020305379 \text{ m}$$

$$h = \begin{pmatrix} 0.03 \\ 0.02 \\ 0.001331 \\ 0.0757344621 \\ 0.1020305379 \\ 0.000904 \\ 0.02 \end{pmatrix} \text{ m} \quad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ m} \quad E = \begin{pmatrix} 30000 \\ 36000 \\ 200000 \\ 36000 \\ 36000 \\ 200000 \\ 36000 \end{pmatrix} \text{ m}^{-2} \cdot \text{MN} = \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.2 \\ 0.3 \\ 0.2 \\ 0.2 \\ 0.3 \\ 0.2 \end{pmatrix}$$

Кількість шарів після переформування:

$$n_I := n := n_I \quad n = 7$$

Заміна модулів пружності матеріалів у розтягнутій зоні на $E_I = 1$ МПа, крім арматури:

Обчислення координат верхньої та нижньої поверхонь шарів відносно центральної осі $C'y'_C$:

$$k = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix} \quad E = \begin{pmatrix} 30000 \\ 36000 \\ 200000 \\ 36000 \\ 1 \\ 200000 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ m}^{-2} \cdot \text{MN} \quad z' = \begin{pmatrix} -0.1270654621 \\ -0.0970654621 \\ -0.0770654621 \\ -0.0757344621 \\ 0 \\ 0.1020305379 \\ 0.1029345379 \\ 0.1229345379 \end{pmatrix} \text{ m}$$

$$z' := \begin{cases} \text{for } i \in 1..n \\ \quad \text{if } n \neq 1 \\ \quad \quad z'_1 \leftarrow -z_C \\ \quad \quad z'_{i+1} \leftarrow \sum_{i=1}^i h_i - z_C \\ \quad \quad z'_n \leftarrow -z_C \text{ otherwise} \end{cases} \quad z'$$

Для кожного шару визначається жорсткість на розтяг – формула:

$$B := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1 \dots n \\ B_i \leftarrow \frac{E_i \cdot b_i \cdot h_i}{1 - (i)^2} \\ B \end{array} \right. \quad B = \begin{pmatrix} 937.5 \\ 750 \\ 292.5274725275 \\ 2840.0423287001 \\ 0.1062818103 \\ 198.6813186813 \\ 0.0208333333 \end{pmatrix} MN$$

Координати центрів ваги відносно осі Oy , положення якої збігається верхньою межею конструкції :

$$z = \begin{pmatrix} 0.015 \\ 0.04 \\ 0.0506655 \\ 0.089198231 \\ 0.178080731 \\ 0.229548 \\ 0.24 \end{pmatrix} m$$

Координата центра ваги (жорсткості) усього пакету шарів конструкції :

$$z'_C := \frac{\sum_{i=1}^n (B_i \cdot z_i)}{\sum_{i=1}^n B_i}$$

$$z'_C = 0.0712990258 m$$

Для кожного шару $i = 1, 2, \dots, n$ визначається власна циліндрична жорсткість шарів :

$$D := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1 \dots n \\ D_i \leftarrow \frac{B_i \cdot (h_i)^2}{12} \\ D \end{array} \right. \quad D = \begin{pmatrix} 0.0703125 \\ 0.025 \\ 0.0000431859 \\ 1.3574713028 \\ 0.0000922015 \\ 0.0000135305 \\ 6.944444444 \times 10^{-7} \end{pmatrix} m^2 \cdot MN$$

Координати центрів ваги (жорсткості) шарів відносно центральної осі $C'y'_c$:

$$c := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1 \dots n \\ c_i \leftarrow z_i - z'_C \\ c \end{array} \right.$$

$$c = \begin{pmatrix} -0.0562990258 \\ -0.0312990258 \\ -0.0206335258 \\ 0.0178992053 \\ 0.1067817053 \\ 0.1582489742 \\ 0.1687009742 \end{pmatrix} m$$

Загальна циліндрична жорсткість конструкції плити при згині:

$$D'_{PL} := \sum_{i=1}^n [D_i + (c_i)^2 \cdot B_i] \quad D'_{PL} = 11.1709041717 m^2 \cdot MN$$

4. Розрахунок ДО відшарованого від плити

$$4.1. \text{ Вихідні дані: } n := n_{DO} \quad n = 4 \quad h := h_{DO} \quad b := b_{DO} \quad E := E_{DO} \quad := DO$$

4.2. Визначення центра ваги (жорсткості)

Для кожного шару визначається жорсткість

на розтяг формула :

$$B := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1 \dots n \\ B_i \leftarrow \frac{E_i \cdot b_i \cdot h_i}{1 - (i)^2} \\ B \end{array} \right. \quad B = \begin{pmatrix} 1125 \\ 28.2743338823 \\ 2977.3805328942 \\ 9.6 \end{pmatrix} MN$$

Координати центрів ваги відносно осі Oy , положення якої збігається з верхньою межею конструкції :

$$z = \begin{pmatrix} 0.015 \\ 0.0303015929 \\ 0.0703015929 \\ 0.115 \end{pmatrix} m$$

Координата центра ваги (жорсткості) усього пакету шарів конструкції:

$$z_C = 0.0551053881 m$$

$$z_{C_{\text{св}}} := \frac{\sum_{i=1}^n (B_i \cdot z_i)}{\sum_{i=1}^n B_i}$$

4.3. Визначення жорсткості конструкції при згині – циліндричної жорсткості

Для кожного шару $i = 1, 2, \dots, n$ визначається власна циліндрична жорсткість шарів :

$$D := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1 \dots n \\ D_i \leftarrow \frac{B_i \cdot (h_i)^2}{12} \\ D \end{array} \right. \quad D = \begin{pmatrix} 0.084375 \\ 8.5726153766 \times 10^{-7} \\ 1.5640810416 \\ 0.00008 \end{pmatrix} m^2 \cdot MN$$

Координати центрів ваги (жорсткості) шарів відносно центральної осі Cy_C :

$$k := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1 \dots n \\ k_i \leftarrow i \\ k \end{array} \right. \quad c := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1 \dots n \\ c_i \leftarrow z_i - z_C \\ c \end{array} \right. \quad c = \begin{pmatrix} -0.0401053881 \\ -0.0248037953 \\ 0.0151962047 \\ 0.0598946119 \end{pmatrix} m$$

Загальна циліндрична жорсткість конструкції плити при згині:

$$D_{DO} := \sum_{i=1}^n [D_i + (c_i)^2 \cdot B_i] \quad D_{DO} = 4.1974187198 m^2 \cdot MN$$

4.4. Визначення напружень

18

Обчислення координат верхньої та нижньої поверхонь шарів відносно центральної осі Cy_C :

$$z' = \begin{pmatrix} -0.0551053881 \\ -0.0251053881 \\ -0.0245022024 \\ 0.0548946119 \\ 0.0648946119 \end{pmatrix} m$$

Визначення моменту, що діє на дорожній одяг відшарований від плити:

$$D_{DO} = 4.1974187198 m^2 \cdot MN$$

$$D_{PL} = 49.6461307227 m^2 \cdot MN \quad D := D_{DO} + D_{PL} \quad D = 53.8435494424 m^2 \cdot MN$$

$$M_{DO} := M \cdot \frac{D_{DO}}{D} \quad M_{DO} = 0.0025896928 m \cdot MN$$

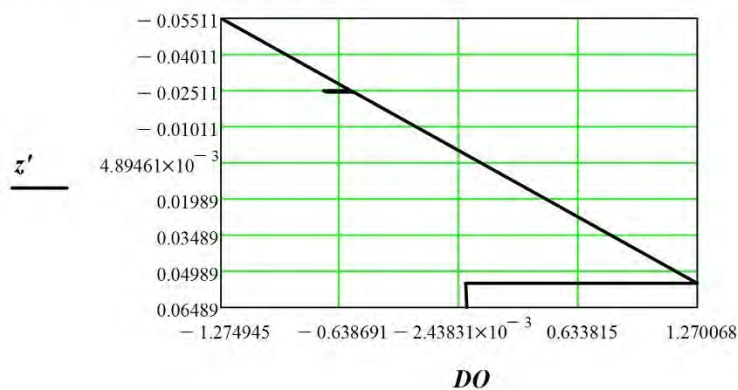
Обчислення напружень для верхньої та нижньої поверхонь шарів:

$$i := 1 .. 2 \cdot n$$

$$DO_i := \frac{E'_i \cdot M_{DO} \cdot z'_i}{[1 - (\nu'_i)^2] \cdot D_{DO}}$$

Етюра напружень (МПа):

$$DO = \begin{pmatrix} -1.2749445012 \\ -0.5808502153 \\ -0.7260627691 \\ -0.7086182771 \\ -0.5668946217 \\ 1.2700678804 \\ 0.0325137377 \\ 0.0384366756 \end{pmatrix} m^{-2} \cdot MN$$



4.5. Уточнення напружень в шарах дорожнього одягу

Визначення площ передачі навантаження на межах шарів:

$$\mathbf{e} = \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.26 \\ 0.2612063716 \\ 0.42 \\ 0.44 \end{pmatrix} m \quad \mathbf{d} = \begin{pmatrix} 0.8 \\ 0.86 \\ 0.8612063716 \\ 1.02 \\ 1.04 \end{pmatrix} m \quad \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0.16 \\ 0.2236 \\ 0.2249525915 \\ 0.4284 \\ 0.4576 \end{pmatrix} m^2$$

Визначення поперечних нормальних напружень на межах шарів :

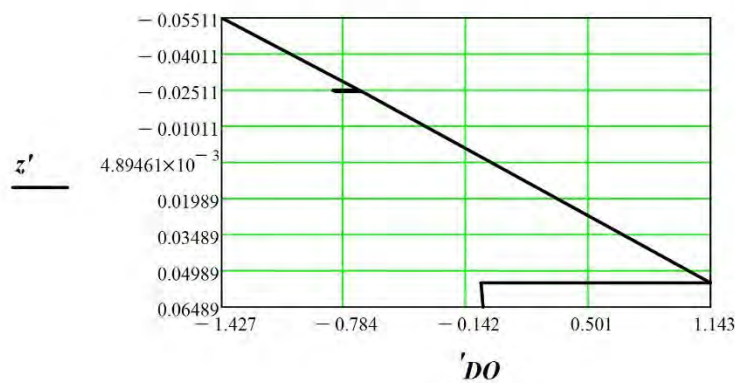
$$\mathbf{z} := \begin{cases} \text{for } i \in 1 \dots n_{DO} + 1 \\ z_i \leftarrow \frac{-F_p}{A_i} \\ z \end{cases} \quad \mathbf{z}_{DO} = \begin{pmatrix} -1.015625 \\ -0.726744186 \\ -0.726744186 \\ -0.7223744297 \\ -0.7223744297 \\ -0.379318394 \\ -0.379318394 \\ -0.3551136364 \end{pmatrix} m^{-2} \cdot MN$$

Визначення загальних уточнених нормальних напружень на межах шарів :

$$\mathbf{'DO} := \begin{cases} \text{for } i \in 1 \dots 2 \cdot n_{DO} \\ 'i \leftarrow [1 - ('i)^2] \cdot DO_i + 'i \cdot z_{DO} \\ , \end{cases}$$

Епюра уточнених напружень (МПа):

$$\mathbf{'DO} = \begin{pmatrix} -1.4270717212 \\ -0.7029650439 \\ -0.8423690956 \\ -0.8247484319 \\ -0.6886937227 \\ 1.1434014864 \\ -0.0643479694 \\ -0.0527440257 \end{pmatrix} m^{-2} \cdot MN$$



4.6. Перевірка міцності ²⁰

Визначення $\max$ та $\min$ нормальних напружень на межах шарів:

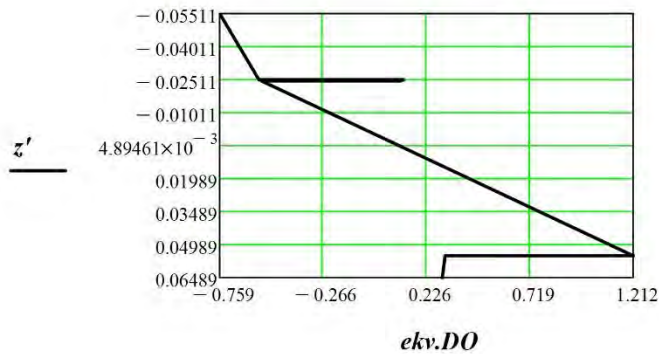
$$\begin{aligned} \max.DO &:= \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..2 \cdot n_{DO} \\ \max_i \leftarrow \frac{1}{2} \cdot \left['DO_i + z.DO_i + \sqrt{\left('DO_i - z.DO_i \right)^2} \right] \end{array} \right. \\ \min.DO &:= \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..2 \cdot n_{DO} \\ \min_i \leftarrow \frac{1}{2} \cdot \left['DO_i + z.DO_i - \sqrt{\left('DO_i - z.DO_i \right)^2} \right] \end{array} \right. \\ &\quad \min \end{aligned}$$

Визначення еквівалентних напружень на межах шарів: $i := 1..2 \cdot n_{DO}$

$$\begin{aligned} ekv.DO &:= \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..2 \cdot n_{DO} \\ ekv_i \leftarrow \max.DO_i - \frac{R_{P_i}}{R_{CT_i}} \cdot \min.DO_i \end{array} \right. \\ &\quad ekv \end{aligned} \quad R_{P_i} = \begin{pmatrix} 3.6 \\ 3.6 \\ 600 \\ 600 \\ 3.6 \\ 3.6 \\ 1.3 \\ 1.3 \end{pmatrix} m^{-2} \cdot MN$$

Умова міцності: $ekv.DO < R_P$

Епюра екв. напружень (МПа):



$$ekv.DO = \begin{pmatrix} -0.7587520902 \\ -0.5721510904 \\ 0.1156249095 \\ 0.1023740022 \\ -0.5586663254 \\ 1.2116787973 \\ 0.3149704246 \\ 0.3023696107 \end{pmatrix} m^{-2} \cdot MN$$

5. Розрахунок ДО відшарованого від плити з врахуванням тріщин у розтягнутій зоні самої плити

5.1. Вихідні дані:

$$\begin{aligned} n &:= n_{DO} & n &= 4 & h &:= h_{DO} & b &:= b_{DO} \\ E &:= E_{DO} & & & & & & := DO \end{aligned}$$

5.2. Визначення центра ваги (жорсткості)

Для кожного шару визначається жорсткість на розтяг формула:

$$B = \begin{pmatrix} 1125 \\ 28.2743338823 \\ 2977.3805328942 \\ 9.6 \end{pmatrix} MN$$

$$B := \begin{cases} \text{for } i \in 1..n \\ B_i \leftarrow \frac{E_i \cdot b_i \cdot h_i}{1 - (i)^2} \\ B \end{cases}$$

Координати центрів ваги відносно осі Oy , положення якої збігається з верхньою межею конструкції :

$$z = \begin{pmatrix} 0.015 \\ 0.0303015929 \\ 0.0703015929 \\ 0.115 \end{pmatrix} m$$

Координата центра ваги (жорсткості) усього пакету шарів конструкції :

$$z_C = 0.0551053881 m$$

$$z_{C_{\text{св}}} := \frac{\sum_{i=1}^n (B_i \cdot z_i)}{\sum_{i=1}^n B_i}$$

5.3. Визначення жорсткості конструкції при згині – циліндричної жорсткості

Для кожного шару $i = 1, 2, \dots, n$ визначається власна циліндрична жорсткість шарів:

$$D := \begin{cases} \text{for } i \in 1..n \\ D_i \leftarrow \frac{B_i \cdot (h_i)^2}{12} \\ D \end{cases}$$

$$D = \begin{pmatrix} 0.084375 \\ 8.5726153766 \times 10^{-7} \\ 1.5640810416 \\ 0.00008 \end{pmatrix} m^2 \cdot MN$$

Координати центрів ваги (жорсткості) шарів відносно центральної осі Cy_C :

$$k := \begin{cases} \text{for } i \in 1..n \\ k_i \leftarrow i \\ k \end{cases} \quad c := \begin{cases} \text{for } i \in 1..n \\ c_i \leftarrow z_i - z_C \\ c \end{cases} \quad c = \begin{pmatrix} -0.0401053881 \\ -0.0248037953 \\ 0.0151962047 \\ 0.0598946119 \end{pmatrix} m$$

Загальна циліндрична жорсткість конструкції плити при згині:

$$D_{DO} := \sum_{i=1}^n [D_i + (c_i)^2 \cdot B_i] \quad D_{DO} = 4.1974187198 \, m^2 \cdot MN$$

5.4. Визначення напружень

Обчислення координат верхньої та нижньої поверхонь шарів відносно центральної осі Cy_c :

$$z' = \begin{pmatrix} -0.0551053881 \\ -0.0251053881 \\ -0.0245022024 \\ 0.0548946119 \\ 0.0648946119 \end{pmatrix} m$$

Визначення моменту, що діє на дорожній одяг відшарований від плити:

$$D_{DO} = 4.1974187198 \, m^2 \cdot MN \quad D_{PL} = 49.6461307227 \, m^2 \cdot MN$$

$$D_{\text{шарів}} := D_{DO} + D_{PL} \quad D = 15.3683228915 \, m^2 \cdot MN$$

$$M_{DO} := M \cdot \frac{D_{DO}}{D} \quad M_{DO} = 0.0090730948 \, m \cdot MN$$

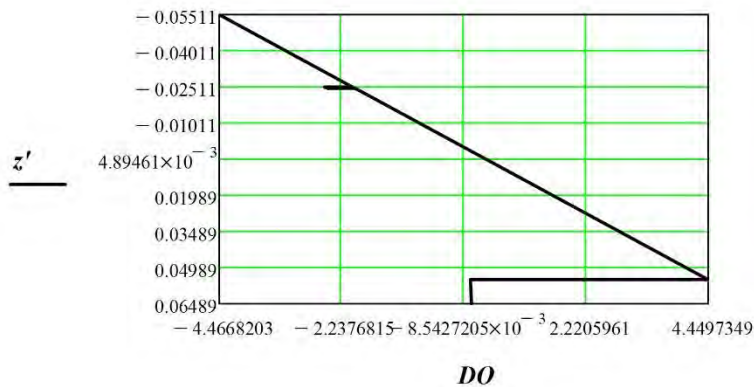
Обчислення напружень для верхньої та нижньої поверхонь шарів:

$$i := 1 \dots 2 \cdot n$$

$$DO_i := \frac{E'_i \cdot M_{DO} \cdot z'_i}{[1 - (v'_i)^2] \cdot D_{DO}}$$

$$DO = \begin{pmatrix} -1.2749445012 \\ -0.5808502153 \\ -0.7260627691 \\ -0.7086182771 \\ -0.5668946217 \\ 1.2700678804 \\ 0.0325137377 \\ 0.0384366756 \end{pmatrix} m^{-2} \cdot MN$$

Епюра напружень (МПа):



5.5. Уточнення напружень в шарах дорбжнього одягу²³

Визначення площ передачі навантаження на межах шарів:

$$e = \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.26 \\ 0.2612063716 \\ 0.42 \\ 0.44 \end{pmatrix} m \quad d = \begin{pmatrix} 0.8 \\ 0.86 \\ 0.8612063716 \\ 1.02 \\ 1.04 \end{pmatrix} m \quad A = \begin{pmatrix} 0.16 \\ 0.2236 \\ 0.2249525915 \\ 0.4284 \\ 0.4576 \end{pmatrix} m^2$$

Визначення поперечних нормальних напружень на межах шарів :

$$z := \begin{cases} \text{for } i \in 1 \dots n_{DO} + 1 \\ z_i \leftarrow \frac{-F_p}{A_i} \\ z \end{cases}$$

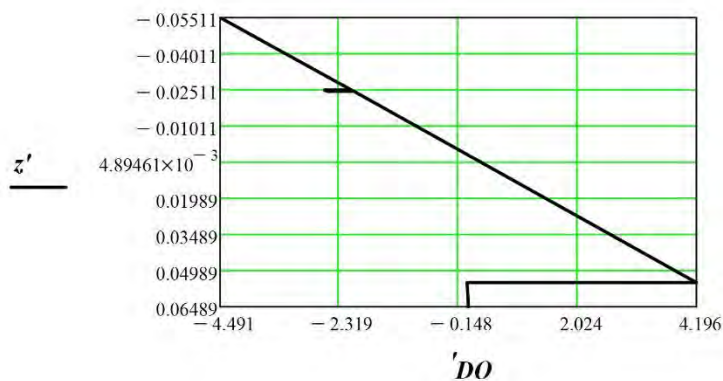
$$z_{DO} = \begin{pmatrix} -1.015625 \\ -0.726744186 \\ -0.726744186 \\ -0.7223744297 \\ -0.7223744297 \\ -0.379318394 \\ -0.379318394 \\ -0.3551136364 \end{pmatrix} m^{-2} \cdot MN$$

Визначення загальних уточнених нормальних напружень на межах шарів:

$$'_{DO} := \begin{cases} \text{for } i \in 1 \dots 2 \cdot n_{DO} \\ 'i \leftarrow [1 - ('i)^2] \cdot DO_i + 'i \cdot z_{DO_i} \\ , \end{cases}$$

$$'_{DO} = \begin{pmatrix} -4.4912725266 \\ -2.098980083 \\ -2.5873878944 \\ -2.5278411495 \\ -2.0511678968 \\ 4.1958818245 \\ 0.0119640391 \\ 0.0374695308 \end{pmatrix} m^{-2} \cdot MN$$

Епюра уточнених напружень (МПа):



5.6. Перевірка міцності²⁴

Визначення *max* та *min* нормальних напружень на межах шарів:

$$\begin{aligned}
 \text{max.DO} &:= \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1 \dots 2 \cdot n_{DO} \\ \text{max}_i \leftarrow \frac{1}{2} \cdot \left['DO_i + z.DO_i + \sqrt{\left('DO_i - z.DO_i \right)^2} \right] \end{array} \right. \\
 \text{min.DO} &:= \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1 \dots 2 \cdot n_{DO} \\ \text{min}_i \leftarrow \frac{1}{2} \cdot \left['DO_i + z.DO_i - \sqrt{\left('DO_i - z.DO_i \right)^2} \right] \end{array} \right. \\
 &\quad \text{min}
 \end{aligned}$$

Визначення еквівалентних напружень на межах шарів :

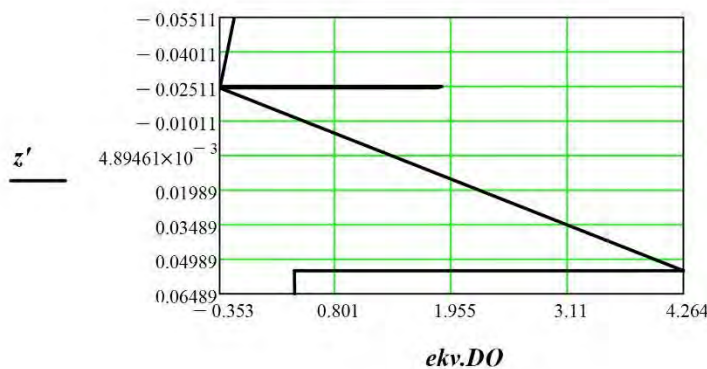
$$i := 1 \dots 2 \cdot n_{DO}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ekv.DO} &:= \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1 \dots 2 \cdot n_{DO} \\ \text{ekv}_i \leftarrow \text{max.DO}_i - \frac{R_{P_i}}{R_{CT_i}} \cdot \text{min.DO}_i \end{array} \right. \\
 &\quad \text{ekv}
 \end{aligned}$$

$$R_{P_i} = \begin{pmatrix} 3.6 \\ 3.6 \\ 600 \\ 600 \\ 3.6 \\ 3.6 \\ 1.3 \\ 1.3 \end{pmatrix} m^{-2} \cdot MN$$

Умова міцності: $\text{ekv.DO} < R_P$

Епюра екв. напружень (МПа):



$$\text{ekv.DO} = \begin{pmatrix} -0.2071959452 \\ -0.3489277711 \\ 1.8606437083 \\ 1.8054667198 \\ -0.3531642083 \\ 4.2641591354 \\ 0.3912824331 \\ 0.3925831672 \end{pmatrix} m^{-2} \cdot MN$$

ДОДАТОК Б

ДОВІДКИ ПРО ВПРОВАДЖЕННЯ ТА СВДОЦТВА ПРО
РЕЄСТРАЦІЮ АВТОРСЬКИХ ПРАВ ЗА РЕЗУЛЬТАТАМИ РОБОТИ

**ICDI**Integrated Construction
Design Instituteoffice@icdi.biz
www.icdi.bizТОВ "Інститут комплексного проектування
об'єктів будівництва"03057, м. Київ, Україна, вул. Десятківська, 33а
Код ЄДРПОУ 39994993, ІПН 399949926515
Тел.: +38 044 331 18 43р/р 26004056113805 в ПАТ КБ "Приватбанк", м. Київ
МФО 380775Limited Liability Company
"Integrated Construction Design Institute"03057, Kyiv, Ukraine, 33A Dehtiarivska street
EDRPOU code 39994993, ITN 399949926515
Tel.: +38 044 331 18 43account 26009056111943 (EUR), account 26001056112843 (USD)
Bank Privatbank, Dnipro, Ukraine, SWIFT code PBANUA2X№ 55/1 від 22.03.2021р.**ДОВІДКА****Про впровадження результатів
науково-дослідної роботи
Цибульського В.М.**

Видана Цибульському Віталію Миколайовичу про те, що результати його досліджень відображені в дисертаційній роботі на тему «Удосконалення методу розрахунку жорсткого дорожнього одягу мостів з композитною арматурою» були використані при науково-технічному супроводі влаштування цементобетонного покриття на автомобільній дорозі та штучних спорудах (мости, шляхопроводи, естакади) при реконструкції автомобільної дороги загального користування державного значення М-14 Одеса - Мелітополь - Новоазовськ (на м. Таганрог) на ділянці км 158+500 - км 159+500 (з транспортною розв'язкою в різних рівнях), км 171+000 – км 176+586, (надземний пішохідний перехід) у Миколаївській області.

Проведені розрахунки дозволили визначити уточнені напруження в шарах цементобетонного дорожнього одягу з композитною арматурою транспортної розв'язки із врахуванням типу прогонової будови та виконати перевірку міцності, і тим самим забезпечили вибір оптимальної конструкції дорожнього покриття.

З повагою,
Головний інженер, к.т.н.

А.Є. Фаль



ДОВІДКА

про впровадження результатів дисертаційного дослідження
Цибульського Віталія Миколайовича

Розрахунково-аналітична система проектування плит проїзної частини на мостах, яка була запропонована в дисертаційній роботі Цибульського В.М. «Удосконалення методу розрахунку армобетонних конструктивних елементів дорожнього одягу мостів» пройшла практичну апробацію в Державному агентстві автомобільних доріг України (Укравтодор) під час виконання науково-дослідної теми «Розробити методичні рекомендації з проектування плит проїзної частини із залізобетонною незнімною опалубкою та відповідну розрахунково-аналітичну систему» за договором №75-13/167.

Розроблена розрахунково-аналітична система на базі програми Mathcad дозволяє визначати компоненти напружено-деформованого стану композитної шаруватої плити з різноманітними характеристиками матеріалу кожного шару у під впливом різних типів навантажень.

Начальник відділу інноваційного
розвитку Департаменту технічного
забезпечення та інноваційного
розвитку



Олександр ТИМОЩУК



INTERNATIONAL DESIGN INSTITUTE

№ 97/1 Від 22.03.2021р.

ДОВІДКА
впровадження наукових розробок
старшого викладача кафедри опору матеріалів та машинознавства
Національного транспортного університету
Цибульського Віталія Миколайовича

Даною довідкою засвідчується, що результати досліджень, які відображені в дисертаційній роботі Цибульського Віталія Миколайовича «Удосконалення методу розрахунку жорсткого дорожнього одягу мостів з композитною арматурою», використані при науково-технічному супроводі влаштування цементобетонного покриття на автомобільній дорозі та штучних спорудах (мости, шляхопроводи, естакади) під час виконання робіт з реконструкції автомобільної дороги загального користування державного значення М-14 Одеса - Мелітополь - Новоазовськ (на м. Таганрог) на ділянках км 142+800 - км 158+500, км 159+500 - км 161+909 (з шляхопроводом через залізницю) у Миколаївській області.

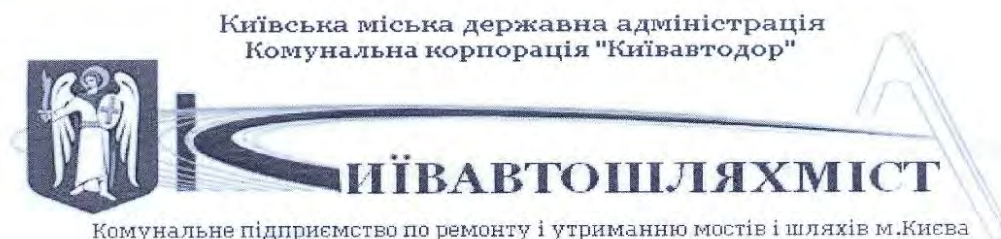
Удосконалений метод розрахунку жорсткого дорожнього одягу мостів з композитною арматурою дозволяє на практиці отримувати уточнені дані компонентів напружено-деформованого стану на підставі теорії згину шаруватих конструкцій, яка враховує поперечні нормальні напруження від обтиснення та деформацій зсуву.

З повагою,
Головний інженер, к.т.н.



А.Є. Фаль

ТОВ «МПП»
ЄДРПОУ 42703169
03038, м. Київ, вул. Казимира Малевича, 8
тел.: +380443840417



01013, м. Київ, вул. Набережно-Печерська дорога, 2, тел. 286-25-47, факс. 286-24-86, e-mail: kasm@kasm.com.ua
 Код ЄДРПОУ 03359018, Інд. под. № 033590126555
 IBAN UA733057490000002600631055301 в АТ «БАНК КРЕДИТ ДНІПРО» м. Київ

ДОВІДКА ПРО ВПРОВАДЖЕННЯ

про впровадження наукових розробок

старшого викладача кафедри опору матеріалів та машинознавства

Національного транспортного університету

Цибульського Віталія Миколайовича

Даною довідкою засвідчується, що результати досліджень, які відображені в дисертаційній роботі Цибульського В.М. на тему «Удосконалення методу розрахунку армобетонних конструктивних елементів дорожнього одягу мостів», є актуальними і корисними для практики утримання і експлуатації мостових споруд в місті Києві.

Удосконалений метод розрахунку армованого дорожнього одягу на прогонових будовах з уточненням напружень за рахунок обтиснення – дії поперечних нормальних напружень, дає можливість оцінити його надійність на різних етапах життєвого циклу.

Головний інженер підприємства
«Київавтошляхміст»



Виноградов В.О.



ТОВ "НВЦ "ДорбудТехнологія"

Товариство з обмеженою відповідальністю
«Науково-виробничий центр
«ДОРБУДТЕХНОЛОГІЯ»

вул. Курська, 18, оф. 35, м. Київ, 03049

тел./факс (044) 229-79-39, E-mail: dorbudteh@ukr.net,
Код ЄДРПОУ 35965471

№ 2/21 від 12.01.2021 року

На № _____ від _____

ДОВІДКА

**Про впровадження результатів
науково-дослідної роботи
Цибульського В.М.**

Наукові дослідження Цибульського Віталія Миколайовича, що направлені на підвищення довговічності дорожнього одягу та запобігання розтріскування цементобетонного покриття під час його експлуатації при надмірному навантаженні, отримали практичне використання при проектуванні армобетонних конструктивних елементів доріг та мостів.

Удосконалений метод розрахунку армованого дорожнього одягу передбачає різні варіанти роботи конструкції та дозволяє отримати уточнені нормальні та еквівалентні напруження в шарах дорожнього покриття для його перевірки на міцність.

Директор
ТОВ «НВЦ «Дорбудтехнологія»



В.О. Поспішний

ДОВІДКА

про впровадження результатів науково-дослідної роботи

Результати дисертаційної роботи Цибульського В.М. за темою «Удосконалення методу розрахунку армобетонних конструктивних елементів дорожнього одягу мостів» впроваджено у навчальний процес у вигляді проведення лабораторних досліджень з вивчення поведінки композитних матеріалів, які виконуються студентами спеціальності 192 «Будівництво та цивільна інженерія» при викладанні дисципліни «Опір матеріалів», що відображено у «Лабораторному практикуму з виконання експериментальних робіт з опору матеріалів», затвердженому на засідання навчально-методичної Ради Національного транспортного університету протокол № 17 від 29.12.2020р.

Проректор з навчальної роботи НТУ,
професор



О.К. Гришук

Завідувач кафедри опору матеріалів
та машинознавства НТУ,
професор

О.В. Марчук



**Парк
Нових
Технологій**

ПЕТРОВЕЦЬКИЙ

Львівська область

Львів

Україна, 02140, м. Київ, пр-т М. Бажана, 12
3 секція, 18 поверх, офіс 1803, 1804
тел./факс: +38(044) 507-23-80, 507-23-81
e-mail: officepnt@gmail.com

№ 03/11/03

дата 03 листопада 2020р.

ДОВІДКА

Про впровадження результатів науково-дослідної роботи Цибульського В.М.

Даною довідкою засвідчується, що результати досліджень, які відображені в дисертаційній роботі Цибульського Віталія Миколайовича «Удосконалення методу розрахунку армобетонних конструктивних елементів дорожнього одягу мостів», використані при проектуванні армованого дорожнього одягу з металевою та композитною арматурою.

Удосконалений метод розрахунку армованого дорожнього одягу дозволяє отримати уточнені дані компонентів напружено-деформованого стану на підставі теорії згину шаруватих конструкцій, яка враховує поперечні нормальні напруження від обтіснення. Отримані результати дозволяють передбачити при проектуванні дорожнього одягу процеси розтріскування цементобетонного покриття під час його експлуатації при надмірному навантаженні.

З повагою,
заступник директора
ППП «Парк Нових Технологій»



А.Я. Назар'янц

т. м. 0985769311



ТОВАРИСТВО З ОБМЕЖЕНОЮ ВІДПОВІДАЛЬНІСТЮ
«ТОРГОВИЙ ДІМ АРОН»

07400, Київська обл., м. Бровари, вул. Гагаріна, 21-А, прим. 308
 ЄДРПОУ 41408490, ПІН 414084926507

п/р № UA633510050000026005664182700 в ПАТ «УкрСиббанк»
 тел.: +38 (044) 337-77-38, моб.: +38 (099) 546-44-86

E-mail: office@aron.ua, <https://www.facebook.com/torhovuydimaron/>, <https://aron.ua>

Вих. № 02/21
 від «27» січня 2021 року

ДОВІДКА ПРО ВПРОВАДЖЕННЯ
результатів науково-дослідної роботи

Даною довідкою засвідчується, що результати досліджень, що відображені в дисертаційній роботі Цибульського Віталія Миколайовича на тему «Удосконалення методу розрахунку армобетонних конструктивних елементів дорожнього одягу мостів», використовуються у практиці при розрахунку армованого дорожнього одягу на різних типах прогонових будов мостових споруд.

Отримані результати розрахунку плит, на підставі теорії згину шаруватих конструкцій, дають можливість оптимально проектувати армування композитними матеріалами цементобетонного дорожнього одягу, для індивідуально запроектованих прогонових будов залізобетонних мостів при капітальних ремонтах.

Директор _____ М.І. Шнайдер



УКРАЇНА



ПАТЕНТ

НА КОРИСНУ МОДЕЛЬ

№ 82232

РЕЗИСТИВНИЙ КОМПОЗИЦІЙНИЙ МАТЕРІАЛ

Видано відповідно до Закону України "Про охорону прав на винаходи і корисні моделі".

Зареєстровано в Державному реєстрі патентів України на корисні моделі **25.07.2013.**

Голова Державної служби
інтелектуальної власності України

М.В. Ковіня



УКРАЇНА



СВІДОЦТВО

про реєстрацію авторського права на твір

№ 102367

Літературний письмовий твір наукового характеру «Удосконалення методу розрахунку напруг дорожнього одягу на підходах до автодорожніх мостів»

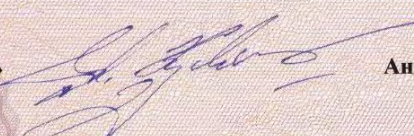
(вид, назва твору)

Автор(и) Цибульський Віталій Миколайович

(повне ім'я, псевдонім (за наявності))

Дата реєстрації 5 лютого 2021 р.

**Генеральний директор
Державного підприємства
«Український інститут
інтелектуальної власності»**

 **Андрій КУДІН**



ПІК «Україна». Зам. 20-2002. 2020 р. 11 кз.

УКРАЇНА



СВІДОЦТВО

про реєстрацію авторського права на твір

№ 102370

Літературний письмовий твір наукового характеру «Алгоритм розрахунку армованого цементобетонного дорожнього одягу на прогоновій будові моста у програмі Mathcad»

(вид, назва твору)

Автор(и) Цибульський Віталій Миколайович

(повне ім'я, псевдонім (за наявності))

Дата реєстрації 5 лютого 2021 р.

**Генеральний директор
Державного підприємства
«Український інститут
інтелектуальної власності»**


Андрій КУДІН



UKRAINE • UKRAINE • UKRAINE • UKRAINE • UKRAINE • UKRAINE • UKRAINE • UKRAINE • UKRAINE • UKRAINE

ПІК «Україна». Зам. 20-2002. 2020 р. II кс.

УКРАЇНА



СВІДОЦТВО

про реєстрацію авторського права на твір

№ 102371

**Літературний письмовий твір наукового характеру «Development of a method
for calculating reinforced concrete structural elements of pavement bridges»**

(вид, назва твору)

Автор(и) **Цибульський Віталій Миколайович**

(повне ім'я, псевдонім (за наявності))

Дата реєстрації 5 лютого 2021 р.

Генеральний директор
Державного підприємства
«Український інститут
інтелектуальної власності»

 **Андрій КУДІН**



ПТК «Україна». Зам. 20-2002. 2020 р. II кв.

УКРАЇНА



СВІДОЦТВО

про реєстрацію авторського права на твір

№ 102369

Літературний письмовий твір наукового характеру «Лабораторний практикум з виконання експериментальних робіт з Опору матеріалів»

(вид, назва твору)

Автор(и) Цибульський Віталій Миколайович

(повне ім'я, псевдонім (за наявності))

Дата реєстрації 5 лютого 2021 р.

**Генеральний директор
Державного підприємства
«Український інститут
інтелектуальної власності»**

 **Андрій КУДІН**



ПІК «Україна». Зам. 20-2002. 2020 р. 11 кв.

УКРАЇНА



СВІДОЦТВО

про реєстрацію авторського права на твір

№ 102368

Літературний письмовий твір наукового характеру «Розрахунок цементобетонного покриття армованого композитними матеріалами автодорожніх мостів»

(вид, назва твору)

Автор(и) Цибульський Віталій Миколайович

(повне ім'я, псевдонім (за наявності))

Дата реєстрації 5 лютого 2021 р.

Генеральний директор
Державного підприємства
«Український інститут
інтелектуальної власності»

 Андрій КУДІН



УКРАЇНА • UKRAINE • УКРАЇНА • UKRAINE • UKRAINE • UKRAINE • UKRAINE • UKRAINE • UKRAINE • UKRAINE

ПК «Україна». Зам. 20-2002. 2020 р. II кв.

ДОДАТОК В
СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ ТА
ВІДОМОСТІ ПРО АПРОБАЦІЮ РЕЗУЛЬТАТІВ ДИСЕРТАЦІЇ

Список публікацій здобувача

Монографії:

1. Tsybulskyi Vitalii, Improvement of calculation method of road pavement embankment on the approaches to road bridges. Integration of traditional and innovation processes of development of modern science: collective monograph / edited by authors, 3rd ed, Riga, Latvia : “Baltija Publishing”, 2020. Pp. 277-297. DOI: <https://doi.org/10.30525/978-9934-26-021-6>

Статті у виданнях іноземних держав, які включені до міжнародних наукометричних баз:

2. Tsybulskyi V.M. Evelopment of a method for calculating reinforced concrete structural elements of pavement bridges. *Modern engineering and innovative technologies*. Issue №14, Part 3. Indexed in INDEX COPERNICUS (ICV: 84.35), Germany, 2020. Pp. 6-11. DOI: 10.30890/2567-5273.2020-14-03-053

3. Tsybulskyi V.M., Kharchenko A.N. Features of sliding structures design of bridges reinforced with composite materials. *Modern engineering and innovative technologies*. Issue №15, Part 1. Indexed in INDEX COPERNICUS (ICV: 84.35), Germany, 2021. Pp. 75-83. DOI: 10.30890/2567-5273.2021-15-01-096

Статті у фахових виданнях:

4. Піскунов В.Г., Цибульський В.М. Постановка методики розрахунку армобетонних конструктивних елементів на основі моделі шаруватих систем. *Вісник Національного транспортного університету*. К.: НТУ, 2011. С. 327-332. URL: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vntu_2011_24\(2\)_81](http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vntu_2011_24(2)_81)

5. Піскунов В.Г., Цибульський В.М. Розрахунок шаруватих конструкцій дорожнього одягу мостів армованого композитними матеріалами. *Вісник Національного транспортного університету*. 2012. Вип. 26. С. 448-452. URL: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vntu_2012_26\(2\)_89](http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vntu_2012_26(2)_89)

6. Канін О.П., Гриневицький Б.В., Цибульський В.М. Побудова неklasичної розрахункової моделі міцності композитної балочно-плитної конструкції автодорожніх мостів. *Автомобільні дороги і дорожнє будівництво*.

Науково-технічний збірник, 2018. Вип. 104. С. 82-86.

URL:http://publications.ntu.edu.ua/avtodorogi_i_stroitelstvo/104/82.pdf

7. Канін О.П., Гриневицький Б.В., Цибульський В.М. Порівняльний аналіз вигину балочно-плитних систем мостів під дією синусоїдального навантаження. *Автомобільні дороги і дорожнє будівництво. Науково-технічний збірник*, 2019. Вип. 106. С. 105-109. URL:
http://publications.ntu.edu.ua/avtodorogi_i_stroitelstvo/106/105.pdf

8. Канін О.П., Гриневицький Б.В., Цибульський В.М. Розрахунок плити проїзної частини автодорожнього моста за некласичною моделлю. *Автомобільні дороги і дорожнє будівництво. Науково-технічний збірник*, 2020. Вип. 107. С. 40-44. URL:
http://publications.ntu.edu.ua/avtodorogi_i_stroitelstvo/107/40.pdf

Опубліковані праці апробаційного характеру:

9. Піскунов В.Г., Цибульський В.М. Розрахунок плит дорожнього одягу мостів з армобетонних конструктивних елементів на основі моделі шаруватих систем. 11-та Міжнародна наукова конференція «Математичні проблеми технічної механіки»: тези доповідей, м. Дніпродзержинськ, 2012. С. 173.

10. Коваль М.П., Кот Д.В., Цибульський В.М. Дослідження напружено-деформованого стану плит проїзної частини автодорожніх мостів зі залізобетонною незнімною опалубкою за допомогою натурних випробувань. LXX наукова конференція професорсько-викладацького складу, студентів та співробітників відокремлених структурних підрозділів університету: тези доповідей. К.: НТУ, 2014. С. 192.

11. Цибульський В.М. Порівняльний аналіз розрахунку елементів прогонових будов мостів з армуванням різними матеріалами. LXXII наукова конференція професорсько-викладацького складу, студентів та співробітників відокремлених структурних підрозділів університету: тези доповідей. К.: НТУ, 2016. С. 217.

12. Цибульський В.М., Запотіцький М.М., Шульжик А.Р. Дослідження впливу динамічних та ударних навантажень на конструкції. LXX наукова конференція професорсько-викладацького складу, студентів та співробітників

відокремлених структурних підрозділів університету: тези доповідей. К.: НТУ, 2019. С. 242.

13. Цибульський В.М. Зарубіжний досвід використання сучасних композитних матеріалів для посилення бетонних конструктивних елементів мостів. I Міжнародна науково-практична конференція «Наука. Інновації. Якість» (SIQ): тези доповідей, м. Бердянськ, БДПУ, 2020. С. 203-207.

14. Цибульський В.М. Сучасні матеріали для армобетонних конструкцій автодорожніх мостів. XII Всеукраїнська заочна науково-практична конференція, Освіта і наука в Україні: шляхи розвитку та напрямки взаємодії: тези доповідей. м. Харків, 2020. С. 16-17.

15. Цибульський В.М. Дослідження поведінки армобетонних конструктивних елементів з використанням базальтових композитних матеріалів. Міжнародна наукова інтернет-конференція «Інформаційне суспільство: технологічні, економічні та технічні аспекти становлення», випуск 54: тези доповідей, м. Тернопіль, 2020. С. 100-103.

16. Цибульський В.М., Харченко А.М. Аналіз властивостей композитних матеріалів, використаних для армування плит прогонових будов мостів. Modern systems of science and education in the USA, EU and post-Soviet countries, 2021. С. 46-49.

Свідоцтва та патенти:

17. Патент України на корисну модель №82232 Україна, МПК (2013), 7 H01 C7/00. Резистивний композитний матеріал / Піскунов В.Г., Володько О.В., Порхунов О.І., Цибульський В.М. Дата реєстрації 25.07.2013 р.

18. Свідоцтво України про реєстрацію авторського права на твір № 102367 Україна. Літературний письмовий твір наукового характеру «Удосконалення методу розрахунку насипу дорожнього одягу на підходах до автодорожніх мостів» Цибульський В.М. Дата реєстрації 5.02.2021р.

19. Свідоцтво України про реєстрацію авторського права на твір № 102368 Україна. Літературний письмовий твір наукового характеру «Розрахунок

цементобетонного покриття армованого композитними матеріалами автодорожніх мостів» Цибульський В.М. Дата реєстрації 5.02.2021р.

20. Свідоцтво України про реєстрацію авторського права на твір № 102369 Україна. Літературний письмовий твір наукового характеру «Лабораторний практикум з виконання експериментальних робіт з Опору матеріалів» Цибульський В.М. Дата реєстрації 5.02.2021р.

21. Свідоцтво України про реєстрацію авторського права на твір № 102370 Україна. Літературний письмовий твір наукового характеру «Алгоритм розрахунку армованого цементобетонного дорожнього одягу на прогоновій будові моста у програмі Mathcad» Цибульський В.М. Дата реєстрації 5.02.2021р.

22. Свідоцтво України про реєстрацію авторського права на твір № 102371 Україна. Літературний письмовий твір наукового характеру «Development of a method for calculating reinforced concrete structural elements of pavement bridges» Цибульський В.М. Дата реєстрації 5.02.2021р.

Опубліковані праці, які додатково відображають наукові результати дисертації:

23. Kharchenko A., Zaviyskyu O., Tsybulskyi V., Zavorotnyi S. Development of methods for parameters of long-term contracts optimization for operational road maintenance. *Technology Audit and Production Reserves*, Issue №2 (57), Part 1, 2021. Pp. 49–53. <https://doi.org/10.15587/2706-5448.2021.225532>